

# НАПРАВЛЯЕМЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ МОДЫ С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ КОНСТАНТАМИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ В ПЛОСКИХ МАССИВАХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ

А. А. Анастасиев<sup>а</sup>, А. Л. Бурин<sup>б</sup>, **Ю. Каган**<sup>а</sup>, И. Я. Полищук<sup>с\*</sup>, Ю. И. Полищук<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»  
123182, Москва, Россия

<sup>б</sup> Кафедра химии, Тулейнский университет  
70118, Новый Орлеан, Луизиана, США

<sup>с</sup> Московский физико-технический институт (государственный университет)  
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 15 апреля 2019 г.,  
после переработки 15 апреля 2019 г.  
Принята к публикации 3 июня 2019 г.

Рассматриваются направляемые оптические моды в массивах одинаковых металлических волноводов круглого сечения, оси которых параллельны друг другу, лежат в одной плоскости и эквидистантны. К настоящему времени хорошо изучены свойства таких мод только в случае нулевой константы распространения  $\beta = 0$ , когда оптический импульс распространяется строго перпендикулярно осям волноводов. Показано, что в случае  $\beta \neq 0$  возникает новая ветвь направляемых мод. Детально изучен случай, когда волноводы изготовлены из серебра. Обнаружено, что при достаточно малых константах распространения дисперсионная кривая новой моды целиком расположена ниже окна прозрачности материала волновода. Получены условия, при которых дисперсионная кривая с  $\beta \neq 0$  целиком попадает в окно прозрачности. Для получения результатов использован формализм многократного рассеяния, основанный на разложении электромагнитных полей по векторным цилиндрическим гармоникам. Кратко обсуждается случай, когда волноводы изготовлены из других материалов (медь и золото).

DOI: 10.31857/S0044451020010010

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Оптические волноводы являются неотъемлемыми компонентами разнообразных оптических и оптоэлектронных устройств. В большинстве случаев они отвечают за передачу оптического сигнала между различными частями того или иного устройства. Тенденция к миниатюризации приводит к тому, что взаимодействие различных волноводов внутри устройства оказывается значительным. На первый взгляд, это взаимодействие оказывает только негативное влияние, в частности, разрушая передаваемый сигнал. Однако в некоторых случаях оно может быть использовано в практических целях. В частности, это касается плоских массивов идентичных волноводов круглого сечения. Такие массивы относятся к семейству низкоразмерных

фотонных кристаллов, которые могут быть изготовлены на основе диэлектриков (полупроводников) (см. [1]), металлов [2] и даже сверхпроводников [3].

В работах [4, 5] было продемонстрировано, что коллективные моды, возникающие вследствие взаимодействия диэлектрических микросфер, центры которых расположены на одной прямой или одной окружности, обладают свойствами, которые не имеют места для изолированной микросферы. В частности, добротность для мод шепчущей галереи (whispering gallery modes) существенно выше в системе взаимодействующих микросфер. Направляемым модам в плоских массивах цилиндрических волноводов посвящено множество работ (см. [6] и ссылки там же). В частности, в работе [6] показано, что моды с большим показателем добротности формируются исключительно благодаря взаимодействию волноводов, а соответствующий сигнал распространяется практически без потерь на излуче-

\* E-mail: iyp Polishchuk@gmail.com

ние, связанных с возможностью конверсии этого сигнала в свободный фотон. Это условие определяется соответствующим законом дисперсии моды в массиве. Условие отсутствия потерь требует также, чтобы частота направляемой моды находилась в пределах окна прозрачности материала волновода. Существенно, что оба этих критерия могут соблюдаться в массивах волноводов, но вовсе не иметь места для уединенного волновода. В системах диэлектрических волноводов, расположенных по окружности, наблюдаются похожие коллективные эффекты [7]. Отметим, что существование коллективных мод с аналогичными свойствами в периодических цепочках, образованных возбужденными ядрами, было предсказано более 50 лет назад [8]. В работе [9], посвященной неустойчивости экситонного спектра молекулярных кристаллов, также отмечались описанные эффекты.

Распространение оптических импульсов в цепочке, образованной металлическими наночастицами, впервые было рассмотрено в работе [10]. В недавней работе [11] были изучены плазмонные моды, пространственно-локализованные вблизи плоского массива эквидистантно расположенных волноводов, изготовленных из серебра. Однако рассмотрение было ограничено случаем нулевой константы распространения  $\beta$ , которая является проекцией импульса плазмона на ось волновода. Интерес к исследованию плазмонов с  $\beta \neq 0$  обусловлен тем, что они важны для ряда прикладных проблем. Кроме того, эти моды важны для моделирования оптических явлений, имеющих аналоги в физике твердого тела. В частности, к таким эффектам относятся андерсоновская локализация, оптические блоховские осцилляции, туннелирование Блоха – Зинера и т. д. [12–17].

В настоящей работе мы изучаем направляемые моды в плоских массивах металлических волноводов при ненулевых константах распространения. Выбор именно серебра в качестве материала волноводов, в частности, обусловлен возможностью соотнести наши результаты с результатами работы [11]. Мы показываем, что в случае  $\beta \neq 0$  возникает новая ветвь направляемых мод. При достаточно малых значениях  $\beta$  эти моды расположены ниже окна прозрачности материала волновода. По мере увеличения  $\beta$  они смещаются в сторону окна прозрачности. При определенном значении константы распространения  $\beta_{min}$  щель между дисперсионной кривой и дном окна прозрачности исчезает. Начиная с  $\beta = \beta_{max}$ , вся кривая располагается целиком внутри окна прозрачности.

Статья построена следующим образом. В разд. 2 рассматривается плоская система металлических волноводов. Следуя работе [6], мы приводим основные соотношения формализма многократного рассеяния, который основан на точном решении задачи рассеяния плоской электромагнитной волны уединенным цилиндром бесконечной длины [18]. Здесь же выводится дисперсионное уравнение для собственных мод системы и описывается способ его решения. В разд. 3 обсуждаются полученные результаты и проводится сравнение с имеющимися в литературе данными.

Всюду ниже мы полагаем магнитную проницаемость волноводов и окружающей среды равными 1. Показатель преломления окружающей среды  $n_0 = 1$ . Используется система единиц, в которой скорость света в вакууме равна  $c = 1$ .

## 2. ТЕОРИЯ

Рассмотрим плоский массив, состоящий из  $N$  одинаковых цилиндрических волноводов. Расстояние между ближайшими волноводами  $a$ , радиус каждого волновода  $R$ , показатель преломления  $n$  (рис. 1).

Мы ищем решение уравнений Максвелла, которое является конечным внутри волноводов и убывает по мере удаления от системы, т. е. при  $y \rightarrow \infty$ . Формализм многократного рассеяния, использованный ниже, основан на разложении электромагнитного поля в ряд по векторным цилиндрическим гармоникам.

Далее при описании подхода мы главным образом следуем работе [6]. Однако, учитывая сложности вычислительного характера, возникающие в

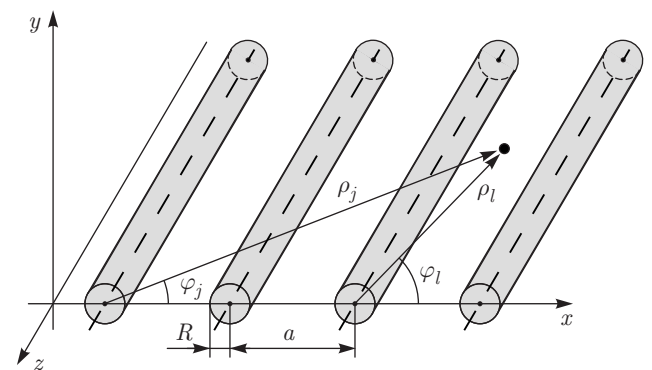


Рис. 1. Периодический массив волноводов. Показаны полярные координаты радиус-вектора  $\mathbf{r}$  относительно различных волноводов

процессе численного моделирования, целесообразно представить электрическое поле в волноводе следующим образом (несколько отличном от работы [6]):

$$\tilde{\mathbf{E}}_j(t, \mathbf{r}) = e^{-i\omega t + i\beta z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{im\phi_j}}{J_m(\chi R)} \times \\ \times [c_{jm} \tilde{\mathbf{N}}_{\omega'\beta m}(\rho_j) - d_{jm} \tilde{\mathbf{M}}_{\omega'\beta m}(\rho_j)]. \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{r} = (\boldsymbol{\rho}, z)$ ;  $\rho_j = |\boldsymbol{\rho} - \mathbf{a}j| < R$ ;  $\phi_j$  — угол, который составляет вектор  $\boldsymbol{\rho} - \mathbf{a}j$  с осью  $x$  (см. рис. 1);  $\omega$  и  $\beta$  — соответственно частота моды и константа распространения;  $\omega' = n\omega$ ;  $c_{jm}$  и  $d_{jm}$  — парциальные амплитуды при векторных цилиндрических гармониках  $\tilde{\mathbf{N}}_{\omega'\beta m}$  и  $\tilde{\mathbf{M}}_{\omega'\beta m}$  (явное выражение гармоник приведено в [6]);  $J_m(x)$  — функция Бесселя,  $\chi = \sqrt{n^2\omega^2 - \beta^2}$ . Магнитное поле в волноводе  $\tilde{\mathbf{B}}_j(t, \mathbf{r})$  может быть получено из выражения (1) путем замены парциальных амплитуд  $c_{jm}$  и  $d_{jm}$  выражениями  $nd_{jm}$  и  $-nc_{jm}$  соответственно.

Теперь рассмотрим электромагнитное поле вне волноводов. Электрическое поле представляет собой суперпозицию вкладов от каждого из  $N$  волноводов в системе:

$$\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N \mathbf{E}_j(t, \mathbf{r}), \quad (2)$$

где

$$\mathbf{E}_j(t, \mathbf{r}) = e^{-i\omega t + i\beta z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{im\phi_j}}{H_m^{(1)}(\chi_0 R)} \times \\ \times [a_{jm} \mathbf{N}_{\omega\beta m}(\rho_j) - b_{jm} \mathbf{M}_{\omega\beta m}(\rho_j)]. \quad (3)$$

Здесь  $a_{jm}$  и  $b_{jm}$  — парциальные амплитуды при векторных цилиндрических гармониках  $\mathbf{N}_{\omega\beta m}$  и  $\mathbf{M}_{\omega\beta m}$  другого типа (их явное выражение приводится в работе [6]). Далее,  $H_m^{(1)}(x)$  — функция Ганкеля первого рода,  $\chi_0 = \sqrt{\omega^2 - \beta^2}$ . Магнитное поле вне волноводов  $\mathbf{B}_j(t, \mathbf{r})$  может быть получено из выражения (3) путем замены парциальных амплитуд  $a_{jm}$  и  $b_{jm}$  выражениями  $b_{jm}$  и  $-a_{jm}$  соответственно.

Отметим, что, в отличие от работы [6], в знаменателях выражений (1) и (3) введены нормировочные множители  $J_m(\chi R)$  и  $H_m^{(1)}(\chi_0 R)$  с целью повышения точности расчетов в процессе численного моделирования.

Электрическое и магнитное поля внутри и снаружи массива должны удовлетворять граничным условиям для уравнений Максвелла на поверхности каждого из  $N$  волноводов, составляющих систему. Это требование приводит к системе уравнений,

определяющих парциальные амплитуды. В результате мы получаем систему однородных алгебраических уравнений для амплитуд  $a_{jm}$  и  $b_{jm}$ :

$$S_m \begin{pmatrix} a_{jm} \\ b_{jm} \end{pmatrix} - \\ - \sum_{l \neq j} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{H_{m-n}^{(1)}(\chi_0 a|l-j|) J_m(\chi_0 R)}{H_n^{(1)}(\chi_0 R)} \times \\ \times [\text{sign}(l-j)^{n-m}] \begin{pmatrix} a_{ln} \\ b_{ln} \end{pmatrix} = 0, \quad (4)$$

а парциальные амплитуды  $c_{jm}$  и  $d_{jm}$  выражаются через решение уравнения (4) следующим образом:

$$\begin{pmatrix} c_{jm} \\ d_{jm} \end{pmatrix} = -F \begin{pmatrix} i\frac{B}{E} & 1 \\ -\frac{1}{n} & i\frac{A}{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{jm} \\ b_{jm} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

В формулах (4), (5) использованы следующие обозначения:

$$S_m = - \begin{pmatrix} \frac{BC - E^2}{AB - E^2} & F \\ -F & \frac{AD - E^2}{AB - E^2} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$A = \frac{1}{\chi_0} \frac{J'_m(\chi_0 R)}{J_m(\chi_0 R)} - \frac{n^2}{\chi} \frac{J'_m(\chi R)}{J_m(\chi R)},$$

$$B = \frac{1}{\chi_0} \frac{J'_m(\chi_0 R)}{J_m(\chi_0 R)} - \frac{1}{\chi} \frac{J'_m(\chi R)}{J_m(\chi R)},$$

$$C = \frac{1}{\chi_0} \frac{H_m^{(1)'}(\chi_0 R)}{H_m^{(1)}(\chi_0 R)} - \frac{n^2}{\chi} \frac{J'_m(\chi R)}{J_m(\chi R)},$$

$$D = \frac{1}{\chi_0} \frac{H_m^{(1)'}(\chi_0 R)}{H_m^{(1)}(\chi_0 R)} - \frac{1}{\chi} \frac{J'_m(\chi R)}{J_m(\chi R)},$$

$$E = \frac{\beta m}{\omega R} \left( \frac{1}{\chi_0^2} - \frac{1}{\chi^2} \right),$$

$$F = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\chi_0^2 R} \frac{1}{J_m(\chi_0 R) H_m^{(1)}(\chi_0 R)} \frac{E}{AB - E^2},$$

причем штрих обозначает производную по аргументу соответствующей функции. Таким образом, для определения электромагнитного поля, описывающего направляемую моду, необходимо решить систему однородных линейных уравнений (4). Поскольку рассматриваемый нами массив волноводов является периодическим, решение уравнения (4) должно иметь форму блоховской волны, характеризующейся квазиволновым вектором  $k_x = k$ :

$$\begin{pmatrix} a_{jm} \\ b_{jm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_m \\ b_m \end{pmatrix} e^{ikaj}, \quad -\pi < ka < \pi. \quad (7)$$

Подстановка выражения (7) в уравнение (4) дает

$$S_m \begin{pmatrix} a_m \\ b_m \end{pmatrix} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_m(\kappa_0 R)}{H_n^{(1)}(\kappa_0 R)} \times \\ \times U_{m-n} \left( \frac{ka}{\pi}, \frac{\kappa_0 a}{\pi} \right) \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = 0, \quad (8)$$

где

$$U_n(x, y) = \\ = \sum_{L=1}^{\infty} H_n^{(1)}(\pi y L) (e^{i\pi x L} + (-1)^n e^{-i\pi x L}). \quad (9)$$

Решеточная сумма в выражении (9) сходится медленно. Для оптимизации временных затрат при численном моделировании целесообразно переписать  $U_n(x, y)$  в виде быстро сходящегося ряда. Для этого используется подход, описанный в работе [19]. Таким образом, получаем

$$U_0(x, y) = -1 - \frac{2i}{\pi} \left( C + \ln \frac{y}{4} \right) + \frac{2}{\pi y \sqrt{1 - z_0^2}} + \\ + \frac{2}{\pi y} \sum_{\mu=1}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - z_{\mu}^2}} + \frac{1}{\sqrt{1 - z_{-\mu}^2}} + \frac{iy}{\mu} \right), \quad (10)$$

где  $C = 0.577\dots$  — постоянная Эйлера. Для положительных значений индексов  $\nu$  имеем

$$U_{\nu}(x, y) = \frac{2}{\pi} \frac{e^{-i\pi\nu}}{y} \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{e^{-i\nu \arcsin z_{\mu}}}{\sqrt{1 - z_{\mu}^2}} + \frac{2}{\pi y} \sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{e^{i\nu \arcsin z_{-\mu}}}{\sqrt{1 - z_{-\mu}^2}} + \frac{i}{\pi\nu} (1 + e^{-i\pi\nu}) + \\ + \begin{cases} \frac{i}{\pi} \sum_{m=1}^n \frac{(-1)^m 2^{2m} (n+m-1)!}{(n-m)!(2m)!} \left( \frac{2}{y} \right)^{2m} B_{2m} \left( \frac{x}{2} \right), & \nu = 2n, \\ -\frac{2}{\pi} \sum_{m=0}^n \frac{(-1)^m 2^{2m} (n+m)!}{(n-m)!(2m+1)!} \left( \frac{2}{y} \right)^{2m+1} B_{2m+1} \left( \frac{x}{2} \right), & \nu = 2n+1, \end{cases} \quad (11)$$

где  $z_{\mu} = x/y + 2\mu/y$ ,  $B_n(x)$  — полином Бернулли. Для решеточных сумм с отрицательным индексом следует воспользоваться соотношением  $U_{-\nu} = (-1)^{\nu} U_{\nu}$ .

Уравнение (8) имеет нетривиальные решения только при условии

$$\det \left\| S_m \delta_{m,n} - \frac{J_m(\kappa_0 R)}{H_n^{(1)}(\kappa_0 R)} \times \right. \\ \left. \times U_{m-n} \left( \frac{ka}{\pi}, \frac{\kappa_0 a}{\pi} \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\| = 0. \quad (12)$$

Это уравнение неявным образом определяет закон дисперсии направляемой моды  $\omega = \omega(\beta, k)$  как функцию константы распространения  $\beta$  и квазивольного вектора  $k$ .

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Применим полученные выше соотношения к исследованию направляемых мод в массиве, который был рассмотрен в работе [11]. Соответственно, радиус каждого волновода берется равным  $R = 25$  нм, расстояние между ближайшими волноводами  $a = 51$  нм. Как и в работе [11], материалом волнопроводов является серебро, диэлектрическая проницаемость которого в интересующем нас диапазоне

частот взята из работы [20]. Также был проведен расчет в рамках модели Друде–Лоренца (см. [21]):

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} - \frac{\varepsilon_1 \omega_0^2}{\omega^2 + 2i\omega\delta - \omega_0^2}. \quad (13)$$

Метод наименьших квадратов, использованный для аппроксимации экспериментальных данных из [20] уравнением (13), дает  $\omega_p = 9.146$  эВ,  $\gamma = 1.899 \cdot 10^{-2}$  эВ,  $\varepsilon_1 = 2.590$ ,  $\omega_0 = 6.527$  эВ,  $\delta = 2.189$  эВ.

Система уравнений (12) решалась в среде MatLab с помощью разработанного нами программного кода. Результаты численного моделирования приведены на рис. 2–4.

Дисперсионные кривые на рис. 2 отвечают направляемым модам с нулевой константой распространения  $\beta = 0$ . Этот рисунок воспроизводит результаты статьи [11]. Треугольниками изображена фундаментальная мода, звездочками — первая продольная. Эти моды получены с использованием табличных данных для диэлектрической проницаемости из [20]. Штрихпунктирные кривые отвечают тем же модам, полученным в рамках приближения Друде–Лоренца.

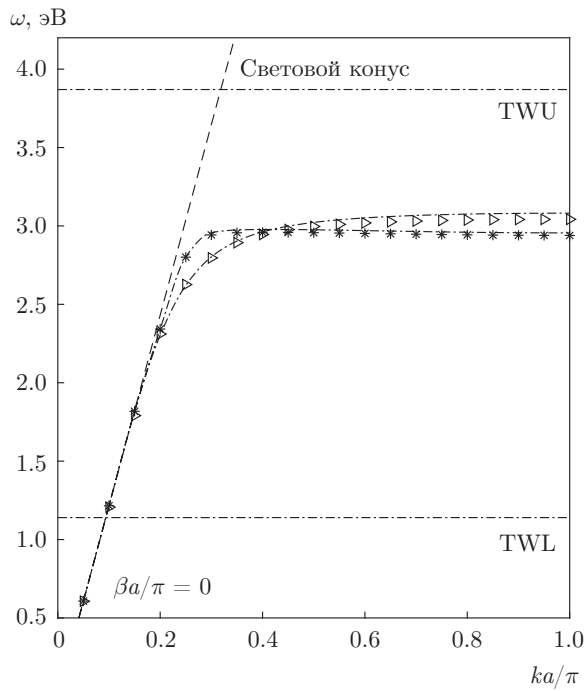


Рис. 2. Закон дисперсии  $\omega(k)$  направляемой моды в случае  $\beta = 0$ . Горизонтальные штрихпунктирные линии TWU и TWL отвечают соответственно верхней и нижней границам окна прозрачности

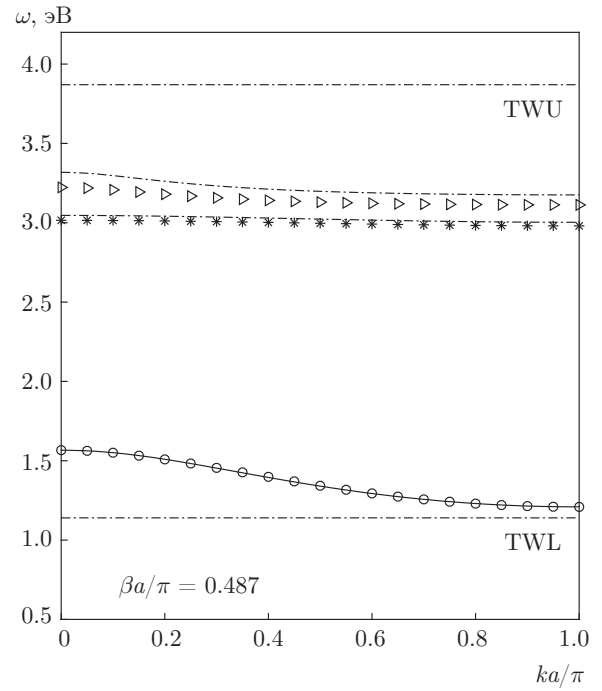


Рис. 4. Дисперсионные кривые в случае  $\beta = 0.487\pi/a$ . Обозначения такие же, как на рис. 2 и 3

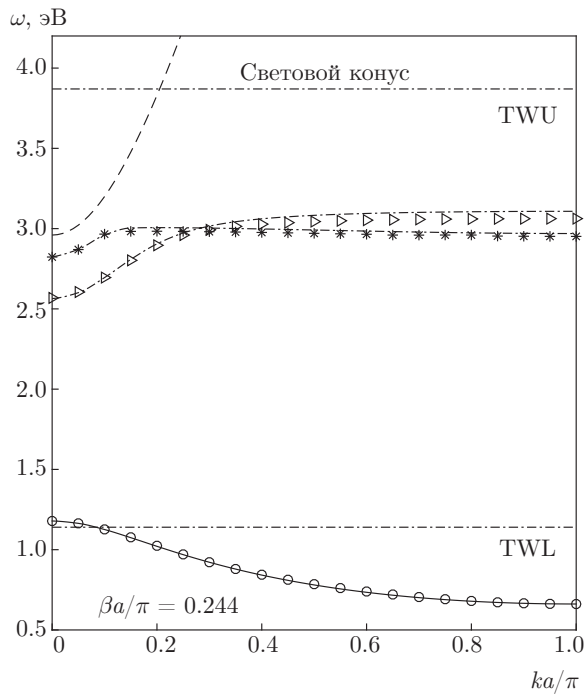


Рис. 3. Закон дисперсии направляемых мод  $\omega(k)$  в случае  $\beta_{min} = 0.244\pi/a$

При ненулевых константах распространения  $\beta \neq 0$  возникает новая мода. Как показывает численное моделирование, при  $\beta < 0.244\pi/a$  она целиком расположена ниже окна прозрачности серебра. Для массива, рассмотренного в настоящей работе, это отвечает константе распространения  $\beta_{min} \approx 15 \text{ мкм}^{-1}$ . На рис. 3 новая мода изображается кружками в случае диэлектрической проницаемости, взятой из [20]. Сплошная кривая представляет закон дисперсии  $\omega(k)$  новой моды, полученный в приближении Друде–Лоренца.

При увеличении константы распространения от 0 до  $\beta_{min}$  моды, изображенные на рис. 2, эволюционируют. На рис. 3 им соответствуют треугольники и звездочки, так же как и штрихпунктирные линии рядом с ними. Обозначения такие же, как на рис. 2. При дальнейшем увеличении константы распространения длинноволновая часть дисперсионной кривой новой моды входит в окно прозрачности. По достижении значения  $\beta_{max} = 0.487\pi/a$  она целиком сдвигается в окно прозрачности, как показано на рис. 4. Для рассматриваемого массива  $\beta_{max} = 30 \text{ мкм}^{-1}$ .

Отметим, что результаты, полученные в рамках модели Друде–Лоренца, отличаются от результатов, полученных с использованием табличных данных о диэлектрической проницаемости, менее чем

на 3%. В процессе численного моделирования учитывается конечное количество членов в разложениях (1) и (3), т. е.  $|m| < m_{max}$ . Как показывает анализ,  $m_{max} = 10$  достаточно, чтобы воспроизводить новую моду с точностью не хуже 1%. В то же время для воспроизведения результатов работы [11] с той же точностью необходимо взять  $m_{max} = 20$ .

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучен закон дисперсии направляемых мод в плоских массивах близко расположенных волноводов. Отметим, что, в отличие от работы [11], была учтена мнимая часть диэлектрической проницаемости. Показано, что в дополнение к результатам, полученным в [11], при ненулевых константах распространения  $\beta \neq 0$  возникает новый тип направляемых мод в системе серебряных цилиндров. В случае  $0 < \beta < \beta_{min}$  новая мода сильно поглощается материалом волновода. Однако, начиная с некоторых значений констант распространения  $\beta > \beta_{max}$  она при всех значениях квазиволнового вектора  $k$  попадает в окно прозрачности серебра, где потери малы (тангенс угла потерь меньше 0.05). Также была изучена эволюция фундаментальной поперечной и первой продольной мод при увеличении  $\beta$  от нуля до  $\beta_{max}$ . В работе [11] было показано, что эти моды могут иметь одинаковую частоту при одном и том же квазиволновом векторе. Описанное свойство может быть полезно для реализации переключения между этими модами. Однако, как следует из рис. 4, при достаточно больших значениях  $\beta$  эта особенность спектра исчезает. Кроме того, при  $\beta = 0$  моды, изображенные на рис. 2, обладают сильной дисперсией, но по мере увеличения  $\beta$  они постепенно становятся бездисперсионными (рис. 3 и 4).

Имеются два механизма затухания направляемых мод. Первый из них — это поглощение материалом волновода. Мы исключили такую возможность, поскольку рассматриваем моды, распространяющиеся в окне прозрачности. Второй механизм связан с возможностью перехода направляемой моды в свободный фотон. Этот канал затухания запрещен, если закон дисперсии удовлетворяет соотношению  $\omega < \sqrt{k^2 + \beta^2}$  (см. работу [6]). Направляемые моды на рис. 2–4 подчиняются этому условию и, следовательно, являются безызлучательными.

В заключение коротко обсудим особенности рассмотренных массивов, волноводы в которых изготовлены из золота или меди. Аналогичное моделирование показывает, что при  $\beta = 0$  в таких

системах имеются моды, свойства которых схожи со свойствами мод, описанных в работе [11]. Однако они расположены вблизи верхней границы окна прозрачности и не обладают достаточно большой добротностью. Как и в случае волноводов, изготовленных из серебра, положение мод с  $\beta \neq 0$  в этих системах относительно окна прозрачности оказывается сильно зависящим от величины константы распространения. Таким образом, с помощью выбора подходящего значения  $\beta$  новую моду можно переместить в область частот, где поглощение материала волновода минимально.

**Благодарности.** Авторы выражают благодарность В. П. Крайнову за обсуждение полученных результатов.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты №№ 18-32-00204 (AAA, YuIP), 19-02-00433 (IYP)) и Национального научного фонда (грант NSF 1900568 (ALB)).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A. R. McCurn and A. A. Maradudin, Phys. Rev. B **48**, 17576 (1993).
2. V. Kuzmiak and A. A. Maradudin, Phys. Rev. B **55**, 7427 (1997).
3. O. L. Berman, M. I. Gozman, S. L. Eiderman, and R. D. Coalson, Phys. Rev. B **74**, 092505 (2006).
4. G. S. Blaustein, M. I. Gozman, O. Samoylova, I. Ya. Polishchuk, and A. L. Burin, Opt. Express **15**, 17380 (2007).
5. I. Ya. Polishchuk, M. I. Gozman, G. S. Blaustein, and A. L. Burin, Phys. Rev. E **81**, 026601 (2010).
6. I. Ya. Polishchuk, A. A. Anastasiev, E. A. Tsyv-kunova, M. I. Gozman, S. V. Solov'ov, and Yu. I. Polishchuk, Phys. Rev. A **95**, 053847 (2017).
7. E. N. Bulgakov and A. F. Sadreev, Phys. Rev. A **97**, 033834 (2018).
8. Yu. Kagan and A. M. Afanas'ev, JETPh **50**, 271 (1966) [Sov. Phys. JETP **23**, 178 (1966)].
9. V. M. Agranovich and O. A. Dubovskii, Pis'ma v Zh. Eksp. Theor. Fiz. **3**, 345 (1966) [Sov. Phys. JETP Lett. **3**, 223 (1966)].
10. S. A. Maier, P. G. Kik, and H. A. Atwater, Phys. Rev. B **67**, 205402 (2003).

11. S. Belan and S. Vergeles, *Opt. Mat. Express* **5**, 130 (2015).
12. M. J. Zheng, J. J. Xiao, and K. W. Yu, *Phys. Rev. A* **81**, 033829 (2010).
13. F. Lederer, G. I. Stegemanb, D. N. Christodoulides, G. Assanto, M. Segev, and Y. Silberberg, *Phys. Rep.* **463**, 1 (2008).
14. D. N. Christodoulides, F. Lederer, and Y. Silberberg, *Nature (London)* **424**, 817 (2003).
15. A. Szameit, T. Pertsch, S. Nolte, A. Tunnermann, and F. Lederer, *Phys. Rev. A* **77**, 043804 (2008).
16. F. Dreisow, A. Szameit, M. Heinrich, T. Pertsch, S. Nolte, A. Tunnermann, and S. Longhi, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 076802 (2009).
17. M. I. Gozman, Yu. I. Polishchuk, I. Ya. Polishchuk, and E. A. Tsivkunova, *Sol. St. Comm.* **213**, 16 (2015).
18. H. C. Van de Hulst, *Light Scattering by Small Particles*, Dover Publ., Inc., New York (1981).
19. V. Twersky, *Arch. Rational Mech. Anal.* **8**, 323 (1961).
20. P. Johnson and R. Christy, *Phys. Rev. B* **6**, 4370 (1972).
21. Yu. E. Lozovik and S. L. Eiderman, *Math. Mod.* **18**, 35 (2006).