

# МЕХАНИЗМЫ КОРРЕЛЯЦИЙ «ВПЕРЕД–НАЗАД» ПО МНОЖЕСТВЕННОСТИ ЧАСТИЦ В УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ СОУДАРЕНИЯХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

*Е. Е. Забродин<sup>а</sup>, И. П. Лохтин<sup>а\*</sup>, А. А. Сидорова<sup>б</sup>, А. С. Чернышов<sup>б</sup>*

<sup>а</sup> *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,  
Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына  
119991, Москва, Россия*

<sup>б</sup> *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Физический факультет  
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 9 августа 2019 г.,  
после переработки 10 декабря 2019 г.  
Принята к публикации 19 декабря 2019 г.

Проведен сравнительный анализ вклада различных эффектов в зависимость средней множественности частиц, испущенных в переднюю полусферу области соударений пучков тяжелых ионов, от множественности частиц, испущенных в заднюю полусферу (корреляции «вперед–назад»). Показано, что экспериментально наблюдаемая зависимость силы таких корреляций от центральности соударений ионов свинца при энергии Большого адронного коллайдера  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  ТэВ может быть воспроизведена моделью HYDJET++ в случае учета гидродинамического потока частиц, распада резонансов и рождения и подавления высокоэнергичных кварков и глюонов в горячей материи. При этом доминирующим механизмом корреляций «вперед–назад» для наиболее центральных соударений является рождение и фрагментация кварк-глюонных струй.

DOI: 10.31857/S004445102005003X

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из актуальнейших задач современной физики высоких энергий является исследование свойств субъядерной материи в условиях экстремально высоких температур и плотностей энергии, которые достигаются в релятивистских соударениях тяжелых ионов [1–3]. Особая актуальность данной тематики обусловлена продолжающимися интенсивными исследованиями в экспериментах на Большом адронном коллайдере (ЛHC), где достигнуты максимальные на сегодняшний день энергии как для пучков протонов, так и для тяжелых ионов. Отметим, что в лабораторных условиях пучки релятивистских ядер впервые были получены в 1970 г. на синхрофазотроне ОИЯИ (Дубна) при энергии  $E = 1 \div 4$  ГэВ на нуклон. Впоследствии тяжелые ионы были ускорены до высоких энергий и в других ядерных центрах. Совокупность данных, полученных к

настоящему времени в экспериментах на коллайдерах RHIC и LHC (наблюдение таких эффектов, как подавление выхода кваркониев и жестких адронов, модификация характеристик адронных струй, азимутальная анизотропия потока частиц, дальностьющие азимутальные корреляции и др.), позволяет с определенной степенью уверенности утверждать, что сильновзаимодействующая горячая материя («кварк-глюонная плазма (жидкость)») формируется в наиболее центральных соударениях тяжелых ионов [4–9]. Дальнейшее развитие данной тематики связано с детальным изучением свойств полученного состояния горячей материи (включая динамику кварк-адронных фазовых переходов) и механизмов различных коллективных эффектов, проявляющихся в соударениях тяжелых ионов.

В настоящей работе проанализирован малоизученный на данный момент эффект в соударениях тяжелых ионов, заключающийся в зависимости средней множественности заряженных частиц, испущенных в переднюю полусферу области соударений пучков тяжелых ионов, от множественности

\* E-mail: Igor.Lokhtin@cern.ch

частиц, испущенных в заднюю полусферу (так называемые корреляции «вперед–назад»). Для моделирования соударений ионов свинца при энергиях ЛНС использовалась двухкомпонентная модель Монте-Карло HYDJET++ [10, 11], конечное состояние реакции в которой представляет собой суперпозицию двух независимых компонент: мягкой гидродинамической и жесткой струйной. В предыдущих работах было показано, что данная модель достаточно хорошо описывает различные характеристики множественного рождения адронов в соударениях тяжелых ионов при энергиях RHIC [10] и ЛНС [12–19], что дает основания применить ее для настоящего исследования.

## 2. КОРРЕЛЯЦИИ «ВПЕРЕД–НАЗАД» ПО МНОЖЕСТВЕННОСТИ ЧАСТИЦ

Корреляции «вперед–назад» по какой-либо физической величине отражают зависимость этой величины для частиц, испущенных в переднюю полусферу области взаимодействия пучков адронов или ядер высоких энергий, от этой же величины для частиц, испущенных в заднюю полусферу. Сила таких корреляций характеризуется коэффициентом Пирсона:

$$b_{corr} = \frac{\langle FB \rangle - \langle F \rangle \langle B \rangle}{\langle F^2 \rangle - \langle F \rangle^2}, \quad (1)$$

где  $F$  и  $B$  — значения данных физических величин, измеренные соответственно в передней (псевдобыстрота частиц  $\eta > 0$ ) и задней (псевдобыстрота частиц  $\eta < 0$ ) полусферах, усреднение проводится по всем событиям. Корреляции «вперед–назад» по множественности заряженных частиц были экспериментально обнаружены в (анти)протон-протонных взаимодействиях в широком диапазоне энергий, от нескольких ГэВ и до 7 ТэВ в системе центра масс [20–23]. В то же время для электрон-позитронной аннигиляции корреляции «вперед–назад» отсутствуют даже при энергиях столкновений 91 ГэВ и выше [24]. В соударениях тяжелых ионов корреляции «вперед–назад» по множественности заряженных частиц были измерены на RHIC в экспериментах PHOBOS [25] и STAR [26]; для энергий ЛНС доступны пока только предварительные данные экспериментов ATLAS [27] и ALICE [28].

В рамках современных представлений [29–31] корреляции «вперед–назад» являются следствием как короткодействующих (частицы из одного кластера), так и далекодействующих (несколько кластеров с разной множественностью) корреляций в

многоадронных системах. В модели HYDJET++ присутствуют как короткодействующие корреляции между частицами (распады резонансов, фрагментация кварк-глюонных струй), так и далекодействующие, обусловленные коллективными процессами в расширяющемся сгустке адронной материи (гидродинамический поток). Таким образом, изучение корреляций «вперед–назад» по множественности частиц может помочь в понимании механизмов короткодействующих и далекодействующих корреляций и определить основные источники этих корреляций.

Отметим также, что, помимо корреляций по множественности, недавно в соударениях ионов свинца на ЛНС были впервые измерены корреляции «вперед–назад» по усредненному в событиях поперечному импульсу [28]. Эти корреляции дают более стабильный результат, слабо зависящий от метода определения центральности ядро-ядерных взаимодействий, однако сила корреляций по поперечному импульсу значительно меньше по сравнению с корреляциями по множественности (что говорит о том, что это более тонкий эффект), и эти корреляции пока плохо описываются имеющимися моделями [28].

## 3. МОДЕЛЬ HYDJET++

Для моделирования множественного рождения частиц в соударениях ионов свинца при энергиях ЛНС использовался генератор событий HYDJET++, конечное состояние реакции в котором представляет собой суперпозицию двух независимых компонент: мягкой гидродинамической (процессы рождения с малыми поперечными импульсами) и жесткой струйной (процессы рождения с большими поперечными импульсами). Детальное описание модели можно найти в работах [10, 11]. Кратко перечислим основные характеристики модели, существенные для проводимого в данной статье исследования.

Термальное адронное состояние (мягкая компонента) HYDJET++ моделируется на основе параметризации уравнений релятивистской гидродинамики с заданными параметрами вымораживания при данной температуре  $T$  [32, 33]. В общем случае стадии химического вымораживания (когда перестает меняться соотношение между числом адронов различного типа) и термического вымораживания (когда перестает меняться импульсное распределение адронов) разделены по времени и проходят при разных температурах,  $T^{ch}$  и  $T^{th}$  соответственно (при этом  $T^{ch} \geq T^{th}$ ). Множественность адронов

в каждом событии моделируется в соответствии с распределением Пуассона вокруг среднего значения  $\overline{N}_i$  для адронов каждого типа  $i$ , вычисляемого на гиперповерхности вымораживания в приближении «эффективного термального объема»:

$$\overline{N}_i = \rho_i^{eq}(T)V_{eff}, \quad \rho_i^{eq}(T) = \int d^3p^* f_i(p^{*0}; T). \quad (2)$$

Здесь  $\rho_i^{eq}(T)$  — термальная плотность адронов  $i$  при температуре  $T$ ,  $f_i$  и  $p^{*0}$  — соответственно распределение числа адронов и энергия адрона в системе покоя элемента жидкости,  $V_{eff}$  — эффективный объем области излучения адронов с гиперповерхности собственного времени  $\tau = \text{const}$ , вычисляемый при данном параметре удара ядро-ядерного соударения  $b$  как

$$V_{eff} = \tau \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{R(b,\phi)} \sqrt{1 + \delta(b) \text{th}^2 Y_T(r, b) \cos 2\phi} \times \\ \times \text{ch} Y_T(r, b) r dr \int_{\eta_{min}}^{\eta_{max}} Y_L(\eta) d\eta, \quad (3)$$

где  $Y_L(\eta)$  и  $Y_T(r, b)$  — профили продольной (функция Гаусса) и поперечной (линейная функция) коллективных быстрот,  $R(b, \phi)$  — поперечный размер адронного сгустка в азимутальном направлении  $\phi$ ,  $\delta(b)$  — параметризация импульсной азимутальной анизотропии источника. Характеристики стабильных частиц и резонансов берутся из таблицы SHARE [34].

Основой для моделирования многопартонного струйного состояния в HYDJET++ является генератор событий PYQUEN (PYthia QUENched) [35], модифицирующий полученные с помощью генератора адрон-адронных взаимодействий PYTHIA [36, 37] характеристики партонных струй с учетом многократного рассеяния и радиационных и столкновительных потерь энергии жестких кварков и глюонов в гидродинамически расширяющейся кварк-глюонной материи. Последующая адронизация модифицированных в среде партонных событий проводится в соответствии с лундовским струнным механизмом, используемым в PYTHIA.

Радиационные потери энергии безмассового кварка на единицу длины  $dE^{rad}/dl$  вычисляются в рамках модели BDMPS [38–40]:

$$\frac{dE^{rad}}{dl} = \frac{2\alpha_s \mu_D^2 C_R}{\pi L} \int_{\mu_D^2 \lambda_g}^E d\omega \left[ 1 - x + \frac{x^2}{2} \right] \times \\ \times \ln |\cos(\omega_1 \tau_1)|, \quad (4)$$

$$\omega_1 = \sqrt{i \left( 1 - x + \frac{C_R}{3} x^2 \right) \bar{\kappa} \ln \frac{16}{\bar{\kappa}}},$$

$$\bar{\kappa} = \frac{\mu_D^2 \lambda_g}{\omega(1-x)},$$

где  $L$  — поперечный размер горячей среды;  $\lambda_g = 1/(\sigma_g \rho)$  — длина свободного пробега глюона,  $\rho$  — плотность среды при температуре  $T$ ,  $\rho \propto T^3$ ,  $\sigma_g$  — интегральное сечение рассеяния глюона в среде;  $\tau_1 = L/(2\lambda_g)$ ;  $x = \omega/E$  — часть уносимой глюоном энергии жесткого кварка;  $\alpha_s$  — бегущая константа связи сильного взаимодействия для  $N_f$  активных кварковых ароматов в среде;  $C_R = 4/3$  — цветовой фактор кварка;  $\mu_D^2 \approx 4\pi\alpha_s T^2(1 + N_f/6)$  — квадрат дебаевской экранирующей массы. Для тяжелых кварков используется простое обобщение формулы (4), называемое приближением «мертвого конуса» [41]. Столкновительные потери энергии на единицу длины  $dE^{col}/dl$  и сечение упругого рассеяния  $d\sigma/dt$  жесткого кварка с энергией  $E$  и массой  $m_q$  на «термальных» партонах с энергией  $m_0 \sim 3T \ll E$  вычисляются в пределе больших квадратов передач поперечного импульса  $t$  [42–44]:

$$\frac{dE^{col}}{dl} = \frac{1}{4T\lambda\sigma} \int_{\mu_D^2}^{t_{max}} dt \frac{d\sigma}{dt} t, \quad (5)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} \cong C \frac{2\pi\alpha_s^2(t)}{t^2} \frac{E^2}{E^2 - m_q^2}, \quad (6)$$

где  $C = 1$  и  $4/9$  соответственно для  $qg$ - и  $qq$ -рассеяний, максимально возможная передача импульса

$$t_{max} = \frac{[s - (m_q + m_0)^2][s - (m_q - m_0)^2]}{s},$$

$$s = 2m_0 E + m_0^2 + m_q^2.$$

Эволюция горячей среды, в которой происходят потери энергии жестких партонов, описывается в рамках одномерной гидродинамики с рождением частиц на гиперповерхности одинакового собственного времени  $\tau$  [45]. Интенсивность перерассеяния в PYQUEN определяется главным образом начальной максимальной температурой  $T_0^{max}$  сгустка горячей материи, сформированного в области перекрытия сталкивающихся ядер, которая является входным

параметром модели. Число жестких струй в событии моделируется в соответствии с биномиальным распределением вокруг среднего значения  $N_{AA}^{jet}$ , вычисляемого для данной энергии пучков  $\sqrt{s}$  и параметра удара  $b$  как

$$\overline{N_{AA}^{jet}}(b, \sqrt{s}, p_T^{min}) = \int_{p_T^{min}} dp_T^2 \int dy \frac{d\sigma_{NN}^{hard}(p_T, \sqrt{s})}{dp_T^2 dy} \times \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^\infty r dr T_A(r_1) T_A(r_2) S(r_1, r_2, p_T, y), \quad (7)$$

где  $\sigma_{NN}^{in}(\sqrt{s})$  и  $d\sigma_{NN}^{hard}(p_T, \sqrt{s})/dp_T^2 dy$  — соответственно полное неупругое сечение и дифференциальное сечение жестких процессов с передачей поперечного импульса больше минимального значения  $p_T^{min}$  в нуклон-нуклонных взаимодействиях (вычисляется с помощью PYTHIA),  $y$  — быстрота,  $T_A$  — функция ядерной толщины,  $r_{1,2}$  — поперечные расстояния от вершины начального жесткого процесса до центра первого и второго ядер, коэффициент  $S \leq 1$  учитывает эффект ядерного экранирования начального распределения партонов в нуклонах [46]. В рамках используемого приближения считается, что рожденные в жестких процессах с передачей импульса меньше  $p_T^{min}$  партоны становятся частью термализованной системы, так что продукты их адронизации «автоматически» включены в мягкую компоненту события. Таким образом, параметр модели  $p_T^{min}$  определяет вклад жесткой компоненты в полную множественность событий.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Для сравнительного анализа вклада различных эффектов в корреляции «вперед–назад» по множественности заряженных частиц моделирование и отбор событий проводились с такими же условиями, как и в эксперименте ALICE [28]. С помощью генератора событий HYDJET++ моделировались соударения ионов свинца при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  ТэВ для пяти классов центральностей (от 0 до 50% с шириной интервала 10%), далее для анализа отбирались заряженные частицы с поперечными импульсами  $p_T < 2$  ГэВ/с в интервалах псевдобыстрот  $0.4 < \eta < 0.8$  (передняя полусфера) и  $-0.8 < \eta < -0.4$  (задняя полусфера). Помимо базового сценария моделирования с полным учетом мягкой и жесткой компонент, были рассмотрены дополнительные сце-

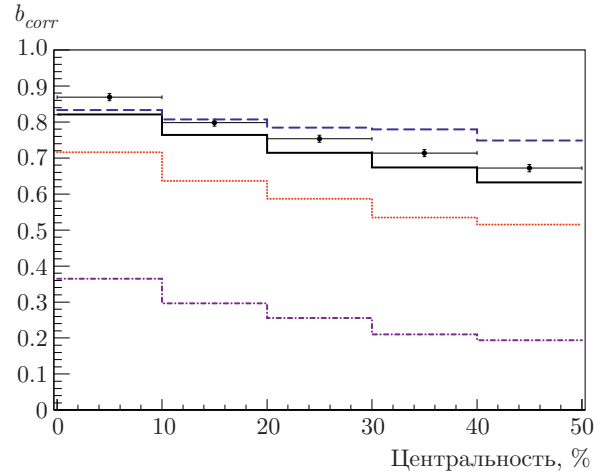
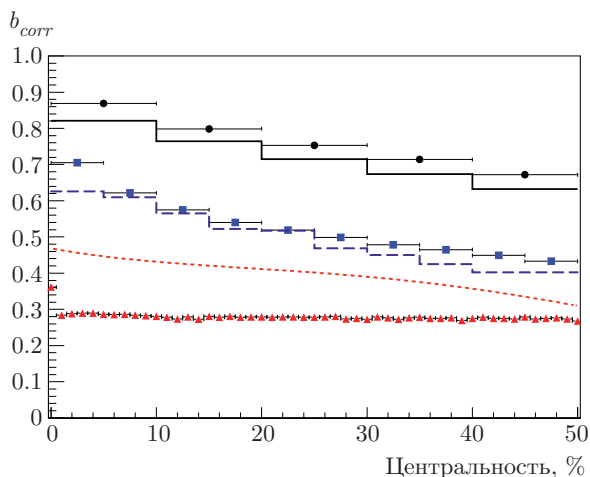


Рис. 1. Зависимости коэффициента корреляций «вперед–назад» по множественности заряженных частиц от центральности соударений РbРb при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  ТэВ (ширина класса центральности — 10%). Точки — предварительные данные ALICE [28], гистограммы — результаты моделирования HYDJET++ (сплошная гистограмма — мягкая и жесткая компоненты включены, штриховая и пунктирная гистограммы — включены соответственно только жесткая и только мягкая компоненты, штрихпунктирная гистограмма — только прямые адроны мягкой компоненты)

нарии только с мягкой и только с жесткой компонентами, а также случай мягкой компоненты без распада резонансов (только прямые адроны, т. е. только дальнедействующие корреляции, обусловленные гидродинамическим потоком).

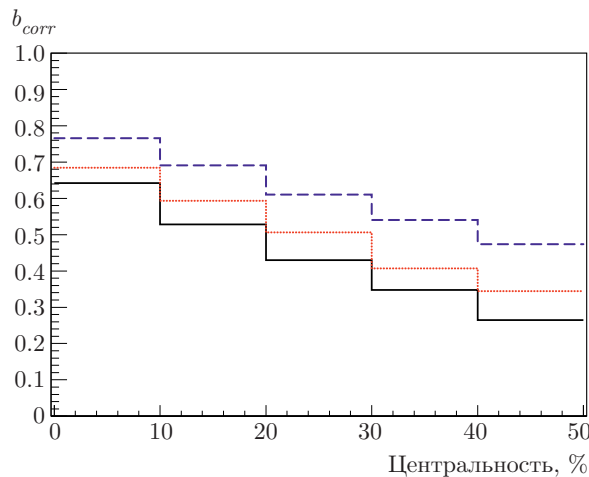
На рис. 1 представлены зависимости коэффициента корреляций «вперед–назад» по множественности заряженных частиц от центральности соударений ионов свинца для всех рассмотренных сценариев моделирования. Видно, что HYDJET++ достаточно хорошо воспроизводит экспериментально наблюдаемую зависимость силы корреляций от центральности столкновений, а небольшая численная недооценка данных находится в пределах точности 5%. Анализ парциальных корреляций показывает одинаковые качественные зависимости силы корреляций от центральности взаимодействия. Для всех подпроцессов величина  $b_{corr}$  максимальна для (полу)центральных взаимодействий,  $0\% < \sigma/\sigma_{geo} < 10\%$ , и уменьшается с ростом периферичности столкновений. Для адронов, испущенных с поверхности вымораживания (прямые адроны мягкой компоненты), корреляции «вперед–назад» почти в три раза слабее корреляций, измеренных экспериментально. Распад



**Рис. 2.** Зависимости коэффициента корреляций «вперед–назад» по множественности заряженных частиц от центральности соударений PbPb в модели HYDJET++ при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  ТэВ для трех различных ширинок классов центральности. Точки — предварительные данные ALICE [28], гистограммы — результаты моделирования HYDJET++ (круги и сплошная гистограмма, квадраты и штриховая гистограмма, треугольники и пунктирная гистограмма соответствуют ширинам классов центральности 10%, 5% и 1% соответственно)

резонансов увеличивает амплитуду корреляций для адронов мягкой компоненты в 2–2.5 раза. Этого, однако, недостаточно для полного количественного описания данных. Самые сильные корреляции наблюдаются для жесткой струйной компоненты, вклад которой максимален в наиболее центральных взаимодействиях. Для периферических соударений относительный вклад адронов, рожденных в жестких процессах, в полную множественность частиц уменьшается. Вместе с тем, сила корреляций «вперед–назад» для струйной компоненты убывает более плавно с уменьшением центральности по сравнению с гидродинамической компонентой. Таким образом, для получения правильной зависимости силы корреляций от центральности необходим одновременный учет как гидродинамической, так и струйной компонент. При этом вклад короткодействующих корреляций от распада резонансов в корреляции «вперед–назад» для мягкой компоненты сопоставим с вкладом дальнедействующих корреляций, обусловленных гидродинамическим потоком частиц.

Нами было исследовано также влияние ширины класса центральности на силу изучаемых корреляций. С помощью генератора событий HYDJET++ были смоделированы еще два набора событий



**Рис. 3.** Зависимости коэффициента корреляций «вперед–назад» по множественности заряженных частиц от центральности соударений PbPb (ширина класса центральности 10%) в модели HYDJET++ при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  ТэВ (сплошная гистограмма) и при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  ТэВ (штриховая и пунктирная гистограммы), два набора параметров модели с вкладом жесткой компоненты в полную множественность соответственно 40% и 25% для наиболее центральных соударений

свинец–свинец при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  ТэВ с ширинами классов центральности 5% и 1%. Результаты представлены на рис. 2. Можно видеть, что экспериментально наблюдаемый эффект ослабления силы корреляций «вперед–назад» по множественности с уменьшением ширины класса центральности воспроизводится моделью HYDJET++, хотя для самого узкого класса центральности эта модель предсказывает более сильную зависимость коэффициента корреляций от центральности по сравнению с данными. При этом обнаружено, что уменьшение коэффициента корреляций для более узких классов центральности обусловлено в модели главным образом ослаблением корреляций для адронов мягкой компоненты, в то время как сила корреляций для адронов жесткой компоненты почти не зависит от ширины класса центральности.

Для исследования энергетической зависимости силы корреляций «вперед–назад» по множественности нами было проведено моделирование соударений свинец–свинец при максимальной на данный момент энергии LHC  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  ТэВ. При этом для данной энергии было рассмотрено два набора параметров модели: набор, при котором вклад жесткой компоненты в полную множественность частиц для энергии 5.02 ТэВ такой же, как вклад для

2.76 ТэВ (примерно 25 % для наиболее центральных соударений), и набор, при котором вклад жесткой компоненты в полную множественность существенно больше (примерно 40 % для наиболее центральных соударений). Сравнение полученных коэффициентов корреляций для этих двух наборов параметров с соответствующими результатами при энергии 2.76 ТэВ для 10%-й ширины класса центральности представлено на рис. 3. Видно, что с увеличением энергии сталкивающихся пучков корреляции «вперед–назад» усиливаются. При этом более сильные корреляции ожидаются в сценарии с большим вкладом жесткой компоненты. Заметное усиление корреляций с увеличением энергии связано с двумя факторами. Во-первых, с возрастанием энергии сталкивающихся ядер растет вклад жестких процессов в множественность частиц в рассматриваемом кинематическом диапазоне (центральная область быстрот). Во-вторых, сильные короткодействующие корреляции для адронов из струй уменьшаются медленнее с ростом параметра удара ядро-ядерного взаимодействия, чем коротко- и дальнодействующие корреляции «вперед–назад» для адронов мягкой гидродинамической компоненты, что приводит к росту корреляций в периферических соударениях. Проведенное исследование позволяет сделать вывод, что доминирующим механизмом возникновения корреляций «вперед–назад» по множественности частиц в ультрарелятивистских соударениях тяжелых ионов является механизм короткодействующих корреляций, обусловленный фрагментацией кварк-глюонных струй и распадом резонансов.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках модели HYDJET++ исследована зависимость средней множественности заряженных частиц, испущенных в переднюю полусферу области соударений пучков тяжелых ионов, от множественности частиц, испущенных в заднюю полусферу — корреляции «вперед–назад». Основными источниками таких корреляций в данной модели являются фрагментация кварк-глюонных струй, распад резонансов и коллективный гидродинамический поток частиц.

Показано, что модель HYDJET++ достаточно хорошо воспроизводит экспериментально наблюдаемую зависимость силы корреляций «вперед–назад» по множественности заряженных частиц от центральности соударений свинец–свинец при энергии Большого адронного коллайдера  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  ТэВ

(включая эффект ослабления корреляций с уменьшением ширины класса центральности). Установлено, что корреляции «вперед–назад» сильнее для жесткой струйной компоненты, чем для мягкой гидродинамической компоненты, и в наиболее центральных соударениях определяются главным образом жесткой компонентой. Однако для получения правильной зависимости силы корреляций от центральности ядро-ядерных взаимодействий необходим одновременный учет обеих компонент. При этом вклад короткодействующих корреляций от распада резонансов в корреляции «вперед–назад» для мягкой компоненты сопоставим с вкладом дальнодействующих корреляций, обусловленных гидродинамическим потоком частиц.

С увеличением энергии сталкивающихся ионов корреляции «вперед–назад» по множественности частиц усиливаются, и это усиление более выражено в случае большего вклада жесткой компоненты в полную множественность.

**Благодарности.** Авторы благодарят Л. В. Бравину, Л. В. Малинину, В. Л. Коротких и А. М. Снигирева за полезные обсуждения.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-02-00155).

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Quark-Gluon Plasma 4*, ed. by R. C. Hwa and X.-N. Wang, World Sci. (2010); *Quark-Gluon Plasma 5*, ed. by X.-N. Wang, World Sci. (2016).
2. И. М. Дремин, А. В. Леонидов, УФН **53**, 1123 (2011).
3. R. Pasechnik and M. Sumera, Universe **3**, 7 (2017).
4. I. Arsene et al. (BRAHMS Collaboration), Nucl. Phys. A **757**, 1 (2005).
5. B. B. Back et al. (PHOBOS Collaboration), Nucl. Phys. A **757**, 28 (2005).
6. J. Adams et al. (STAR Collaboration), Nucl. Phys. A **757**, 102 (2005).
7. K. Adcox et al. (PHENIX Collaboration), Nucl. Phys. A **757**, 184 (2005).
8. B. Muller, J. Schukraft, and B. Wyslouch, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **62**, 361 (2012).
9. N. Armesto and E. Scapparini, Eur. Phys. J. Plus **131**, 52 (2016).

10. I. P. Lokhtin, L. V. Malinina, S. V. Petrushanko, A. M. Snigirev, I. Arsene, and K. Tywoniuk, *Comput. Phys. Commun.* **180**, 779 (2009).
11. И. П. Лохтин, Л. В. Малинина, С. В. Петрушанко, А. М. Снигирев, *ЯФ* **73**, 2196 (2010).
12. I. P. Lokhtin, A. V. Belyaev, L. V. Malinina, S. V. Petrushanko, E. P. Rogochaynaya, and A. M. Snigirev, *Eur. Phys. J. C* **72**, 2045 (2012).
13. L. V. Bravina, B. H. Bruschheim Johansson, G. Kh. Eyyubova et al., *Eur. Phys. J. C* **74**, 2807 (2014).
14. L. V. Bravina, G. Kh. Eyyubova, V. L. Korotkikh et al., *Phys. Rev. C* **91**, 064907 (2015).
15. L. V. Bravina, E. S. Fotina, V. L. Korotkikh et al., *Eur. Phys. J. C* **75**, 588 (2015).
16. I. P. Lokhtin, A. V. Belyaev, G. Kh. Eyyubova, G. Ponomatkin, and E. Yu. Pronina, *J. Phys. G* **43**, 125104 (2016).
17. И. П. Лохтин, А. В. Беляев, Г. Пониматкин, Е. Ю. Пронина, Г. Х. Эйюбова, *ЖЭТФ* **151**, 285 (2017).
18. J. Crkovska, J. Bielcik, L. Bravina et al., *Phys. Rev. C* **95**, 014910 (2017).
19. И. П. Лохтин, А. А. Сидорова, *ЖЭТФ* **155**, 656 (2019).
20. E. G. Boos et al., *Phys. Scripta* **15**, 305 (1977).
21. K. Alpgard et al. (UA5 Collaboration), *Phys. Lett. B* **123**, 361 (1983).
22. Л. В. Бравина, Н. С. Амелин, М. Ю. Боголюбовский и др., *ЯФ* **50**, 392 (1989).
23. J. Adam et al. (ALICE Collaboration), *JHEP* **1505**, 097 (2015).
24. L. K. Chen, D. Kiang, and C. K. Chew, *Phys. Lett. B* **408**, 422 (1997).
25. B. Back et al. (PHOBOS Collaboration), *Phys. Rev. C* **74**, 011901 (2006).
26. B. Srivastava et al. (STAR Collaboration), *Int. J. Mod. Phys. E* **16**, 3371 (2007).
27. J. Jia (for ATLAS Collaboration), *Nucl. Phys. A* **956**, 405 (2016).
28. I. Altsybeev (for ALICE Collaboration), *KnE Energ. Phys.* **3**, 304 (2018).
29. K. Wraight and P. Skands, *Eur. Phys. J. C* **71**, 1628 (2011).
30. V. Vechernin, *Nucl. Phys. A* **939**, 21 (2015).
31. L. V. Bravina, J. Bleibel, and E. E. Zabrodin, *Phys. Lett. B* **787**, 146 (2018).
32. N. S. Amelin, R. Lednicky, T. A. Pocheptsov et al., *Phys. Rev. C* **74**, 064901 (2006).
33. N. S. Amelin, R. Lednicky, I. P. Lokhtin et al., *Phys. Rev. C* **77**, 014903 (2008).
34. G. Torrieri, S. Steinke, W. Broniowski, W. Florkowski, J. Letessier, and J. Rafelski, *Comput. Phys. Commun.* **167**, 229 (2005).
35. I. P. Lokhtin and A. M. Snigirev, *Eur. Phys. J. C* **45**, 211 (2006).
36. T. Sjostrand, S. Mrenna, and P. Skands, *JHEP* **0605**, 026 (2006).
37. T. Sjostrand, S. Mrenna, and P. Skands, *Comput. Phys. Commun.* **178**, 852 (2008).
38. R. Baier, Yu. L. Dokshitzer, A. H. Mueller, S. Peigne, and D. Schiff, *Nucl. Phys. B* **483**, 291 (1997).
39. R. Baier, Yu. L. Dokshitzer, A. H. Mueller, S. Peigne, and D. Schiff, *Phys. Rev. C* **60**, 064902 (1999).
40. R. Baier, Yu. L. Dokshitzer, A. H. Mueller, and D. Schiff, *Phys. Rev. C* **64**, 057902 (2001).
41. Yu. L. Dokshitzer and D. Kharzeev, *Phys. Lett. B* **519**, 199 (2001).
42. J. D. Bjorken, *Fermilab Preprint Pub-82/29-THY* (1982).
43. E. Braaten and M. Thoma, *Phys. Rev. D* **44**, 1298 (1991).
44. I. P. Lokhtin and A. M. Snigirev, *Eur. Phys. J. C* **16**, 527 (2000).
45. J. D. Bjorken, *Phys. Rev. D* **27**, 140 (1983).
46. K. Tywoniuk, I. C. Arsene, L. Bravina, A. B. Kaidalov, and E. Zabrodin, *Phys. Lett. B* **657**, 170 (2007).