

# ЭФФЕКТ ОГИБАНИЯ СВЕТОМ В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОМ СЛОЕ С КВАЗИНУЛЕВЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ОГРАНИЧЕННЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ

*О. Н. Гадомский\**, *И. А. Щукарев\*\**

*Ульяновский государственный университет  
432017, Ульяновск, Россия*

Поступила в редакцию 20 ноября 2015 г.

Показано, что под действием ограниченных пучков света возможно эффективное преобразование внешнего оптического излучения в диапазоне длин волн от 450 до 1200 нм в поверхностную волну, распространяющуюся вдоль внешней и внутренней границ плоскопараллельного слоя с квази нулевым показателем преломления. Рассматриваются режимы отражения с комплексными и действительными углами преломления в слое. Слой с квази нулевым показателем преломления в данной граничной задаче находится на высокоотражающей металлической подложке, и показано, что достигается равномерное малое отражение света в рассматриваемом диапазоне длин волн.

DOI: 10.7868/S0044451016080022

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В работах [1–3] была решена граничная задача взаимодействия плоских электромагнитных волн с плоской границей раздела вакуум – полубесконечная среда с квази нулевым показателем преломления, а также граничная задача взаимодействия плоских электромагнитных волн с плоскопараллельным слоем, обладающим квази нулевым показателем преломления, на поверхности полубесконечных поглощающих и непоглощающих оптических сред. В данной статье решена граничная задача взаимодействия ограниченного светового пучка с плоскопараллельным слоем, обладающим квази нулевым показателем преломления, на поверхности полубесконечной прозрачной или поглощающей среды.

Известно [4–6], что при взаимодействии ограниченного в пространстве пучка света с границей раздела двух сред в условиях полного внутреннего отражения наблюдаются продольный и поперечный сдвиги отраженного луча по сравнению с падающим лучом. Величина продольного смещения луча сравнима с глубиной его проникновения в среду и по

порядку величины близка к длине волны внешнего излучения. Вследствие дифракции, обусловленной конечными размерами падающего пучка, наряду с продольным смещением пучка наблюдается латеральная волна, распространяющаяся вдоль поверхности, которая играет роль волновода. Латеральная волна возникает при угле падения пучка, превышающем критический угол всего на величину порядка  $1^\circ$ , и распространяется на расстояние, на несколько порядков превышающее величину продольного смещения. При этом интенсивность латеральной волны значительно меньше (приблизительно в  $10^8$  раз) интенсивности падающего пучка света, поэтому основная энергия падающего излучения преобразуется в энергию геометрического отражения света с отражательной способностью, близкой к единице. В данной статье показано, что при падении из вакуума ограниченного в пространстве светового пучка на слой с квази нулевым показателем преломления формируются новые по сравнению с известными [4–6] режимы отражения света, обусловленные случайным показателем преломления слоя в области допустимых значений от нуля до некоторого значения  $\Delta n_2$ , определяемого из экспериментальных спектров отражения.

Значительное внимание специалистов уделяется исследованию метаматериалов с нулевым и близким к нулю показателем преломления с учетом их уникальных свойств и возможных приложений [7–16].

\* E-mail: gadomsky@mail.ru

\*\* E-mail: blacxpress@gmail.com

Отличительной особенностью этих материалов является сильная дисперсионная зависимость от частоты внешнего поля, анизотропия диэлектрической и магнитной проницаемости, большое поглощение электромагнитных волн в этих материалах. Этим объясняется тот факт, что близкие к нулю значения показателя преломления этих материалов реализуются лишь в узком диапазоне длин волн. Представляет, однако, значительный интерес получить такие материалы, которые обладают малыми показателями преломления и поглощения в широком диапазоне длин волн, например, во всем видимом и ближнем ИК-диапазонах. О синтезе таких материалов и способах нанесения этих материалов на различные поверхности нами сообщалось ранее в работах [17–19], а методы синтеза этих материалов описаны в наших патентах [20, 21]. Опубликована монография [2], в которой представлены теоретические и экспериментальные доказательства того, что синтезируемые нами материалы действительно обладают квазиулевым показателем преломления в широком диапазоне длин волн, по крайней мере, от 450 до 1200 нм. Эти материалы, полученные с помощью внедрения наночастиц серебра в полимерную матрицу, мы относим к новому классу материалов, поскольку, в отличие от диэлектриков, полупроводников и металлов, а также от указанных выше метаматериалов, они обладают малым показателем преломления и одновременно малым поглощением в широком диапазоне длин волн. В [2] показано, что эти материалы обладают уникальными оптическими свойствами и могут найти широкое применение, например, в солнечной энергетике для значительного повышения генерации электрической энергии в солнечных установках, для маскировки тел произвольной формы и размеров в видимом и ближнем ИК-диапазонах длин волн.

В работах [1–3] разработан теоретический подход для правильного описания экспериментальных спектров отражения и пропускания композитных слоев на стекле и кремнии, интерпретации таких экспериментально наблюдаемых эффектов, как интерференция света в толстых слоях [18], усиление и фокусировка света в композитном слое с квазиулевым показателем преломления [19], широкополосное оптическое просветление поверхностей [1]. На рис. 1–3 представлены примеры полученных нами экспериментальных спектров отражения и пропускания композитных слоев на стекле по сравнению со спектрами отражения и пропускания полимерных слоев. По расположению интерференционных минимумов в спектрах отражения мы вычисляем пока-

затель преломления слоя, и, как видно из рис. 1, 2, показатель преломления композитного слоя значительно меньше единицы. Оптическое пропускание композитного слоя, как видно из рис. 3, значительно выше оптического пропускания полимерного слоя той же толщины, а это означает, что добавление наночастиц серебра в полимерную матрицу увеличивает ее прозрачность. В работе [19] выведена формула для показателя преломления композитного материала и показано, что в композитном материале с наночастицами серебра возможно достижение нулевого и квазиулевого значений показателя преломления с учетом запаздывающего взаимодействия между наночастицами.

Целью данной статьи является прогнозирование новых эффектов в плоскопараллельном слое с квазиулевым показателем преломления на основе полученных ранее теоретических и экспериментальных результатов. Основное внимание будет уделено эффекту огибания светом (wave flow effect), когда под действием ограниченного в пространстве с гауссовым распределением пространственных спектральных компонент внешнего светового пучка возбуждаются световые волны, распространяющиеся вдоль внешней и внутренних поверхностей бесконечного плоскопараллельного слоя с квазиулевым показателем преломления. При этом учитывается принципиальное отличие синтезируемых нами материалов, позволяющих достигать квазиулевого значения показателя преломления в широкой области длин волн вдали от резонанса, от материалов, разработанных в работах [7–16] для узкого диапазона длин волн.

## 2. УРАВНЕНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В КОМПОЗИТНОЙ СРЕДЕ

Будем рассматривать композитную среду с наночастицами серебра как непрерывную оптическую среду, пренебрегая пока эффектом ближнего поля, связанным с учетом дискретно распределенных наночастиц серебра в окрестности точек наблюдения внутри среды. Эффект ближнего поля для атомарных или молекулярных оптических сред был исследован в нашей работе [22] для объяснения аномалий в формулах Френеля при Брюстеровском отражении света и объяснения прецизионных экспериментов по отражению света от плоской поверхности жидких диэлектриков.

В рамках концепции непрерывности оптической среды имеем следующие интегральные уравнения для напряженностей электрического  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  и магнитного  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  полей [14, 15]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_I(\mathbf{r}, t) + \int \text{rot rot} \frac{\mathbf{P}(\mathbf{r}', t - R/c)}{R} dV', \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{H}_I(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{c} \int \text{rot} \frac{\dot{\mathbf{P}}(\mathbf{r}', t - R/c)}{R} dV', \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\mathbf{E}_I(\mathbf{r}, t)$ ,  $\mathbf{H}_I(\mathbf{r}, t)$  — напряженности электрического и магнитного полей внешней электромагнитной волны, падающей из вакуума на поверхность оптической среды,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\mathbf{r}$  — точка наблюдения внутри или вне среды,  $\mathbf{r}'$  — точки внутри среды или на ее поверхности,  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ , дифференцирование ведется по координатам точки наблюдения. Если точка наблюдения  $r$  находится вне рассматриваемой среды, то интегралы в (1) берутся по всей среде. Если же она расположена внутри среды, то необходимо для устранения расходимости при  $R \rightarrow 0$  исключить небольшую область, ограниченную сферой  $\sigma$  малого радиуса и в конечных формулах устремить радиус этой сферы к нулю.

Вектор поляризации среды в уравнениях (1) имеет вид

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = (qN_0\alpha_{eff} + N_m\alpha_m)\mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

где  $\alpha_{eff}$  — эффективная поляризуемость свободных электронов в сферических наночастицах серебра, определенная в [2],  $q$  — число свободных электронов в наночастице,  $N_0$  — концентрация наночастиц,  $N_m$  и  $\alpha_m$  — концентрация и поляризуемость молекул диэлектрической матрицы композита.

В немагнитной среде, какой является рассматриваемая среда с квазиулевым показателем преломления, достаточно исследовать в (1) лишь уравнение для напряженности электрического поля. Вычисление напряженности магнитного поля можно провести с помощью известного соотношения, связывающего напряженности электрического и магнитного полей плоской электромагнитной волны [23].

Внешнее поле  $\mathbf{E}_I(\mathbf{r}, t)$  в виде ограниченного светового пучка представим следующим образом ( $xz$  — плоскость падения):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_I(x, z, t) &= \exp(-i\omega t)E_0 \int_0^\infty \mathbf{A}_0(\Delta\theta) \times \\ &\times \exp(-ik_0x \sin \Delta\theta) \exp(-ik_0z \cos \Delta\theta) d\Delta\theta = \\ &= T(R_1)\mathbf{E}_I(\theta), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $T(R_1)$  — линейный оператор, преобразующий плоскую электромагнитную волну  $\mathbf{E}_I$  в ограниченный световой пучок радиуса  $R_1$ ,  $E_0$  — пиковое значение амплитуды поля в пучке,  $\Delta\theta = \theta - \theta_1$ ,  $k_0 = \omega/c$ ,  $\omega$  — частота внешней волны. С помощью линейного оператора  $T(R_1)$  в линейном приближении, когда вектор поляризации  $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$  композитной среды является линейной функцией поля  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ , решение поставленной граничной задачи будем искать следующим образом. Вначале решим эту задачу для плоской волны, а затем в конечных формулах, выраженных через угол  $\theta$ , совершим линейное преобразование с помощью линейного оператора  $T(\theta_1, R_1)$ .

В рамках концепции непрерывной оптической среды с помощью интегрального уравнения для  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  можно, следуя методу Эвальда–Озеена [23], строгим образом вывести формулу Лоренц–Лоренца для показателя преломления среды, где роль поляризуемости будет играть коэффициент перед  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  в выражении (2). Однако эта формула не позволяет объяснить возможность достижения нулевого и квазиулевого значений показателя преломления. Поэтому, следуя [19], представим показатель преломления композитной среды в виде

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi}{3} \frac{qN_0\alpha_{eff} + N_m\alpha_m}{1 - \beta(qN_0\alpha_{eff} + N_m\alpha_m)}, \quad (4)$$

где  $\beta$  — структурный фактор, учитывающий запаздывающее взаимодействие типа  $1/R$  между наночастицами. Как показано в работе [19], структурный фактор имеет вид

$$\beta = \frac{1}{N_0} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 n_m^2 \sum_{a=1}^{p_0} \frac{1}{R_a}, \quad (5)$$

где  $\lambda$  — длина волны внешнего излучения,  $n_m$  — показатель преломления диэлектрической матрицы композита,  $p_0$  — число наночастиц в окрестности любой наночастицы среды,  $R_a$  — расстояние между центрами сферических наночастиц в окрестности любой наночастицы среды. Для синтезируемых нами композитных материалов с наночастицами серебра при весовом содержании серебра 3% в композите среднее расстояние между наночастицами радиусом  $a = 2.5$  нм равно 28 нм, концентрация наночастиц  $N_0 = 0.4555 \cdot 10^{17}$  см<sup>-3</sup>,  $q = 3794$ ,  $\text{Re}(\alpha_{eff}) = 1.24 \cdot 10^{-24}$  см<sup>3</sup>,  $N_m\alpha_m = 0.077$  и число наночастиц  $p_0 = 26$  в окрестности любой наночастицы в среде. Радиус сферы Лоренца, ограничивающей область дискретного распределения наночастиц, должен быть значительно меньше длины волны  $\lambda$  в рамках концепции непрерывной оптической среды. Как

показано в работе [19], при этих значениях физических величин показатели преломления и поглощения композитной среды точно обращаются в нуль. При небольших отклонениях от этих численных значений показатели преломления и поглощения среды также изменяются, достигая квазиуловых значений. При этом показатель поглощения значительно меньше показателя преломления.

### 3. ТЕОРЕМА ПОГАШЕНИЯ В СЛОЕ С КВАЗИУЛОВЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Теорема погашения классической оптики [23] для границы раздела двух сред позволяет вывести формулы Френеля для амплитуд преломления и отражения плоской электромагнитной волны [23] с помощью метода Эвальда – Озеена [23]. Обобщение этой теоремы для дискретно-непрерывных диэлектриков дано в наших работах [22] для объяснения аномалий в формулах Френеля при брестеровском угле падения света. Теорема погашения была обобщена также на случай взаимодействия плоской электромагнитной волны с границей раздела вакуум – полубесконечная оптическая среда с квазиуловым показателем преломления в работах [1–3], где было показано, что плоская граница раздела является неоднородной исключительно из-за случайного показателя преломления среды в области квазиуловых значений. Было показано, что на неоднородной границе раздела этих сред формируются две  $p$ -поляризованные преломленные волны и две  $p$ -поляризованные отраженные волны [24]. Докажем теорему погашения в слое с квазиуловым показателем преломления при взаимодействии слоя с ограниченным в пространстве пучком света.

Пусть плоскопараллельный слой вещества 2 с квазиуловым показателем преломления находится между вакуумом (среда 1) и произвольной средой 3. Из вакуума на слой падает плоская волна, являющаяся одной пространственной компонентой светового пучка (3) в плоскости падения  $xz$ . Обозначим посредством  $A_0$  и  $A_1$  амплитуды электрического поля в падающей и отраженной волнах. Поле в слое складывается из преломленной волны (амплитуда  $A_2$ ) и волны, отраженной от границы 2–3 (амплитуда  $A'_2$ ).

Макроскопическое поле в слое представим следующим образом:

$$\mathbf{E} = 4\pi k_0^2 n_2^2 \{ \mathbf{Q}_{01} \exp [ik_0 n_2 (\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}_{T1})] + \mathbf{Q}_{02} \exp [ik_0 n_2 (\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}_{T2})] \} = 4\pi k_0^2 n_2^2 (\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2), \quad (6)$$

где

$$\mathbf{Q}_{01} = \frac{A_2}{4\pi k_0^2 n_2^2}, \quad \mathbf{Q}_{02} = \frac{A'_2}{4\pi k_0^2 n_2^2}, \quad (7)$$

а единичные векторы  $\mathbf{s}_{T1}$  и  $\mathbf{s}_{T2}$  вдоль направлений распространения соответствующих полей в слое определены как

$$\begin{aligned} s_{T1x} &= -\sin \theta_{T1}, & s_{T1y} &= 0, & s_{T1z} &= -\cos \theta_{T1}, \\ s_{T2x} &= -\sin \theta_{T2}, & s_{T2y} &= 0, & s_{T2z} &= -\cos \theta_{T2}, \end{aligned} \quad (8)$$

$n_2$  – квазиуловый показатель преломления в слое, который представляется как случайная величина.

Поле в слое, а также функция Грина  $G(R) = \exp(ik_0 R)/R$ , удовлетворяют волновым уравнениям

$$\nabla^2 \mathbf{E} + n_2^2 k_0^2 \mathbf{E} = 0, \quad \nabla^2 G + k_0^2 G = 0. \quad (9)$$

Поэтому объемный интеграл в (1) может быть преобразован в поверхностные интегралы по плоским поверхностям  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$  слоя с помощью теоремы Грина. В результате из уравнения (1) получим следующее уравнение:

$$\mathbf{E}_I(\theta) + \text{rot rot}(\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2) = 0, \quad (10)$$

где поверхностные интегралы  $\mathbf{I}_1$  и  $\mathbf{I}_2$  имеют вид

$$\mathbf{I}_1 = \int_{\Sigma_1} \left\{ \mathbf{Q}_1 \frac{dG}{dv'_1} - G \frac{d\mathbf{Q}_1}{dv'_1} \right\} dS', \quad (11)$$

$$\mathbf{I}_2 = \int_{\Sigma_2} \left\{ \mathbf{Q}_2 \frac{dG}{dv'_2} - G \frac{d\mathbf{Q}_2}{dv'_2} \right\} dS', \quad (12)$$

$v_1$  и  $v_2$  – направления внешних нормалей к поверхностям  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$ .

Следуя [23], а также [25], вычислим поверхностные интегралы (11), (12) для любых точек наблюдения внутри и вне слоя как в ближней, так и в волновой зонах по отношению к границам  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$  слоя. Значения поверхностных интегралов в разных точках наблюдения определяются следующими формулами:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_1 &= -2\pi \frac{\sin(\varphi_2 + \theta_{T1})}{\cos \varphi_2 \cos \theta_{T1}} \mathbf{Q}_{01} \exp [ik_0 n_2 (\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}_1)], \\ \mathbf{I}_2 &= 2\pi \frac{\sin(\varphi_2 - \theta_{T1})}{\cos \varphi_2 \cos \theta_{T1}} \mathbf{Q}_{02} \exp [ik_0 n_2 (\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}_2)]. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь угол  $\varphi_2$  определен как  $n_2 \sin \theta_{T1} = \sin \varphi_2$ ,  $\theta_{T1}$  – угол преломления света на границе 1–2 слоя, единичные векторы  $\mathbf{s}_1$  и  $\mathbf{s}_2$  определены с помощью следующих проекций этих векторов:

$$\begin{aligned} s_{1x} &= -\sin \varphi_2, & s_{1y} &= 0, & s_{1z} &= -\cos \varphi_2, \\ s_{2x} &= -\sin \varphi_2, & s_{2y} &= 0, & s_{2z} &= -\cos \varphi_2, \end{aligned} \quad (14)$$

$\theta_{T2}$  — угол отражения света на границе 2–3, при этом  $\theta_{T2} = \pi - \theta_{T1}$ .

Найдем связь между волновыми векторами

$$\mathbf{k}_{1T} = \frac{\omega}{c} n_2 \mathbf{s}_{T1}, \quad \mathbf{k}_{2T} = \frac{\omega}{c} n_2 \mathbf{s}_{T2}$$

и волновыми векторами

$$\mathbf{k}_1 = \frac{\omega}{c} n_2 \mathbf{s}_1, \quad \mathbf{k}_2 = \frac{\omega}{c} n_2 \mathbf{s}_2,$$

учитывая проекции векторов (8), (14). Будем считать, что  $\mathbf{k}_{1T} \neq \mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_{2T} \neq \mathbf{k}_2$ , откуда следует, что в слое с квазиулевым показателем преломления на границах слоя  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$  формируются две дополнительные волны с волновыми векторами соответственно  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$ . При выполнении равенств  $\mathbf{k}_{1T} = \mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_{2T} = \mathbf{k}_2$  получим, что  $\varphi_2 = \theta_{T1}$ , а это противоречит равенству  $n_2 \sin \theta_{T1} = \sin \varphi_2$ . Совпадение этих двух пар волн наступает лишь в частном случае, когда угол  $\varphi_2$  равен углу падения внешнего излучения. Наличие двух дополнительных волн обусловлено неоднородностью границ слоя с квазиулевым показателем преломления.

Подставим выражения (13) в уравнение (10). В результате получим следующее уравнение после вычисления действия оператора rot rot:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_0(\theta) b_0(\theta, x, z) = & 2\pi k_0^2 n_2^2 \{ \mathbf{s}_1(\mathbf{s}_{T1} \cdot \mathbf{Q}_{01}) - \mathbf{Q}_{01} \} \times \\ & \times \frac{\sin(\varphi_2 + \theta_{T1})}{\cos \varphi_2 \sin \theta_{T1}} - 2\pi k_0^2 n_2^2 \{ \mathbf{s}_2(\mathbf{s}_{T2} \cdot \mathbf{Q}_{02}) - \mathbf{Q}_{02} \} \times \\ & \times \frac{\sin(\varphi_2 - \theta_{T1})}{\cos \varphi_2 \sin \theta_{T1}} \exp(2ik_0 z n_2 \cos \varphi_2), \end{aligned} \quad (15)$$

где фазовый множитель

$$\begin{aligned} b_0(\theta, x, z) = & \exp[ik_0 x (-\sin \theta + n_2 \sin \theta_{T1})] \times \\ & \times \exp(-ik_0 z \cos \theta) \exp(ik_0 n_2 z \cos \varphi_2), \end{aligned} \quad (16)$$

учитывая, что пространственная компонента светового пучка распространяется вдоль направления  $\mathbf{s}_I(\theta)$  с компонентами

$$s_{Tx} = -\sin \theta, \quad s_{Ty} = 0, \quad s_{Tz} = -\cos \theta. \quad (17)$$

При выполнении условия однородности границы 1–2 слоя,

$$\mathbf{s}_I = \mathbf{s}_1, \quad (18)$$

с помощью выражений (14), (17) получим известный закон преломления  $\sin \theta = n_2 \sin \theta_{T1}$ . Как показано в работах [1–3], в слое с квазиулевым показателем преломления показатель преломления является непрерывной случайной величиной, принимающей значения от нуля до некоторого предельного значения  $\Delta n_2$ , определяемого с помощью экспериментальных спектров отражения по расположению интерференционных минимумов. Это означает,

что представление о резкой границе раздела двух сред теряет смысл, граница 1–2 становится неоднородной и при фиксированном угле падения одной пространственной компоненты светового пучка угол преломления  $\theta_{T1}$  становится неопределенной физической величиной, принимающей как действительные, так и комплексные значения. Ниже мы учтем это свойство слоя с квазиулевым показателем преломления в конечных формулах для амплитуд отражения и пропускания слоя, которые выразим с помощью уравнения (15) через амплитуды  $\mathbf{A}_2$  и  $\mathbf{A}'_2$ .

Рассмотрим вначале случай *s*-поляризации, вводя обозначения  $A_{0\perp}$ ,  $A'_{2\perp}$ ,  $A_{2\perp}$  для всех волн, соответствующих одной пространственной компоненте  $\mathbf{s}_I(\theta)$  светового пучка. Тогда на границе 1–2 слоя при  $z = 0$  получим следующие соотношения между амплитудами:

$$A_{2\perp} + r_{12} A'_{2\perp} = -\frac{2 \cos \varphi_2}{n_2 \cos \theta_{T1}} A_{0\perp}(\theta) b_0(\theta), \quad (19)$$

где нефренелевский коэффициент отражения на границе 1–2 определим как [2]

$$r_{12} = \frac{\cos \varphi_2 - n_2 \cos \theta_{T1}}{\cos \varphi_2 + n_2 \cos \theta_{T1}}. \quad (20)$$

Для точек наблюдения над слоем оператор rot rot в уравнении (1) может быть вынесен за знак интеграла и объемный интеграл представляет собой напряженность электрического поля отраженной волны. Преобразуем этот объемный интеграл в поверхностные интегралы и применим значения этих интегралов (13). Тогда получим следующее уравнение для амплитуд *s*-поляризованных волн:

$$A_{1\perp} = -\frac{n_2 \cos \theta_{T1} - \cos \varphi_2}{2 \cos \varphi_2} (A_{2\perp} r_{12} + A'_{2\perp}). \quad (21)$$

Легко доказать, что амплитуда прошедшей волны  $A_{3\perp}$  в случае *s*-поляризованных волн также определяется с помощью линейной суперпозиции волн  $A_{2\perp}$  и  $A'_{2\perp}$  внутри слоя. Амплитуда прошедшей волны

$$A_{3\perp} = \frac{1}{a'(1 - r_{32})} (A_2 e^{i\beta_2} + A'_2 e^{-i\beta_2}), \quad (22)$$

где

$$\beta_2 = k_0 d_2 n_2 \cos \theta_{T1}, \quad (23)$$

а смысл постоянных  $a'$  и  $r_{32}$  определим ниже.

Для дополнительных волн в слое, учитывая  $z$ -компоненты векторов  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$  (14), вместо (23) получим следующий набег фазы в слое:

$$\beta'_2 = k_0 d_2 \cos \varphi_2, \quad (23a)$$



где угол  $\varphi_2$  так же, как  $n_2$  и  $\theta_{T1}$ , является непрерывной случайной величиной. Значения амплитуд дополнительных волн определяются из уравнений (19), (21), (22).

Уравнения (19), (21), (22) представляют собой систему уравнений для вычисления неизвестных амплитуд отраженной и прошедшей через слой волн, выражая их через амплитуды волн внутри слоя с помощью теоремы погашения (15). Для полного решения граничной задачи необходимо дополнить эти уравнения соотношениями, аналогичными уравнениям (19), (21) с  $A_{1\perp} = 0$ , а именно

$$A_{2\perp} e^{i\beta_2} = A_{3\perp} a', \quad A'_{2\perp} e^{-i\beta_2} = -r_{32} A_{3\perp} a'. \quad (24)$$

Ниже будут получены формулы для всех неизвестных амплитуд, выраженных через амплитуды внешней волны. Эти формулы позволят нам провести необходимые преобразования, связанные с учетом случайного показателя преломления и воздействия на слой ограниченного светового пучка.

#### 4. ОПТИЧЕСКИЕ ПОЛЯ ВНУТРИ И ВНЕ СЛОЯ С КВАЗИНУЛЕВЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Выведем формулы для амплитуд оптических полей внутри и вне слоя с квази нулевым показателем преломления с учетом нефренелевских коэффициентов отражения и преломления света на границах слоя, с учетом случайного показателя преломления слоя в области квази нулевых значений, с учетом двух дополнительных волн в слое и с учетом воздействия на слой ограниченного светового пучка. Для вывода этих формул используем уравнения (19), (21), (22), (24).

Из уравнений (24) получим следующее соотношение:

$$A'_{2\perp} = A_{2\perp} e^{2i\beta_2} r_{23}, \quad (25)$$

где  $r_{23} = -r_{32}$ . Подставим это соотношение в уравнения (19) и (21), откуда следует, что амплитуда отражения одной пространственной компоненты от слоя имеет вид

$$A_{1\perp} = \frac{r_{12} + r_{23} e^{2i\beta_2}}{1 + r_{12} r_{23} e^{2i\beta_2}} A_{0\perp}(\theta) b_0(\theta). \quad (26)$$

Явный вид нефренелевских коэффициентов отражения света на границе 2–3 слоя определим следующим образом. При  $d_2 = 0$  амплитуда отражения (26) должна совпадать с френелевским коэффициентом отражения  $r_{13}$  от полубесконечной среды 3, следовательно,

$$r_{23} = \frac{r_{12} - r_{13}}{r_{12} r_{13} - 1}, \quad (27)$$

где френелевский коэффициент отражения для случая  $s$ -поляризации имеет вид

$$r_{13}(\theta) = \frac{\cos \theta - n_3 \cos \theta_{T3}}{\cos \theta + n_3 \cos \theta_{T3}}, \quad (28)$$

$n_3$  — показатель преломления подстилающей среды 3, угол преломления  $\theta_{T3}$  в среде 3 фиксируется с помощью закона преломления  $\sin \theta = n_3 \sin \theta_{T3}$ . Подставляя (28) в (27), можно установить, что нефренелевский коэффициент отражения (27) переходит в френелевский коэффициент отражения на границе 2–3 при выполнении равенства  $\varphi_2 = 0$ , что соответствует переходу к понятию однородной границы раздела двух сред.

Вычислим амплитуды  $A_{2\perp}$  и  $A'_{2\perp}$ , используя систему алгебраических уравнений (19), (21). Решение этой системы уравнений имеет вид

$$A_{2\perp} = -\frac{t_{12}}{1 + r_{12} r_{23} e^{2i\beta_2}} A_{0\perp}(\theta) b_0(\theta), \quad (29)$$

$$A'_{2\perp} = -\frac{t_{12} r_{23} e^{2i\beta_2}}{1 + r_{12} r_{23} e^{2i\beta_2}} A_{0\perp}(\theta) b_0(\theta), \quad (30)$$

где нефренелевский коэффициент преломления света на границе 1–2 слоя с квази нулевым показателем преломления равен

$$t_{12} = \frac{2 \cos \varphi_2}{\cos \varphi_2 + n_2 \cos \theta_{T1}}. \quad (31)$$

Теперь с помощью амплитуд (29), (30) и соотношений (24) определим амплитуду прошедшей через слой  $s$ -поляризованной волны как

$$A_{3\perp} = \frac{t_{12} t_{23} e^{i\beta_2}}{1 + r_{12} r_{23} e^{2i\beta_2}} A_{0\perp}(\theta) b_0(\theta), \quad (32)$$

где нефренелевский коэффициент преломления света на границе 2–3 слоя имеет вид

$$t_{23} = \frac{t_{13}(1 + r_{12} r_{23})}{t_{12}}. \quad (33)$$

Смысл коэффициента  $t_{23}$  определим из условия обращения коэффициента пропускания слоя в (32) в френелевский коэффициент преломления  $t_{13}$  при  $d_2 = 0$ :

$$t_{13} = \frac{2 \cos \theta}{\cos \theta + n_3 \cos \theta_{T3}}. \quad (34)$$

Таким образом, мы определили все амплитуды граничной задачи и выразили их через угол  $\theta$  одной пространственной компоненты отраженного светового пучка. Далее с помощью оператора  $T(\theta)$  (3)

мы можем вычислить численным путем амплитуды оптических полей внутри и вне слоя при воздействии на слой ограниченного в пространстве светового пучка. Однако сначала проведем усреднение этих амплитуд по случайному показателю преломления слоя. Амплитуды волн в слое определяются по формулам (32), (30), (29), (26) с заменой  $\beta_2$  на  $\beta'_2$ .

#### 4.1. Переход к средним значениям амплитуд оптических полей внутри и вне слоя с квазиулевым показателем преломления

Функции  $F(n_2)$  случайного показателя преломления усредним с помощью некоторой функции распределения  $f(n_2)$ , что позволит вычислять соответствующие средние значения:

$$\overline{F}(\theta) = \int_0^{\Delta n_2} F(\theta, \Delta n_2) f(n_2) dn_2, \quad (35)$$

где  $(0, \Delta n_2)$  — интервал допустимых значений показателя преломления, включая нулевое значение  $n_2 = 0$ . Нормированную на единицу функцию распределения  $f(n_2)$  представим как функцию с конечной шириной и максимумом при некотором значении показателя преломления  $n_2$  из области допустимых значений. Численное значение  $n_2$  будем находить с помощью математического моделирования спектров отражения и пропускания слоя, добиваясь максимального совпадения теоретических и экспериментальных спектров. Процедура усреднения в нашем рассмотрении разбивается на два этапа. Вначале проводится усреднение амплитуд с помощью представления о равновероятном распределении показателя преломления, а затем с помощью математического моделирования находится наиболее вероятное значение показателя преломления из области допустимых значений и это значение показателя преломления подставляется в нефренелевские коэффициенты отражения и преломления света на границах слоя.

Вычислим среднее значение коэффициента  $b_0$  (16) с помощью этого распределения. В результате получим, что

$$\overline{b_0(\theta)} = i \exp(-ik_0x \sin \theta) \times \left\{ \frac{1 - \cos(k_0x \Delta n_2 \sin \theta_{T1})}{k_0x \Delta n_2 \sin \theta_{T1}} - i \frac{\sin(k_0x \Delta n_2 \sin \theta_{T1})}{k_0x \Delta n_2 \sin \theta_{T1}} \right\} \times \Delta n_2 \quad (36)$$

при  $z = 0$  на внешней поверхности слоя. Эта функция имеет резкий максимум при  $k_0x \Delta n_2 \sin \theta_{T1} = 0$ .

При этом первое слагаемое в фигурных скобках обращается в нуль, а второе слагаемое — в единицу при  $k_0x \Delta n_2 \sin \theta_{T1} = 0$ , поэтому  $\overline{b_0(\theta)} = \Delta n_2$ .

Таким образом, на внешней границе слоя с квазиулевым показателем преломления происходит погашение внешней волны в плоскости, перпендикулярной плоской поверхности слоя и плоскости падения. Относительно плоскости падения погашение внешней волны происходит в точке  $x = 0$ , что соответствует эффекту локализации фотонов или фокусировке света. В соответствии с принципом неопределенностей квантовой механики локализация фотонов приводит к неопределенности импульса фотонов, т. е. к расширению пучка света. В результате на выходе из слоя мы получим сечение светового пучка большее, чем сечение внешнего пучка. Этот эффект, связанный с эффектом локализации фотонов, будем называть эффектом «тюльпана». В случае детерминированных значений показателя преломления погашение внешней плоской волны, как известно [23], происходит на границе слоя  $z = 0$ .

Усредним амплитуды оптических полей внутри и вне слоя с квазиулевым показателем преломления по формуле (35) с рассмотренной выше функцией  $f(n_2)$ . При этом для упрощения интегрирования будем считать, что основная зависимость от показателя преломления в интервале  $(0, \Delta n_2)$  содержится в экспоненциальных множителях.

Преобразуем экспоненциальные множители с помощью следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \cos \theta_R &= -\cos \varphi_2 = -\sqrt{1 - n_2^2 \sin^2 \theta_{T1}}, \\ \cos \theta_{T1} &= \frac{1}{n_2} \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \theta_R}, \end{aligned} \quad (37)$$

где  $\theta_R$  — угол отражения света от границы 1–2 слоя. Введем переменную интегрирования как

$$\begin{aligned} p_2 &= \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \theta_R}, \\ dn_2 &= \frac{1}{n_2} \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \theta_R} dp_2. \end{aligned} \quad (38)$$

Тогда после интегрирования амплитуд от  $p_{21} = i \sin \theta_R$  до  $p_{22} = \sqrt{(\Delta n_2)^2 - \sin^2 \theta_R}$  получим следующие формулы:

$$\begin{aligned} \overline{A_{1\perp}} &= A_{0\perp} \Delta n_2 \frac{\sqrt{(n_2)^2 - \sin^2 \theta_R}}{n_2} \times \\ &\times \left\{ r_{12} \left( \sqrt{(\Delta n_2)^2 - \sin^2 \theta_R} - i \sin \theta_R \right) + \right. \\ &\left. + i \frac{1 - r_{12}^2}{2r_{12}k_0d_2} l_{123} \right\}, \quad (39) \end{aligned}$$

$$\overline{A_{3\perp}} = A_{0\perp} \Delta n_2 \times \left\{ 1 - \frac{it_{12}t_{23}}{k_0 d_2 \sqrt{r_{12}r_{23}}} \frac{\sqrt{(n_2)^2 - \sin^2 \theta_R}}{n_2} F_{123} \right\}, \quad (40)$$

$$\overline{A'_{2\perp}} = -A_{0\perp} \Delta n_2 \frac{it_{12}}{k_0 d_2 r_{12}} \frac{\sqrt{(n_2)^2 - \sin^2 \theta_R}}{n_2} l_{123}, \quad (41)$$

$$\overline{A_{2\perp}} = A_{0\perp} \Delta n_2 \frac{\sqrt{(n_2)^2 - \sin^2 \theta_R}}{n_2} \times \left\{ t_{12} \left( \sqrt{(\Delta n_2)^2 - \sin^2 \theta_R} - i \sin \theta_R \right) + i \frac{t_{12}}{k_0 d_2} l_{123} \right\}. \quad (42)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$l_{123} = \ln \left| \frac{1 + r_{12}r_{23} \exp \left( 2ik_0 d_2 \sqrt{(\Delta n_2)^2 - \sin^2 \theta_R} \right)}{1 + r_{12}r_{23} \exp \left( -2k_0 d_2 \sin \theta_R \right)} \right|,$$

$$F_{123} = \operatorname{arctg} \frac{\exp \left( ik_0 d_2 \sqrt{(\Delta n_2)^2 - \sin^2 \theta_R} \right)}{\sqrt{r_{12}r_{23}}} - \operatorname{arctg} \frac{\exp \left( k_0 d_2 \sin \theta_R \right)}{\sqrt{r_{12}r_{23}}},$$

$$q_2 = \frac{\sqrt{(n_2)^2 - \sin^2 \theta_R}}{n_2}.$$

#### 4.2. Анализ экспериментальных спектров отражения и пропускания композитных слоев с наночастицами серебра

Покажем, что переход к понятию случайного показателя преломления и соответствующей функции статистического распределения  $f(n_2)$  показателя преломления обусловлен характером спектров отражения и пропускания композитного слоя из синтезируемых материалов по технологии, описанной в патентах [20, 21]. На рис. 1, 2 представлены два примера экспериментальных спектров отражения, из которых видно, что число минимумов в спектрах отражения композитных пленок толщиной 3.41 мкм и 17 мкм при нормальном падении света значительно меньше числа минимумов в спектрах отражения полимерных пленок той же толщины. Это указывает на то, что показатель преломления композитных пленок с весовым содержанием

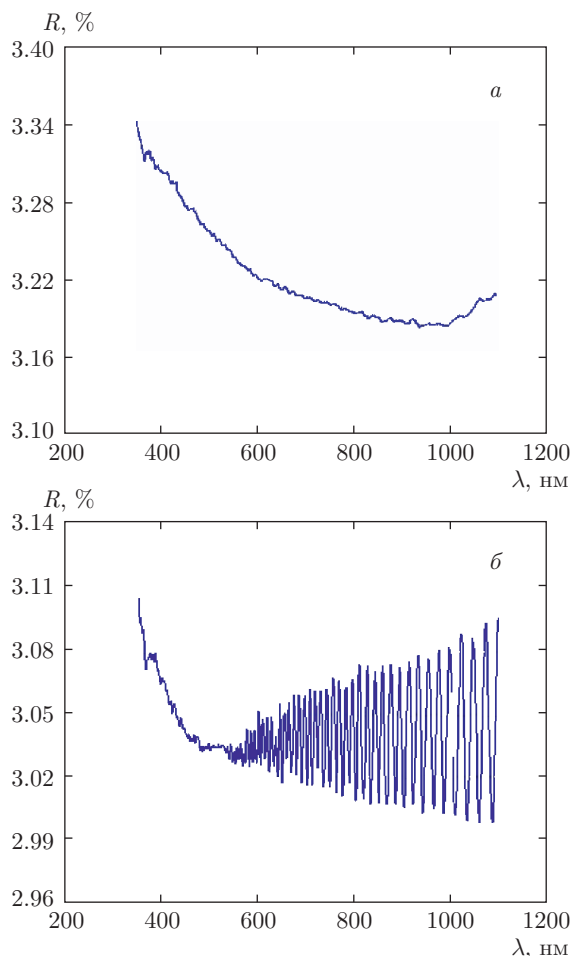
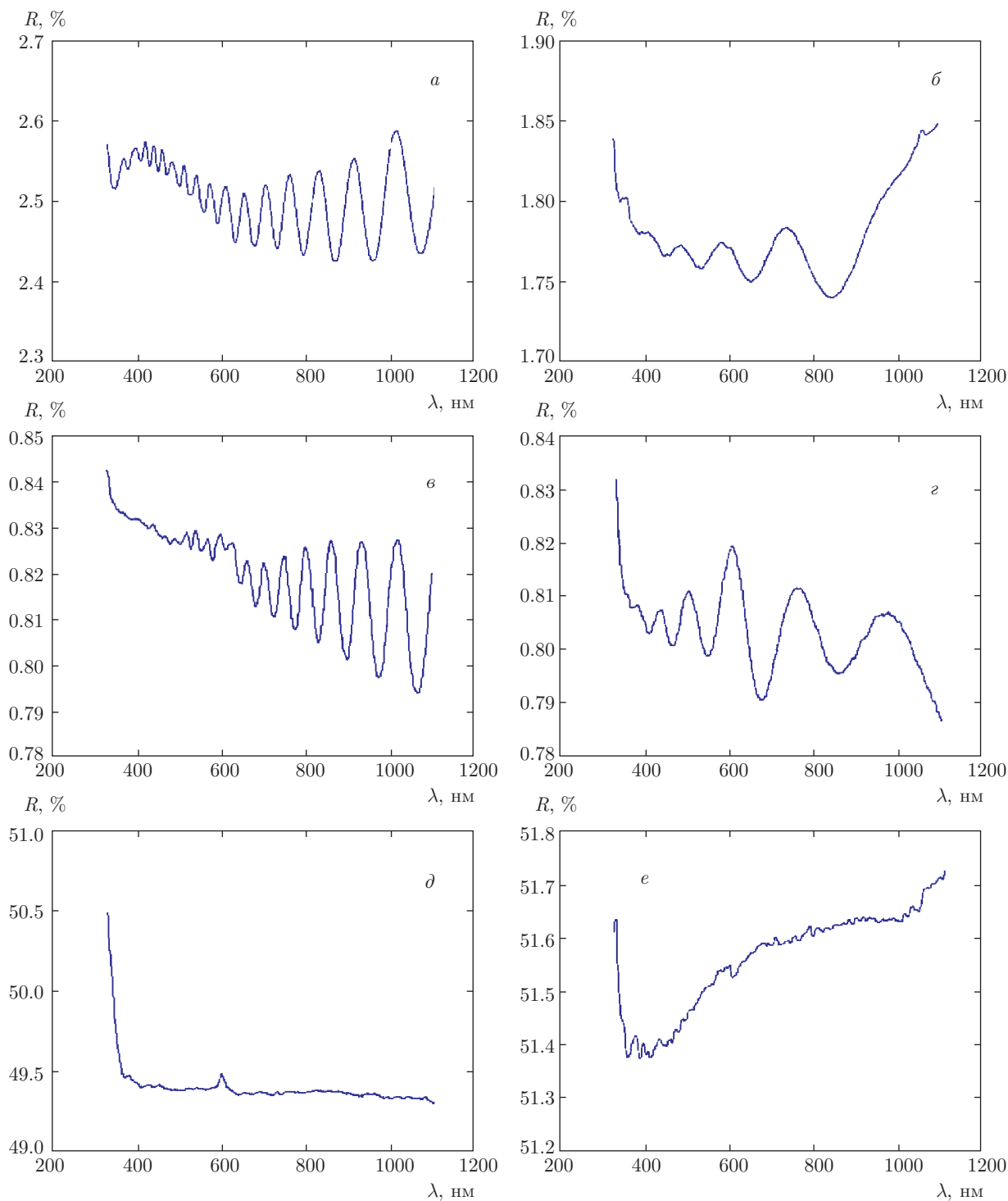


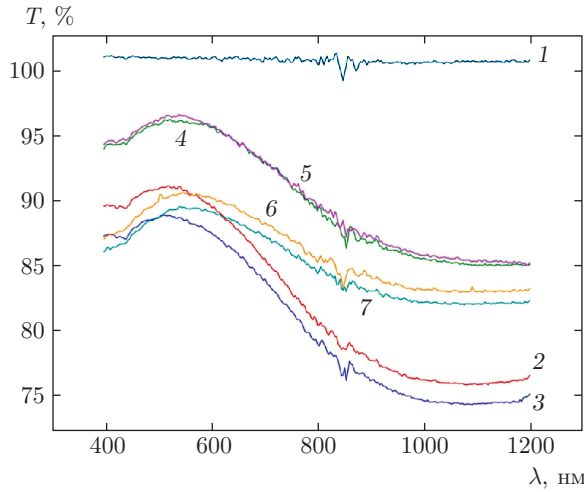
Рис. 1. Интерференция света в толстом композитном слое. *a* — спектр отражения полимерной пленки толщиной 17 мкм, *б* — спектр отражения композитной пленки той же толщины и при тех же условиях эксперимента, весовое содержание серебра в композитной пленке равно 5 %, угол падения коллимированного света в спектрофотометре X-RiteDTP 22, углы отражения и падения равны 20°

серебра 3% и 5% значительно меньше единицы. Если подставить такие значения показателя преломления в классические формулы для амплитуд отражения и пропускания слоя [23], то мы получим значение амплитуды отражения, близкое к единице, а значение амплитуды пропускания слоя, близкое к нулю. Этот результат явно противоречит экспериментальным спектрам отражения и пропускания слоя, где обнаруживается широкополосное оптическое просветление и усиленное оптическое пропускание композитных слоев в диапазоне длин волн от 450 до 1200 нм. Поэтому в работе [17] было сделано предположение о том, что наблюдаемые экспериментальные спектры отражения и пропускания слоя





**Рис. 2.** Отражательная способность композитного и полимерного слоев на стекле в зависимости от длины волны и угла падения света. Отражательная способность полимерного слоя на стекле при угле падения  $20^\circ$  (*a*),  $45^\circ$  (*в*),  $85^\circ$  (*д*); отражательная способность композитного слоя при угле падения  $20^\circ$  (*б*),  $45^\circ$  (*г*),  $85^\circ$  (*е*). Толщина полимерного и композитного слоев равна 3.41 мкм, весовое содержание серебра в композитном слое равно 3%



**Рис. 3.** Пропускательная способность композитных пленок. 1 — показания спектрофотометра без образцов, 2 — пропускание стеклянной подложки, 3 — пропускательная способность полимерной пленки толщиной 17 мкм на стеклянной подложке, 4–7 — пропускательные способности композитных пленок той же толщины на стеклянной подложке. Весовое содержание серебра в композите равно 5%, угол падения коллимированного света равен 0

с квази нулевым показателем преломления являются результатом суперпозиции классических амплитуд отражения и пропускания слоя с показателем преломления в интервале от нуля до некоторого значения  $\Delta n_2 < 1$ , определяемого экспериментальным путем. При этом с помощью численного моделирования нами было обнаружено, что возможные значения показателя преломления в интервале  $(0, \Delta n_2)$  образуют непрерывный спектр.

Отражательную и пропускательную способности композитного слоя в соответствии с формулами (39), (40) определим с помощью следующих формул (случай *s*-поляризации):

$$R_s = \frac{S_3 |\cos \theta_R|}{S_1 \cos \theta} (\Delta n_2)^2 \frac{|q_2|^2}{|A_{0\perp}(\theta)|^2} |r_{123}(\theta)|^2, \quad (43)$$

$$T_s = \frac{S_3 n_3 \cos \theta_{T3}}{S_3 \cos \theta} (\Delta n_2)^2 \frac{1}{|A_{0\perp}(\theta)|^2} |t_{123}(\theta)|^2, \quad (44)$$

где угол отражения  $\theta_R$  найдем из равенства  $\cos \theta_R = -\cos \varphi_2$ ,  $S_1$  и  $S_3$  — площади сечений падающего и прошедшего через слой световых пучков,  $r_{123}$  и  $t_{123}$  — выражения в скобках правых частей формул (39), (40).

Для учета *p*-поляризованных волн в решении рассматриваемой граничной задачи необходимо повторить весь ход вычислений, начиная с теоремы погашения (10). При этом следует учесть следующие

нефренелевские коэффициенты отражения и пропускания света на границе 1–2 слоя [1–3]:

$$\begin{aligned} r_{12}^{(1)} &= \frac{\cos \theta_{T1} - n_2 \cos \varphi_2}{\cos \theta_{T1} + n_2 \cos \varphi_2} \frac{\sin \theta}{\sin \varphi_2}, \\ r_{12}^{(2)} &= \frac{\cos \theta_{T1} - n_2 \cos \varphi_2}{\cos \theta_{T1} + n_2 \cos \varphi_2} \frac{\cos \theta}{\cos \varphi_2}, \\ t_{12}^{(1)} &= \frac{2 \cos \varphi_2}{\cos \theta_{T1} + n_2 \cos \varphi_2} \frac{\sin \theta}{\sin \varphi_2}, \\ t_{12}^{(2)} &= \frac{2 \cos \varphi_2}{\cos \theta_{T1} + n_2 \cos \varphi_2} \frac{\cos \theta}{\cos \varphi_2}, \end{aligned} \quad (45)$$

и соответствующие коэффициенты  $r_{23}^{(1)}$ ,  $r_{23}^{(2)}$ ,  $t_{23}^{(1)}$ ,  $t_{23}^{(2)}$ , используя соотношения (28), (33). В результате формулы для отражательной и пропускательной способностей слоя в случае *p*-поляризации внешней, отраженной и прошедшей волн приобретают следующий вид:

$$R_p = \frac{S_3 |\cos \theta_R|}{S_1 \cos \theta} |q_2|^2 (\Delta n_2)^2 \times \left\{ |r_{123}^{(1)}(\theta)|^2 + |r_{123}^{(2)}(\theta)|^2 \right\}, \quad (46)$$

$$T_p = \frac{S_3 n_3 \cos \theta_{T3}}{S_3 \cos \theta} (\Delta n_2)^2 \times \left\{ |t_{123}^{(1)}(\theta)|^2 + |t_{123}^{(2)}(\theta)|^2 \right\}, \quad (47)$$

где  $r_{123}^{(1)}$ ,  $r_{123}^{(2)}$ ,  $t_{123}^{(1)}$ ,  $t_{123}^{(2)}$  имеют прежний внешний вид, но с учетом преобразования коэффициентов (45).

Формулы (43), (44), (46), (47) содержат осциллирующие множители, с помощью которых можно вычислить показатель преломления  $\Delta n_2$ . Выделяя минимумы в отражательной способности, получим следующую формулу для предельного значения показателя преломления слоя в зависимости от угла отражения:

$$\Delta n_2 = \sqrt{\left( \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2d_2(\lambda_2 - \lambda_1)} \right)^2 + \sin^2 \theta_R}, \quad (48)$$

где  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  — длины волн соседних минимумов в спектре отражения. На рис. 2 представлены экспериментальные спектры отражения композитного слоя толщиной  $d_2 = 3.41$  мкм при различных углах отражения. Как следует из этих спектров, расположение интерференционных минимумов слабо зависит от угла падения, и при  $\theta_R = 20^\circ$  получим  $\Delta n_2 = 0.846$ . Интерполируя эти результаты на случай  $\theta_R = 0$ , получим  $\Delta n_2 = 0.36$ . Как видно из рис. 2,

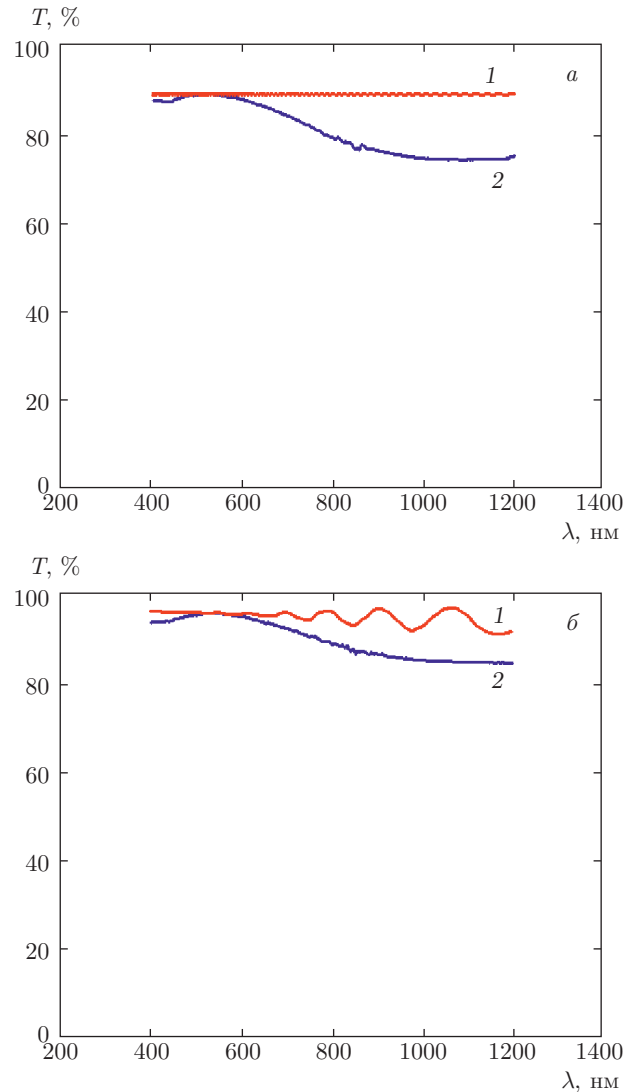
при больших углах интерференция света в композитном слое, а также эффект оптического просветления исчезают.

Численное моделирование формул (43), (44) и (46), (47) показывает, что эти формулы удовлетворительно описывают экспериментальные спектры.

На рис. 4 представлены теоретические зависимости пропускания полимерного слоя и композитного слоя с квази нулевым показателем преломления той же толщины в случае нормального падения света. Пропускательная способность композитного слоя на стекле была вычислена по формуле (47). Показатель преломления стекла  $n_3 = 1.5$  и не зависит от длины волны, что характерно для высококачественных оптических стекол. В экспериментальных спектрах рис. 3 стеклянная подложка обладает дисперсионной зависимостью, что проявилось в экспоненциальной зависимости этих спектров от длины волны.

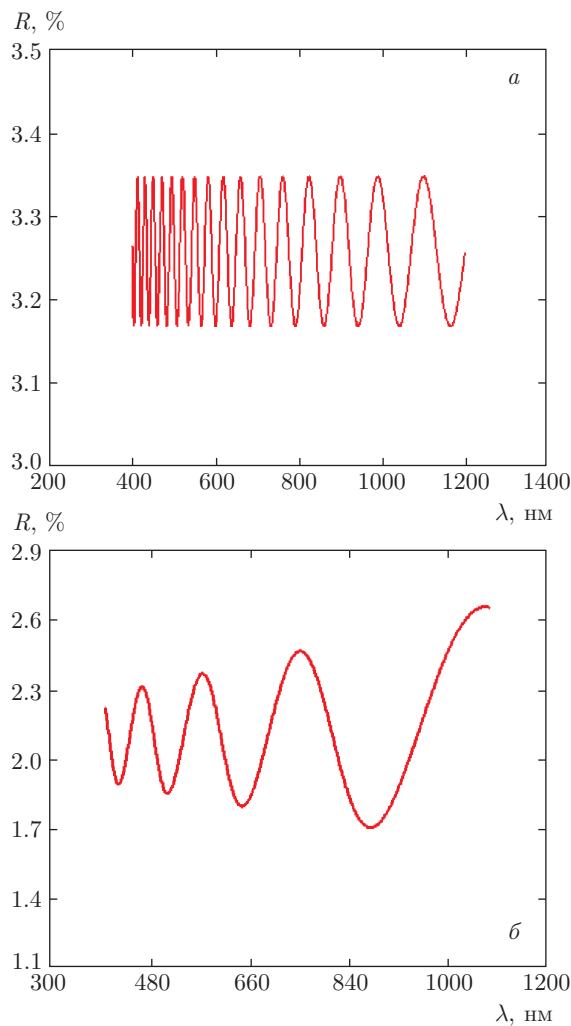
Оптическое пропускание полимерного слоя толщиной 17 мкм, с показателем преломления 1.492 на стеклянной подложке в случае нормального падения света, без учета поглощения в подложке и без учета преломления света на нижней границе подложки, вычисленное с помощью известных формул классической оптики [23], равно 0.96 с небольшими осцилляциями вблизи этого значения. Учет влияния нижней границы подложки дает равномерное оптическое пропускание 0.886, а учет поглощения в слое с помощью экспоненциального множителя  $\exp[-(2\pi/\lambda)\kappa(\lambda)d_3]$ , где  $d_3$  — толщина подложки,  $\kappa(\lambda)$  — показатель поглощения стекла, дает пропускание, изображенное на рис. 4а кривой 2. Таким образом, учет преломления света на нижней границе подложки приводит к уменьшению оптического пропускания, согласно экспериментальным данным рис. 3, на 7.4% на длине волны 540 нм. На рис. 4б представлены теоретическая (кривая 1) и экспериментальная (кривая 2) зависимости оптического пропускания композитного слоя на стекле в случае нормального падения света. Как видно из этого рисунка, теоретическая и экспериментальная зависимости хорошо согласуются между собой. При этом оптическое пропускание композитного слоя значительно (на 8% при  $\lambda = 540$  нм) превышает оптическое пропускание полимерного слоя той же толщины, что соответствует эффекту усиленного оптического пропускания в композитном слое с квази нулевым показателем преломления.

На рис. 5 представлены теоретические зависимости отражения от полимерного и композитного слоев на стеклянной подложке (толщина слоя  $d_2 = 3.41$  мкм) при угле падения коллимированно-



**Рис. 4.** Оптическое пропускание полимерного (а) и композитного (б) слоев на стекле (теория). Угол падения  $\theta_1 = 0$ , толщина полимерного и композитного слоев  $d_2 = 17$  мкм, показатель преломления подложки  $n_3 = 1.5$ , угол отражения  $\theta_R = 0$ , область допустимых значений показателя преломления композитного слоя  $\Delta n_2 = 0.36$ , наиболее вероятное значение показателя преломления слоя  $n_2 = 0.349$ , отношение сечений внешнего и прошедшего пучков света  $S_1/S_3 = 0.397$

го света  $\theta_1 = 20^\circ$ . Так же как и в экспериментальных спектрах рис. 2, обнаруживаются интерференционные минимумы (14 минимумов для полимерного слоя и 4 минимума для композитного слоя), что позволяет определить предельное значение показателя преломления композитного слоя  $\Delta n_2 = 0.497$ . При этом в соответствии с экспериментальными спектрами рис. 2 обнаруживается значительное оп-



**Рис. 5.** Отражательная способность полимерного (а) и композитного (б) слоев на стекле (теория). Угол падения  $\theta_1 = 20^\circ$ , угол отражения  $\theta_R = 20^\circ$ , толщина полимерного и композитного слоев  $d_2 = 3.41$  мкм, как в экспериментальных спектрах рис. 2,  $\Delta n_2 = 0.497$ ; согласно формуле (48), наиболее вероятное значение показателя преломления  $\Delta n_2 = 0.495$ ,  $S_3/S_1 = 1.287$ ,  $n_3 = 1.5$ . Спектры получены с помощью всего лишь одного подгоночного параметра  $n_2$  из области допустимых значений  $(0, \Delta n_2)$  при фиксированном угле отражения  $\theta_R$

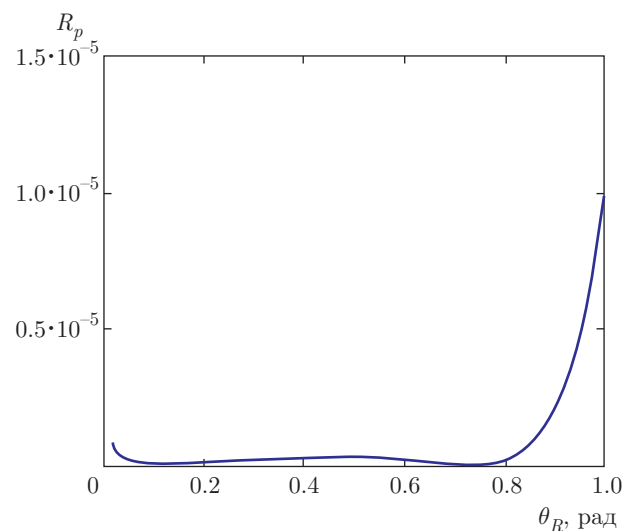
тическое просветление, когда отражательная способность стекла с композитным слоем на длине волны 500 нм понижается на 4% по сравнению со стеклом, покрытым полимерной пленкой. В минимумах отражательная способность стекла с композитной пленкой достигает значения 0.0091. При этом минимальные значения отражательной способности стекла с полимерной пленкой равны приблизительно 4%. Следует отметить также, что принцип оптического просветления с помощью известных интерфе-

ренционных покрытий [23] отличается от принципа оптического просветления с помощью композитных слоев с квази нулевым показателем преломления.

### 5. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВНЕШНЕГО СВЕТОВОГО ПУЧКА В СВЕТОВОЙ ПУЧОК, РАСПРОСТРАНЯЮЩИЙСЯ ВДОЛЬ КОМПЗИТНОГО СЛОЯ С КВАЗИНУЛЕВЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Применим формулы (39), (42) для теоретического описания эффекта огибания светом плоской поверхности слоя. Будем считать, что композитный слой с квази нулевым показателем преломления находится на поверхности серебра, оптические постоянные которого определим с помощью известных экспериментальных данных [26].

Рассмотрим случай действительных и комплексных углов преломления  $\theta_{T1}$  в слое. Для действительных углов преломления справедливы соотношения (37), и при  $\sin \theta_R < n_2$  углы преломления в слое



**Рис. 6.** Отражательная способность композитного слоя на серебряной подложке в случае действительных углов преломления света в слое (случай  $p$ -поляризации). Ограниченный пучок света с гауссовым распределением пространственных компонент падает из воздуха на поверхность слоя под углом  $\theta_1$ , углы отражения  $\theta_R = \theta_1$ , зависимость амплитуды  $A_0(\theta)$  внешнего пучка определена с помощью гауссовой функции, где  $\sigma = 21.6$ , вычисления проведены с помощью формулы (46), где дополнительно проведено интегрирование по всем углам  $\theta$  пространственных компонент светового пучка. Для действительных углов преломления в слое  $\sin \theta_R < n_2$ ,  $n_2 = 0.90$ ,  $S_3/S_1 = 2.8 \cdot 10^{-3}$ ,  $\lambda = 450$  нм

являются действительными. На рис. 6 представлена теоретическая зависимость отражательной способности композитного слоя с квазиулевым показателем преломления, вычисленная с помощью формулы (46) для действительных углов преломления с учетом всех пространственных компонент внешнего светового пучка. Как видно из рис. 6, отражательная способность композитного слоя не превышает 1% даже при нормальном падении света на поверхность слоя. Композитный слой с квазиулевым показателем преломления представляет собой практически идеальное просветляющее покрытие с одинаково малым отражением во всем диапазоне длин волн от 450 до 1200 нм.

Для комплексных углов преломления используем следующие соотношения при  $\sin \theta_R > n_2$ :

$$\begin{aligned} \cos \theta_{T1} &= i \sqrt{\left(\frac{\sin \theta_R}{n_2}\right)^2 - 1}, \\ \theta_{T1} &= \theta'_{T1} - i\theta''_{T1}, \quad \theta'_{T1} = \frac{\pi}{2}, \\ \operatorname{sh} \theta''_{T1} &= \sqrt{\left(\frac{\sin \theta_R}{n_2}\right)^2 - 1}, \end{aligned} \quad (49)$$

где  $\theta'_{T1}$  — действительный угол вдоль границы 1–2 слоя, угол  $\theta''_{T1}$  определяет направление затухания волн в слое. Подставим эти соотношения в амплитуды полей внутри и вне слоя (42), а затем вычислим векторы Пойнтинга внутри и вне слоя подобно тому, как это было проделано в [27], учитывая при этом преобразования этих векторов для ограниченных световых пучков.

Для векторов Пойнтинга  $\mathbf{S}_T$  и  $\mathbf{S}_R$  в точках наблюдения внутри и над слоем  $x$ -компоненты этих векторов в относительных единицах представим с помощью следующего соотношения:

$$\begin{aligned} q_x &= \frac{1}{2}(\Delta n_2)^2 \sin \theta_R \left\{ |\overline{r}_{123}|^2 + |\overline{r}_{123}^p|_1^2 + |\overline{r}_{123}^p|_2^2 + \right. \\ &+ |\overline{f}_+^s|^2 + |\overline{f}_+^p|_1^2 + |\overline{f}_+^p|_2^2 + |\overline{f}_-^s|^2 + |\overline{f}_-^p|_1^2 + |\overline{f}_-^p|_2^2 + \\ &\left. + \overline{f}_+^s \overline{f}_-^s + (\overline{f}_+^p)_1 (\overline{f}_-^p)_1 + (\overline{f}_+^p)_2 (\overline{f}_-^p)_2 \right\}, \end{aligned} \quad (50)$$

где использованы усредненные с помощью гауссовой функции

$$g(\Delta\theta) = \frac{2}{\pi\sigma} \exp\left[-\frac{(\theta - \theta_1)^2}{\sigma^2\pi}\right]$$

величины

$$\begin{aligned} \overline{f}_- &= \int_0^\infty g(\Delta\theta) (-\Delta n_2) \frac{it_{12}q_2}{k_0 d_2 r_{12}} l_{123} d(\Delta\theta), \\ \overline{f}_+ &= \int_0^\infty g(\Delta\theta) \Delta n_2 q_2 \times \\ &\times \left\{ t_{12} \left( \sqrt{(\Delta n_2)^2 - \sin^2 \theta_R} - i \sin \theta_R \right) + \right. \\ &\left. + \frac{it_{12}}{k_0 d_2} l_{123} \right\} d(\Delta\theta), \quad (51) \\ \overline{r}_{123} &= \int_0^\infty g(\Delta\theta) \Delta n_2 q_2 \times \\ &\times \left\{ r_{12} \left( \sqrt{(\Delta n_2)^2 - \sin^2 \theta_R} - i \sin \theta_R \right) + \right. \\ &\left. + i \frac{1 - r_{12}^2}{2r_{12}k_0 d_2} l_{123} \right\} d(\Delta\theta). \end{aligned}$$

Компоненты  $s$  и  $p$  в выражениях для  $f_\pm^{s,p}$  и  $r_{123}^{s,p}$  определяются нефренелевскими коэффициентами (45) и соответствующими коэффициентами для  $s$ -поляризации, зависящими от угла  $\theta$ . В качестве верхнего предела интегрирования в (51) возьмем значение  $\Delta\theta = 2\pi m$ , где  $m$  — большое целое число.

Аналогичным образом для доли внешнего светового потока, распространяющегося вдоль направления оси  $z$ , в точках наблюдения над слоем получим следующую формулу:

$$\begin{aligned} q_{Rz} &= -(\Delta n_2)^2 \cos \theta_R \times \\ &\times \left\{ |\overline{r}_{123}^p|_1^2 + |\overline{r}_{123}^p|_2^2 + |\overline{r}_{123}^s|^2 \right\}. \end{aligned} \quad (52)$$

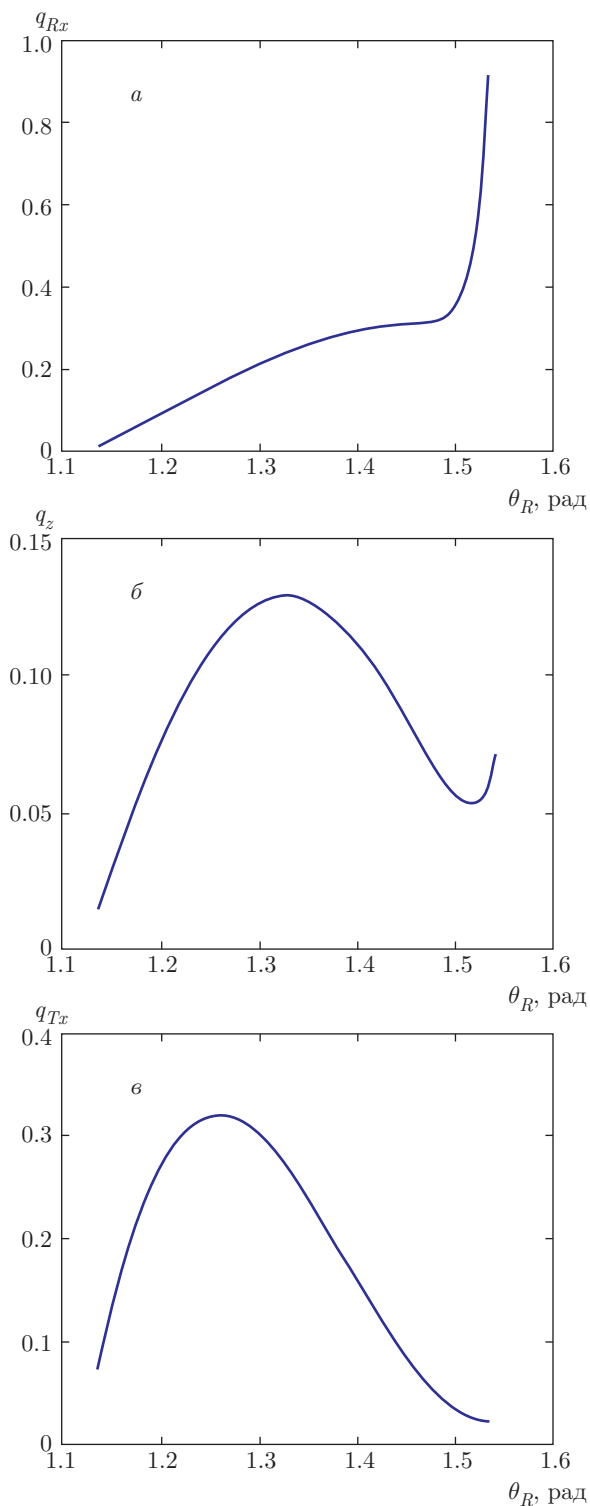
На рис. 7 представлены доли световых потоков как отношения отличных от нуля компонент векторов Пойнтинга внутри слоя и над его внешней поверхностью к внешнему световому потоку с гауссовым распределением пространственных компонент. Как видно из рис. 7, происходит эффективное преобразование внешнего светового пучка в волну, распространяющуюся вдоль слоя, что соответствует эффекту огибания светом поверхности (wave flow effect).

На рис. 6 представлена отражательная способность композитного слоя на серебре при углах падения, отличающихся от углов падения на рис. 7. Как видно из рис. 6, достигается малое равномерное отражение света при этих углах падения.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, в данной статье представлена теория оптических свойств плоскопараллельного слоя с ква-





**Рис. 7.** Доли световых потоков в направлении оси  $x$  с внешней стороны композитного слоя ( $a$ ), в направлении оси  $z$  над слоем ( $б$ ) и в направлении оси  $x$  с внутренней стороны композитного слоя ( $в$ ). Для комплексных углов преломления в слое  $\sin \theta_R > n_2$ ,  $\theta_R = \theta_1$  (зеркальное отражение),  $n_2 = 0.90$ ,  $\sigma = 21.6$ ,  $\lambda = 450$  нм,  $\theta_R$  — угол отражения светового пучка от слоя

зинулевым показателем преломления. Решена граничная задача, в которой выведены формулы (43), (44), (46), (47) для отражательной и пропускательной способности слоя под действием ограниченных пучков света с гауссовым распределением пространственных компонент в пучке при различных углах падения пучка света. Получены формулы для доли светового пучка, распространяющегося вдоль слоя (50) при комплексных углах преломления света в слое. Данная теория позволяет правильно описывать экспериментальные спектры отражения и пропускания слоя с квазиулевым показателем преломления на стекле и предсказывать новые эффекты такие, как эффект огибания светом плоской поверхности слоя (wave flow effect), локализация фотонов на поверхности слоя, эффект «тюльпана».

Показатель преломления слоя представляет собой случайную величину, которая принимает значения от нуля до некоторого предельного значения  $\Delta n_2$ , определяемого из экспериментальных спектров отражения слоя по расположению интерференционных минимумов. В данной статье учтена зависимость от угла отражения. Это позволило выделить всего лишь два подгоночных параметра ( $n_2$  и  $S_1/S_3$ ) для сравнения теоретических и экспериментальных спектров, где  $n_2$  — наиболее вероятное значение показателя преломления слоя из области допустимых значений  $(0, \Delta n_2)$ , а  $(S_1/S_3)$  — отношение сечений падающего и проходящего через слой световых пучков. Обнаруживается эффект «тюльпана», когда  $S_3 > S_1$ , т. е. сечение проходящего через слой с квазиулевым показателем преломления светового пучка всегда больше сечения падающего пучка

Эффект «тюльпана» обусловлен локализацией (фокусировкой) на внешней границе слоя в соответствии с теоремой погашения (10), (15) и процедурой усреднения амплитуд полей внутри и вне слоя (см. соотношение (36)). Андерсоновская локализация частиц обусловлена рассеянием частиц случайными неоднородностями в пространстве [28]. В эффекте же локализации фотонов, рассмотренном в нашей статье, локализация фотонов обусловлена исключительно случайным показателем преломления. Локализация фотонов на внешней границе слоя, в соответствии с принципом неопределенности, приводит к расширению пучка и на выходе из слоя формируется световой пучок с сечением пучка  $S_3 > S_1$ .

Особое внимание в статье уделено эффекту огибания светом (wave flow effect) плоской поверхности слоя с квазиулевым показателем преломления и показано, что при малых углах отражения и падения света ( $\sin \theta_R < n_2$ ) отражательная способ-

ность слоя на серебряной подложке практически отсутствует (рис. 6), а при больших углах падения и отражения ( $\sin \theta_R > n_2$ ) происходит эффективное преобразование внешнего светового пучка в волну, распространяющуюся вдоль внешней и внутренней поверхностей слоя. Синтезируемые по нашей технологии композитные материалы с наночастицами серебра являются прозрачными материалами с малым (около  $10^{-3}$ ) показателем поглощения, что позволило нам в предлагаемой теории композитного слоя в поле внешнего излучения пренебречь учетом показателя поглощения. Следующий этап разработки теории предполагает учет влияния слабого поглощения на оптические свойства композитного слоя с квазиулевым показателем преломления. Однако, следует заметить, что даже при малом поглощении в слое при значительном удалении поверхностной волны вне слоя от места падения внешнего светового пучка эта поверхностная волна исчезнет и основная поверхностная волна будет распространяться вдоль внешней поверхности слоя (рис. 7a).

## ЛИТЕРАТУРА

1. O. N. Gadosky and I. A. Shchukarev, *Opt. Comm.* **348**, 38 (2015).
2. O. N. Gadosky and N. M. Ushakov, *Optics of Media with Quasi-zero Refractive Index. Fundamentals, Nanotechnologies and Applications*, Publ. OmniScriptum GmbH&Co.KG, Germany (2015).
3. О. Н. Гадомский, И. В. Гадомская, *ЖЭТФ* **147**, 195 (2015).
4. Л. М. Бреховских, *Волны в слоистых средах*, Наука, Москва (1973).
5. В. А. Кизель, *Отражение света*, Наука, Москва (1973).
6. Н. И. Калитеевский, *Волновая оптика*, Лань, Москва (1978).
7. Y. Li, S. Kita, P. Munoz, O. Reshef, D. I. Vulis, M. Yin, M. Loncar, and E. Mazur, *Nature Photonics* **9**, 738 (2015).
8. А. Е. Дубинов, Л. А. Мытарева, *УФН* **180**, 475 (2010).
9. M. Silverinha and N. Engheta, *Phys. Rev. B* **76**, 245109 (2007).
10. S. Enoch, G. Tayeb, P. Sabouroux et al., *Phys. Rev. Lett.* **89**, 213902 (2002).
11. M. Silverinh and N. Engheta, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 157403 (2006).
12. N. Engheta, *Science* **317**, 1698 (2007).
13. W. Cai and V. M. Shalaev, *Optical Metamaterials, Fundamentals and Applications*, Springer, New York (2010).
14. S. Yun, Z. H. Jiang, Q. Xu et al., *ACS Nano* **6**, 4475 (2012).
15. W. Cai, *Physics* **6**, 1 (2013).
16. E. J. R. Vesser, T. Coenen, H. Gaglayan et al., *Phys. Rev. Lett.* **110**, 013702 (2013).
17. O. N. Gadosky and K. K. Altunin, *Opt. Comm.* **285**, 816 (2012).
18. О. Н. Гадомский, С. Н. Степин, В. Е. Катнов, *Ж. прикл. спектр.* **80**, 738 (2013).
19. O. N. Gadosky, K. K. Altunin, and S. N. Stepin, *Opt. Comm.* **315**, 286 (2014).
20. О. Н. Гадомский, Н. М. Ушаков, В. Я. Подвигалкин, Патент РФ № 245671 от 20.07.2012.
21. В. Е. Катнов, О. Н. Гадомский, С. Н. Степин, Р. Р. Катнова, Патент РФ № 2554608 от 27.06.2015.
22. О. Н. Гадомский, *УФН* **170**, 1145 (2000).
23. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1970).
24. О. Н. Гадомский, И. В. Гадомская, А. А. Русин, Письма в *ЖЭТФ* **98**, 7 (2013).
25. O. N. Gadosky and K. V. Krutitsky, *JOSA B* **13**, 1679 (1996).
26. P. B. Johnson and R. W. Christy, *Phys. Rev. B* **6**, 4370 (1972).
27. О. Н. Гадомский, И. А. Щукарев, Изв. вузов. Поволжский регион. Физ.-матем. науки **4**, 123 (2014).
28. P. W. Anderson, *Phys. Rev.* **109**, 1492 (1958).