

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ

*В. С. Малышевский**, *Г. В. Фомин*, *И. А. Иванова*

*Южный Федеральный университет
344090, Ростов-на-Дону, Россия*

Поступила в редакцию 6 июня 2015 г.

Решена задача о переходном излучении многозарядных ионов на границе раздела двух сред и в тонкой пластинке в условиях перезарядки. Показано, что процессы подхвата (или потери) электронов ускоренными многозарядными ионами на границе раздела двух сред существенно увеличивают выход переходного излучения.

DOI: 10.7868/S0044451016020012

1. ВВЕДЕНИЕ

Открытое почти 70 лет назад В. Л. Гинзбургом и И. М. Франком переходное излучение зарядов при пересечении границы раздела двух сред [1] в последнее время получило новый импульс для дальнейших исследований. Появившиеся технические возможности ускорения многозарядных ионов поставили новые задачи в этой области, возникающие, в частности, при конструировании эффективных детекторов многозарядных ионов [2]. Для решения таких проблем необходим учет многих особенностей взаимодействия многозарядных ионов с веществом, таких как торможение [3] или обмен зарядом иона со средой [4, 5]. Ниже рассматривается влияние процессов подхвата (потери) электронов ускоренными многозарядными ионами на границах раздела двух сред на характеристики возникающего переходного излучения.

Процессы перезарядки являются «быстрыми» и характерное время обмена зарядом ускоренного многозарядного иона со средой, а также время установления его равновесного заряда, порядка $\tau_c \sim (\sigma v n_e)^{-1}$, где σ — сечение перезарядки, v — скорость иона, n_e — концентрация электронов мишени. Если рассматривать электромагнитное излучение с длиной формирования l_{coh} , намного превышающей характерный пространственный масштаб обмена зарядом $l_{eq} \sim v\tau_c$, то процессы подхвата и потери электрона ионом можно считать «мгновенными». Воспользовавшись феноменологическими формула-

ми Линдхарда для сечений перезарядки [6], а также учитывая, что длина формирования излучения $l_{coh} \approx v/(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})$, где ω и \mathbf{k} — соответственно частота и волновой вектор излучаемой электромагнитной волны, нетрудно увидеть, что для широкого диапазона скоростей ионов и длин волн излучения, вплоть до вакуумного ультрафиолета, условие $l_{coh} \gg l_{eq}$ не нарушается.

Процессы подхвата или потери электрона приводят к тому, что поля в каждой из сред создаются различными ионными токами. Данное обстоятельство не означает нарушение закона сохранения заряда, поскольку полный заряд системы ион + мишень не изменяется. Условие «мгновенности» подхвата, потери электронов или установления равновесного заряда иона в среде позволит тогда найти соответствующие поля из условия непрерывности нормальной и тангенциальной к поверхности раздела компонент. Задача о нахождении спектрально-угловой плотности переходного излучения иона в условиях возможного подхвата или потери электронов может быть тогда решена традиционным путем расчета потока вектора Пойнтинга через удаленную поверхность.

2. ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

Пусть скорость иона направлена перпендикулярно границе раздела двух сред, а ось z — параллельно скорости частицы. Обозначим заряд иона до влета в среду через $Z_1 e$, а установившийся в среде через $Z_2 e$. Полагая, что магнитная проницаемость среды $\mu = 1$, запишем уравнения Максвелла для потенциалов слева (в вакууме):

* E-mail: vsmalyshevsky@sfedu.ru

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} &= -\frac{4\pi}{c} Z_1 e \mathbf{v} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t), \\ \Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} &= -4\pi Z_1 e \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t). \end{aligned} \quad (1)$$

При записи уравнений Максвелла во второй среде будем полагать, что, во-первых, поля создаются током заряда Z_2 , движущимся с такой же скоростью, как в первой среде. А во-вторых, что приобретенный ионом заряд $Z_1 - Z_2$ вследствие процессов потери электронов (или образовавшейся в среде заряд «дырки» вследствие процессов захвата электронов) создает в среде некоторую плотность заряда, быстро останавливающуюся вблизи границы раздела. Тогда справа от поверхности раздела в среде с диэлектрической проницаемостью ε можно записать

$$\Delta \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} Z_2 e \mathbf{v} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t), \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \Delta \varphi - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} &= -\frac{4\pi}{c} Z_2 e \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t) - \\ &- \frac{4\pi}{\varepsilon} (Z_1 - Z_2) e \delta(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (2b)$$

Заметим, что в соответствии с предыдущим замечанием, в правой части уравнения (2b) добавлено слагаемое, содержащее разность зарядов и обеспечивающее сохранение заряда. Решения уравнений (1), (2) будем искать, разлагая все величины в интегралы Фурье. Тогда фурье-компоненты напряженностей электрических полей в первой (слева, т. е. в вакууме) и второй (справа) средах запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(\mathbf{k}, \omega) &= \frac{iZ_1 e}{2\pi^2} \left[\frac{\omega \mathbf{v}}{c^2} - \mathbf{k} \right] \frac{\delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})}{\mathbf{k}^2 - \omega^2/c^2} + \\ &+ \mathbf{E}'_1(\mathbf{k}, \omega) \delta(\mathbf{k}^2 - \omega^2/c^2), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2(\mathbf{k}, \omega) &= \frac{iZ_2 e}{2\pi^2} \left[\frac{\omega \mathbf{v}}{c^2} - \frac{\mathbf{k}}{\varepsilon} \right] \frac{\delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})}{\mathbf{k}^2 - \varepsilon \omega^2/c^2} - \\ &- \frac{i(Z_1 - Z_2)e}{2\pi^2 \varepsilon} \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}^2} \delta(\omega) + \mathbf{E}'_2(\mathbf{k}, \omega) \delta(\mathbf{k}^2 - \varepsilon \omega^2/c^2). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\mathbf{E}'_1(\mathbf{k}, \omega)$ и $\mathbf{E}'_2(\mathbf{k}, \omega)$ — фурье-компоненты амплитуд свободных полей соответственно в первой $\mathbf{E}'_1(\mathbf{r}, t)$ и второй $\mathbf{E}'_2(\mathbf{r}, t)$ средах, которые найдем из условия непрерывности тангенциальной и нормальной компонент полей в первой и второй среде на границе раздела. При этом необходимо учесть, что, во-первых,

$$\text{div } \mathbf{E}'_1(\mathbf{r}, t) = \text{div } \mathbf{E}'_2(\mathbf{r}, t) = 0$$

и, во-вторых, волна в первой среде распространяется против скорости иона, а во второй — вдоль нее. Обозначим через \mathbf{q} проекцию вектора \mathbf{k} на поверхность раздела. В рассматриваемом случае нормального падения иона на поверхность раздела тангенциальные составляющие полей излучения удовлетворяют равенству $\mathbf{q} \cdot \mathbf{E}'_{1,2t} = qE'_{1,2t}$, и возникающее излучение будет поляризовано в плоскости, содержащей вектор \mathbf{k} и ось z . Кроме того, справедливы скалярные соотношения, связывающие нормальные и тангенциальные фурье-компоненты полей:

$$E'_{1t} = \chi_1 E'_{1n}/q, \quad E'_{2t} = -\chi_2 E'_{2n}/q,$$

где

$$\chi_1 = \sqrt{\omega^2/c^2 - q^2}, \quad \chi_2 = \sqrt{\varepsilon \omega^2/c^2 - q^2}.$$

Опуская промежуточные выкладки, которые во многом аналогичны расчетам, проведенным в работе [7] (см. Приложение А), приведем решение системы уравнений для нормальных компонент свободных полей в первой и второй средах:

$$E'_{1n} = \frac{ie}{\pi^2} \frac{q^2}{v} \frac{\chi_1}{\varepsilon \chi_1 + \chi_2} \left[\frac{Z_1(\varepsilon - \chi_2 v/\omega)}{q^2 + \omega^2/v^2 - \omega^2/c^2} + \frac{Z_2(-1 + \chi_2 v/\omega)}{q^2 + \omega^2/v^2 - \varepsilon \omega^2/c^2} \right], \quad (5)$$

$$E'_{2n} = \frac{ie}{\pi^2} \frac{q^2}{v} \frac{\chi_2}{\varepsilon \chi_1 + \chi_2} \left[\frac{Z_1(1 + \chi_1 v/\omega)}{q^2 + \omega^2/v^2 - \omega^2/c^2} - \frac{Z_2(1/\varepsilon + \chi_1 v/\omega)}{q^2 + \omega^2/v^2 - \varepsilon \omega^2/c^2} \right]. \quad (6)$$

Формулы (5), (6) обобщают результаты [7] (формулы (24.12) и (21.13)) на случай изменения заряда частицы в среде. Угловое и частотное распределение переходного излучения слева от поверхности раздела (излучение «назад») и справа (излучение «вперед») определим из соотношений (см., например, [7])

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W_1}{d\omega d\Omega'} &= \frac{\pi^2 c}{\sin^2 \vartheta'} |E'_{1n}|^2, \\ \frac{d^2 W_2}{d\omega d\Omega} &= \frac{\pi^2 c \sqrt{\varepsilon}}{\sin^2 \vartheta'} |E'_{2n}|^2, \end{aligned} \quad (7)$$

где ϑ — угол между векторами \mathbf{v} и \mathbf{k} , а ϑ' — угол между векторами $-\mathbf{v}$ и \mathbf{k} .

Из соотношений (5)–(7) получим угловое и частотное распределения переходного излучения слева от поверхности раздела (излучение «назад») и справа (излучение «вперед»):

$$\frac{d^2 W_1}{d\omega d\Omega'} = \frac{e^2 \sin^2 \vartheta' \cos^2 \vartheta'}{\pi^2 c} \times \left| \frac{\beta}{\varepsilon \cos \vartheta' + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta'}} F_1(\vartheta') \right|^2, \quad (8)$$

$$F_1(\vartheta') = \frac{Z_1 (\varepsilon - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta'})}{1 - \beta^2 \cos^2 \vartheta'} - \frac{Z_2}{1 + \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta'}}, \quad (9)$$

$$\frac{d^2 W_2}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \varepsilon^{5/2} \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta}{\pi^2 c} \times \left| \frac{\beta}{\cos \vartheta + \varepsilon^{1/2} \sqrt{1 - \varepsilon \sin^2 \vartheta}} F_2(\vartheta) \right|^2, \quad (10)$$

$$F_2(\vartheta) = \frac{Z_1}{1 - \beta \sqrt{1 - \varepsilon \sin^2 \vartheta}} - \frac{Z_2 (1 + \beta \varepsilon \sqrt{1 - \varepsilon \sin^2 \vartheta})}{\varepsilon (1 - \beta^2 \varepsilon \cos^2 \vartheta)}, \quad (11)$$

где $\beta = v/c$.

Если положить $Z_1 = Z_2$, то формулы (8), (10) переходят в известные выражения, полученные Гинзбургом и Франком [1]. При условии $Z_1 = 1$, $Z_2 = 0$ и $\varepsilon \rightarrow \infty$ из формулы (8) получаем известную формулу спектрально-угловой плотности излучения переходного излучения «назад» при влете заряженной частицы из вакуума в идеальный проводник:

$$\frac{d^2 W_1}{d\omega d\Omega'} = \frac{e^2 \sin^2 \vartheta'}{\pi^2 c} \frac{\beta^2}{(1 - \beta^2 \cos^2 \vartheta')^2}. \quad (12)$$

Если же положить, что $\varepsilon \rightarrow 1$, и учесть в (8), что $\vartheta' = \pi - \vartheta$, то из формул (8) при $Z_1 = 1$, $Z_2 = 0$ и

(10) при $Z_1 = 0$, $Z_2 = 1$ получим известное выражение для спектрально-угловой плотности излучения мгновенно остановившегося или стартующего заряда:

$$\frac{d^2 W_{1,2}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \sin^2 \vartheta}{4\pi^2 c} \frac{\beta^2}{(1 - \beta \cos \vartheta)^2}. \quad (13)$$

Как и следовало ожидать, при выполнении условия возникновения излучения Вавилова – Черенкова в прозрачной среде, а именно, когда $\text{Im}(\varepsilon) = 0$ и $\cos \vartheta = 1/\beta\sqrt{\varepsilon}$, спектрально-угловая плотность излучения «вперед» (10) обращается в бесконечность. Данное обстоятельство объясняется тем, что в прозрачной среде излучение Вавилова – Черенкова когерентно суммируется со всей бесконечной траектории. Для получения правильного выражения в прозрачной среде необходимо вычислять выход излучения, отнесенный к единице длины траектории заряженной частицы. Однако в реальной ситуации всегда есть сколь угодно малое поглощение, приводящее к конечному значению длины траектории, на которой происходит когерентное сложение амплитуд излучения Вавилова – Черенкова. Следует также отметить, что спектрально-угловая плотность излучения «вперед» во второй среде (10) в обоих случаях подхвата или потери электрона при $\varepsilon > 1$ содержит волны, испытывающие полное «внутреннее отражение» от границы раздела. Как и следовало ожидать, это происходит при углах излучения, удовлетворяющих условию $\sin \vartheta > 1/\sqrt{\varepsilon}$, т. е. когда $\sqrt{1 - \varepsilon \sin^2 \vartheta}$ в формулах (10) и (11) принимает мнимое значение. Аналогичное влияние эффекта полного «внешнего отражения» при $\varepsilon < 1$ на излучение «назад» описывается формулами (8) и (9), когда $\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}$ принимает мнимое значение.

В частности, для случая излучения «назад» влетающей в среду нейтральной частицы и теряющей электрон в среде спектрально-угловая плотность излучения описывается формулой

$$\frac{d^2 W_1}{d\omega d\Omega'} = \frac{e^2 \sin^2 \vartheta' \cos^2 \vartheta'}{\pi^2 c} \left| \frac{\beta}{(\varepsilon \cos \vartheta' + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta'}) (1 + \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta'})} \right|^2. \quad (14)$$

А если однократно заряженный ион при влете в среду подхватывает один электрон, то вместо (14) будем иметь

$$\frac{d^2 W_1}{d\omega d\Omega'} = \frac{e^2 \sin^2 \vartheta' \cos^2 \vartheta'}{\pi^2 c} \left| \frac{\beta (\varepsilon - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta'})}{(\varepsilon \cos \vartheta' + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta'}) (1 - \beta^2 \cos^2 \vartheta')} \right|^2. \quad (15)$$

Формулы (14), (15) обобщают формулы Гинзбурга и Франка [1] на случай однократного изменения заряда частицы в среде.

3. ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ТОНКОЙ ПЛАСТИНКЕ

При анализе переходного излучения многозарядных ионов в пластинке будем полагать, что толщина пластинки L такова, что можно пренебречь торможением иона и считать его скорость, как и в предыдущем случае, постоянной. Ограничимся рассмотрением нормального падения пучка ионов на границу раздела. Полагая, что заряд иона при вылете из пластинки в вакуум не изменяется, запишем напряженность поля в области за пластинкой:

$$\mathbf{E}_3(\mathbf{k}, \omega) = \frac{iZ_2 e}{2\pi^2} \left[\frac{\omega \mathbf{v}}{c^2} - \mathbf{k} \right] \frac{\delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})}{\mathbf{k}^2 - \omega^2/c^2} + \mathbf{E}'_3(\mathbf{k}, \omega) \delta(\mathbf{k}^2 - \omega^2/c^2). \quad (16)$$

Наличие второй границы требует проведения на ней сшивки нормальной и тангенциальной компонент полей. Однако теперь, в отличие от предыдущего случая, внутри пластинки будут присутствовать две волны, одна из которых $\mathbf{E}'_2^{(+)}(\mathbf{r}, t)$ распространяется вдоль скорости иона, а вторая $\mathbf{E}'_2^{(-)}(\mathbf{r}, t)$ — в противоположном направлении. В результате уравнения для тангенциальных фурье-компонент будут иметь вид

$$-\frac{iZ_1 e q}{\pi^2 v (q^2 + \omega^2/v^2 - \omega^2/c^2)} + \frac{E'_{1t}}{\chi_1} = -\frac{iZ_2 e q}{\pi^2 v \varepsilon (q^2 + \omega^2/v^2 - \varepsilon \omega^2/c^2)} + \frac{E'_{2t}^{(+)} + E'_{2t}^{(-)}}{\chi_2}, \quad (17)$$

$$-\frac{iZ_2 e q \exp(i\omega L/v)}{\pi^2 v (q^2 + \omega^2/v^2 - \omega^2/c^2)} + \frac{E'_{2t}^{(+)} \exp(i\chi_2 L) + E'_{2t}^{(-)} \exp(-i\chi_2 L)}{\chi_2} = -\frac{iZ_2 e q \exp(i\omega L/v)}{\pi^2 v \varepsilon (q^2 + \omega^2/v^2 - \varepsilon \omega^2/c^2)} + \frac{E'_{3t} \exp(i\chi_3 L)}{\chi_3} \quad (18)$$

и соответственно — для нормальных компонент:

$$\frac{iZ_1 e (\omega v^2/c^2 - \omega)}{\pi^2 v^2 (q^2 + \omega^2/v^2 - \omega^2/c^2)} + \frac{E'_{1n}}{\chi_1} = \frac{iZ_2 e \varepsilon (\omega v^2/c^2 - \omega/\varepsilon)}{\pi^2 v^2 (q^2 + \omega^2/v^2 - \varepsilon \omega^2/c^2)} - \frac{i(Z_1 - Z_2)e}{\pi^2 \omega} + \frac{\varepsilon (E'_{2n}^{(+)} + E'_{2n}^{(-)})}{\chi_2}, \quad (19)$$

$$\frac{iZ_2 e \varepsilon (\omega v^2/c^2 - \omega/\varepsilon) \exp(i\omega L/v)}{\pi^2 v^2 (q^2 + \omega^2/v^2 - \omega^2/c^2)} + \frac{\varepsilon (E'_{2n}^{(+)} \exp(i\chi_2 L) + E'_{2n}^{(-)} \exp(-i\chi_2 L))}{\chi_2} = \frac{iZ_2 e (\omega v^2/c^2 - \omega) \exp(i\omega L/v)}{\pi^2 v^2 (q^2 + \omega^2/v^2 - \omega^2/c^2)} + \frac{E'_{3n} \exp(i\chi_3 L)}{\chi_3}, \quad (20)$$

где $\chi_1 = \chi_3 = \sqrt{\omega^2/c^2 - q^2}$.

Как и ранее, уравнения для полей, получающиеся после сшивки на границах, необходимо дополнить соотношениями

$$\operatorname{div} \mathbf{E}'_1(\mathbf{r}, t) = \operatorname{div} \mathbf{E}'_2^{(+)}(\mathbf{r}, t) = \operatorname{div} \mathbf{E}'_2^{(-)}(\mathbf{r}, t) = \operatorname{div} \mathbf{E}'_3(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (21)$$

из которых следует, что

$$E'_{1t} = \frac{\chi_1 E'_{1n}}{q}, \quad E'_{2t}^{(+)} = -\frac{\chi_2 E'_{2n}^{(+)}}{q}, \quad (22)$$

$$E'_{2t}^{(-)} = \frac{\chi_2 E'_{2n}^{(-)}}{q}, \quad E'_{3t} = -\frac{\chi_3 E'_{3n}}{q}.$$

Таким образом, из уравнений (17)–(22) можно получить замкнутую систему из четырех уравнений для четырех нормальных компонент E'_{1n} , $E'_{2n}^{(+)}$, $E'_{2n}^{(-)}$ и E'_{3n} (см. Приложение В). Найденные поля E'_{1n} и E'_{3n} позволяют вычислить характеристики излучения «вперед» (f) и «назад» (b):

$$\frac{d^2 W^{(f)}}{d\omega d\Omega} = \frac{\pi^2 c}{\sin^2 \vartheta} |E'_{3n}|^2, \quad (23)$$

$$\frac{d^2 W^{(b)}}{d\omega d\Omega'} = \frac{\pi^2 c}{\sin^2 \vartheta'} |E'_{1n}|^2.$$

Аналитические решения системы уравнений (17)–(22) достаточно громоздки и приводить их не будем. Однако численные расчеты с использованием аналитических формул можно легко сделать. На рис. 1 показаны некоторые результаты численных расчетов угловых распределений в относительных единицах $e^2/\pi^2 c$. Расчеты проводились для ионов

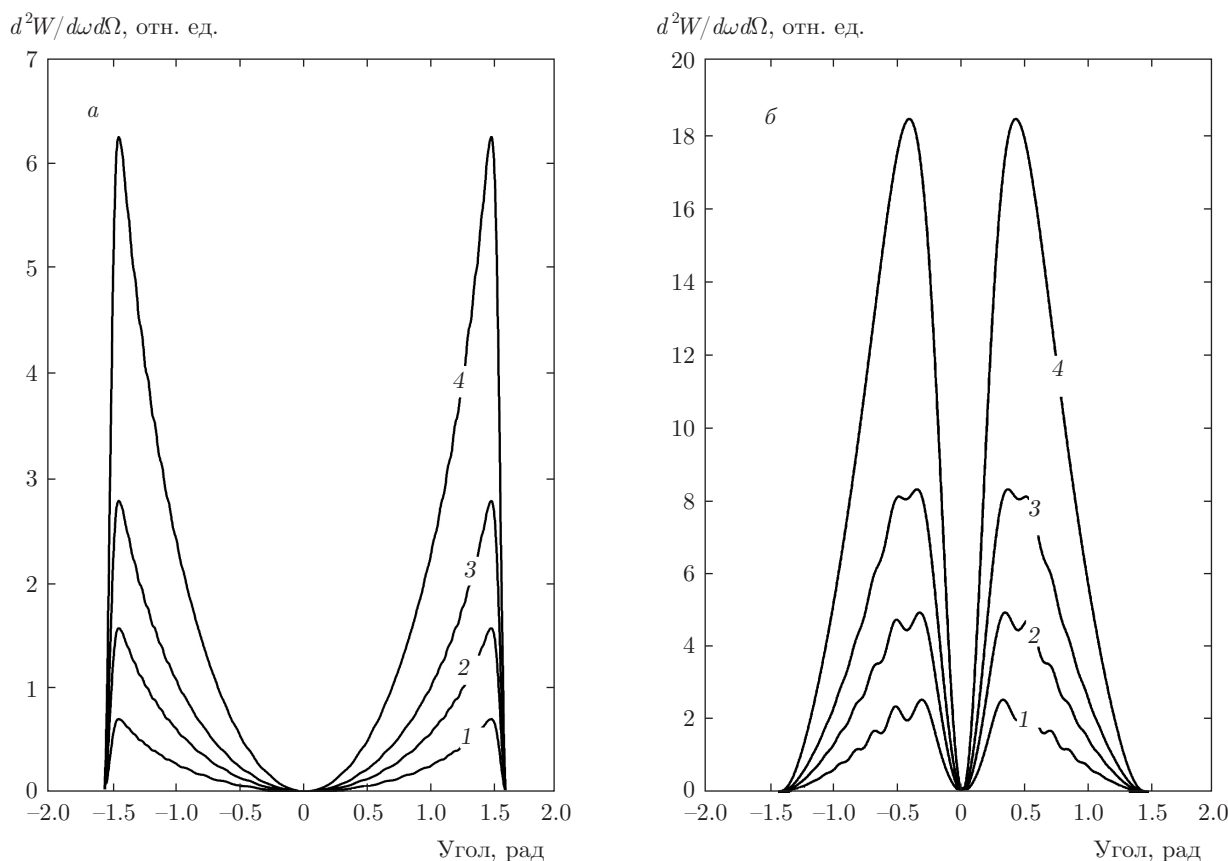


Рис. 1. Рассчитанное угловое распределение переходного излучения «назад» (а) и «вперед» (б) в области вакуумного ультрафиолета ($\hbar\omega = 500$ эВ) ускоренных ионов углерода ($\beta = 0.9$) в золотой пластинке ($L = 25$ нм) при различных значениях заряда иона на выходе из пластинки: $Z_1 = 6$, $Z_2 = 4$ (1), 3 (2), 2 (3), 0 (4)

углерода, пересекающих тонкую золотую пластину, для различных значений конечного заряда Z_2 . Энергии излучаемых квантов выбраны в области прозрачности в диапазоне вакуумного ультрафиолета $\hbar\omega = 500$ эВ, а толщина пластины L равна десяти длинам волн, т. е. около 25 нм. Диэлектрическая проницаемость содержит действительную и мнимую части: $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$, которые в области $\hbar\omega = 500$ эВ равны соответственно $\varepsilon' = 0.98859$ и $\varepsilon'' = 0.0102$ [8]. Осцилляции в угловых распределениях связаны с интерференцией отраженного излучения от границ пластины. Эффект полного внешнего отражения проявляется в острых максимумах в излучении «назад» при углах, близких к $\pi/2$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментальное исследование процессов электромагнитного излучения многозарядных ионов проводилось в ряде работ, например, [2, 9]. Основной целью этих работ было изучение особен-

ностей возникающего излучения вблизи черенковского порога. В частности, в работе [9] исследовались интерференционные эффекты при переходе порога черенковского излучения в среде, имеющей конечные размеры. Энергия полностью ионизованных ионов свинца была равна 158 ГэВ/нуклон. При такой энергии вероятность подхвата ионом электрона в среде пренебрежимо мала. В работе проводились измерения углового распределения излучения в оптическом диапазоне в газовой (гелий) среде конечных размеров. Диэлектрическая проницаемость среды изменялась путем изменения давления газа. Если порог черенковского излучения достигнут, т. е. $\beta\sqrt{\varepsilon'} > 1$, то параметр k_0 , используемый авторами работы [9], $k_0 = L(1 - \beta\sqrt{\varepsilon'})/\beta\lambda$ (где λ — длина волны излучения), меньше нуля. Угловое распределение излучения должно в этом случае содержать характерный черенковский конус. Если же $\beta\sqrt{\varepsilon'} < 1$ и порог черенковского излучения не достигнут, то $k_0 > 0$ и угловое распределение возникающего излучения будет иметь более сложный

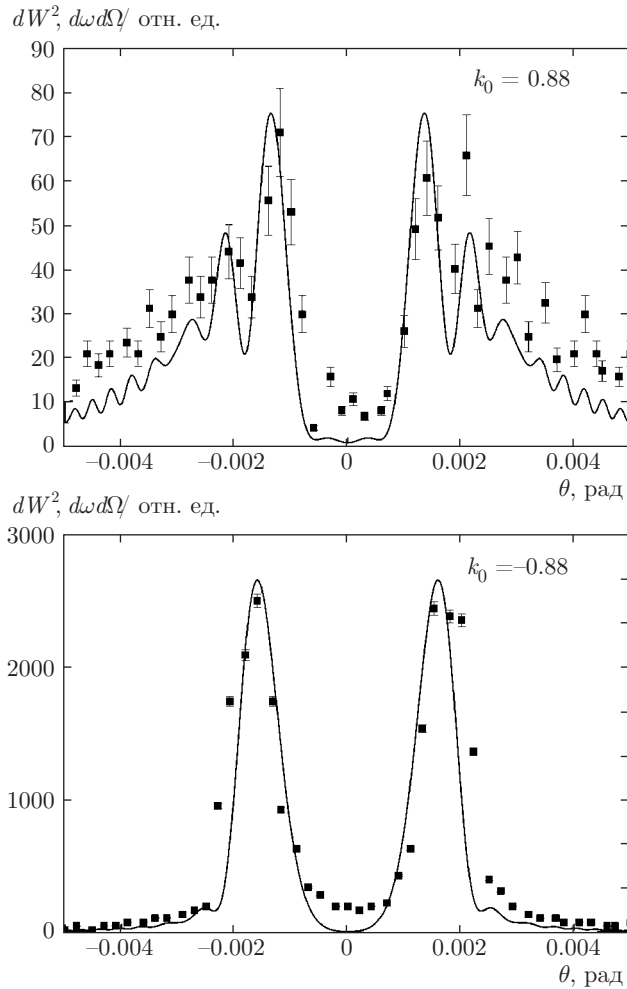


Рис. 2. Рассчитанное по формулам (17)–(23) и измеренное в работе [9] угловое распределение излучения «вперед» ионов свинца с энергией 158 ГэВ/нуклон на границе порога черенковского излучения в среде, имеющей конечные размеры при $Z_1 = Z_2 = 82$ (подробности см. в тексте)

характер, определяемый наличием границ у среды. Результаты измерений [9] угловых распределений излучения при $k_0 = 0.88$ и $k_0 = -0.88$, а также расчетов по формулам (23) излучения «вперед» с использованием значений $L, \beta, \varepsilon', \lambda$ из работы [9] и при неизменном заряде ионов $Z_1 = Z_2 = 82$ показаны на рис. 2. Расчетная угловая зависимость, как и в цитированной работе [9], сглаживалась на интервалах угловой расходимости пучка ионов, равной примерно 0.5 мрад. Результаты проведенных расчетов неплохо согласуются с экспериментальными данными.

Энергия ионов в цитированных экспериментах была достаточно велика для наблюдения процессов подхвата электронов. Для наблюдения эффектов,

связанных с изменением заряда ионов в среде, их скорость не должна быть намного больше боровской скорости. Имеющиеся современные технические возможности позволяют осуществить подобные эксперименты. Наш анализ показывает, что процессы перезарядки многозарядных ионов в среде приводят к существенному увеличению выхода переходного излучения, что наглядно иллюстрирует рис. 1. Физически это связано с возникновением дополнительного вклада в выход излучения электронов, которые подхватывает или теряет многозарядный ион в среде. Как следует из проведенного анализа, этот вклад аналогичен вкладу мгновенно стартующих или останавливающихся зарядов. Узкие максимумы в излучении «назад» в рентгеновском диапазоне при углах, близких к $\pi/2$, (эффект полного внешнего отражения) могут быть использованы для создания новых направленных широкополосных источников рентгеновского излучения. Выявленные особенности угловых распределений могут быть полезны для проектирования детекторов зарядовых распределений многозарядных ионов.

Авторы выражают благодарность А. С. Кубанкину за предоставленные данные по частотным зависимостям комплексной диэлектрической проницаемости. Работа поддержана грантом Южного федерального университета (проект № 213.01.-07.2014/13 ПЧВГ).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Для определения амплитуд полей излучения $\mathbf{E}'_1(\mathbf{k}, \omega)$ и $\mathbf{E}'_2(\mathbf{k}, \omega)$ воспользуемся условиями непрерывности тангенциальной и нормальной к поверхности раздела компонент поля на границе раздела:

$$\int \mathbf{E}_{1t}(\mathbf{k}, \omega) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega t} d\mathbf{k} d\omega = \int \mathbf{E}_{2t}(\mathbf{k}, \omega) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega t} d\mathbf{k} d\omega, \quad (\text{A.1})$$

$$\int \mathbf{E}_{1n}(\mathbf{k}, \omega) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega t} d\mathbf{k} d\omega = \varepsilon \int \mathbf{E}_{2n}(\mathbf{k}, \omega) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega t} d\mathbf{k} d\omega. \quad (\text{A.2})$$

Уравнения (A.1), (A.2) с учетом дополнительных условий поперечности свободного поля однозначно определяют амплитуды свободного поля $\mathbf{E}'_1(\mathbf{k}, \omega)$ и $\mathbf{E}'_2(\mathbf{k}, \omega)$. Для дальнейших вычислений одно из слагаемых, содержащих дельта-функцию $\delta(\omega)$ в определении поля $\mathbf{E}_2(\mathbf{k}, \omega)$ в формуле (4), удобно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} & -\frac{i(Z_1 - Z_2)e}{2\pi^2\varepsilon} \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}^2} \delta(\omega) = \\ & = \lim_{\mathbf{v} \rightarrow 0} \frac{i(Z_1 - Z_2)e}{2\pi^2} \left[\frac{\omega\mathbf{v}}{c^2} - \frac{\mathbf{k}}{\varepsilon} \right] \frac{\delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})}{\mathbf{k}^2 - \varepsilon\omega^2/c^2}. \quad (\text{A.3}) \end{aligned}$$

Для нахождения амплитуд $\mathbf{E}'_1(\mathbf{k}, \omega)$ и $\mathbf{E}'_2(\mathbf{k}, \omega)$ проинтегрируем уравнения (A.1), (A.2) по k_z с учетом соотношения (A.3) и затем перейдем к пределу $\mathbf{v} \rightarrow 0$. В результате получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} & -\frac{iZ_1eq}{\pi^2v(q^2 + \omega^2/v^2 - \omega^2/c^2)} + \frac{E'_{1t}}{\chi_1} = \\ & = -\frac{iZ_2eq}{\pi^2v\varepsilon(q^2 + \omega^2/v^2 - \varepsilon\omega^2/c^2)} + \frac{E'_{2t}}{\chi_2} + \\ & + \lim_{v \rightarrow 0} \left[\frac{i(Z_1 - Z_2)eq}{\pi^2v\varepsilon(q^2 + \omega^2/v^2 - \varepsilon\omega^2/c^2)} \right], \quad (\text{A.4}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{iZ_1e(\omega v^2/c^2 - \omega)}{\pi^2v^2(q^2 + \omega^2/v^2 - \omega^2/c^2)} + \frac{E'_{1n}}{\chi_1} = \\ & = \frac{iZ_2e\varepsilon(\omega v^2/c^2 - \omega/\varepsilon)}{\pi^2v^2(q^2 + \omega^2/v^2 - \varepsilon\omega^2/c^2)} + \frac{\varepsilon E'_{2n}}{\chi_2} + \\ & + \lim_{v \rightarrow 0} \left[\frac{i(Z_1 - Z_2)e\varepsilon(\omega v^2/c^2 - \omega/\varepsilon)}{\pi^2v^2(q^2 + \omega^2/v^2 - \varepsilon\omega^2/c^2)} \right]. \quad (\text{A.5}) \end{aligned}$$

Учтем в (A.3) и (A.4) очевидные соотношения:

$$\lim_{v \rightarrow 0} \left[\frac{i(Z_1 - Z_2)eq}{\pi^2v\varepsilon(q^2 + \omega^2/v^2 - \varepsilon\omega^2/c^2)} \right] = 0, \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} \lim_{v \rightarrow 0} \left[\frac{i(Z_1 - Z_2)e\varepsilon(\omega v^2/c^2 - \omega/\varepsilon)}{\pi^2v^2(q^2 + \omega^2/v^2 - \varepsilon\omega^2/c^2)} \right] = \\ = -\frac{i(Z_1 - Z_2)}{\pi^2\omega}. \quad (\text{A.7}) \end{aligned}$$

Тогда принимая во внимание скалярные соотношения, связывающие нормальные и тангенциальные фурье-компоненты полей, а также исключая из полученных уравнений E'_{2n} , получим, например, уравнение для E'_{1n} :

$$\begin{aligned} E'_{1n} = & \frac{iZ_1eq^2\chi_1}{\pi^2v(\chi_1\varepsilon + \chi_2)} \frac{\varepsilon - (\chi_2/q^2v)(\omega v^2/c^2 - \omega)}{q^2 + \omega^2/v^2 - \omega^2/c^2} + \\ & + \frac{iZ_2eq^2\chi_1}{\pi^2v(\chi_1\varepsilon + \chi_2)} \frac{-1 + (\chi_2\varepsilon/q^2v)(\omega v^2/c^2 - \omega/\varepsilon)}{q^2 + \omega^2/v^2 - \varepsilon\omega^2/c^2} - \\ & - \frac{i(Z_1 - Z_2)e\chi_1\chi_2}{\pi^2\omega(\chi_1\varepsilon + \chi_2)}. \quad (\text{A.8}) \end{aligned}$$

Выражения в числителях первых двух слагаемых можно представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{\chi_2}{q^2v} \left(\frac{\omega v^2}{c^2} - \omega \right) = \\ = -\frac{\chi_2v}{q^2\omega} \left(q^2 + \frac{\omega^2}{v^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \right) + \frac{\chi_2v}{\omega}, \quad (\text{A.9}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\chi_2\varepsilon}{q^2v} \left(\frac{\omega v^2}{c^2} - \frac{\omega}{\varepsilon} \right) = \\ = -\frac{\chi_2v}{q^2\omega} \left(q^2 + \frac{\omega^2}{v^2} - \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} \right) + \frac{\chi_2v}{\omega}. \quad (\text{A.10}) \end{aligned}$$

Легко увидеть, что в такой записи член, содержащий разность зарядов $Z_1 - Z_2$, сокращается. Таким образом, окончательно получим для нормальной компоненты напряженности электрического поля в первой среде (в вакууме) формулу (5). Аналогичные выкладки можно проделать для E'_{2n} и получить выражение, ранее приведенное в (6).

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Если ввести обозначения

$$E'_{1n} = \frac{e}{\pi^2c} X_1, \quad E'_{2n}{}^{(-)} = \frac{e}{\pi^2c} X_2,$$

$$E'_{2n}{}^{(+)} = \frac{e}{\pi^2c} X_3, \quad E'_{3n} = \frac{e}{\pi^2c} X_4,$$

то система уравнений для нормальных компонент X_i будет выглядеть следующим образом:

$$\sum_{k=1}^4 a_{ik} X_k = Q_i. \quad (\text{B.1})$$

Здесь матрица a_{ik} и неоднородные члены Q_i для случая излучения «вперед», когда

$$q = (\omega/c) \sin \vartheta, \quad \chi_1 = \chi_3 = (\omega/c) \cos \vartheta,$$

$$\chi_2 = (\omega/c) \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta},$$

определены следующим образом (для анализа излучения «назад» угол ϑ в приведенных ниже формулах необходимо заменить на $\vartheta' = \pi - \vartheta$):

$$||a|| = \left\{ \begin{array}{cccc} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & e^{-2i\pi t \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}} & -e^{2i\pi t \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}} & e^{-2i\pi t \cos^2 \vartheta} \\ \frac{1}{\cos \vartheta} & -\frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}} & -\frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}} & 0 \\ 0 & \frac{\varepsilon e^{-2i\pi t \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}}}{\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}} & \frac{\varepsilon e^{2i\pi t \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}}}{\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}} & \frac{e^{-2i\pi t \cos^2 \vartheta}}{\cos \vartheta} \end{array} \right\}, \quad (B.2)$$

$$Q_1 = i\beta \sin^2 \vartheta \times \left\{ \frac{Z_1}{1 - \beta^2(1 - \sin^2 \vartheta)} - \frac{Z_2}{\varepsilon [1 - \beta^2(\varepsilon - \sin^2 \vartheta)]} \right\}, \quad (B.3)$$

$$Q_2 = -i\beta \sin^2 \vartheta e^{2i\pi t/\beta} \times \left\{ \frac{Z_2}{1 - \beta^2(1 - \sin^2 \vartheta)} - \frac{Z_2}{\varepsilon [1 - \beta^2(\varepsilon - \sin^2 \vartheta)]} \right\}, \quad (B.4)$$

$$Q_3 = i \left\{ \frac{Z_1(1 - \beta^2)}{1 - \beta^2(1 - \sin^2 \vartheta)} - \frac{Z_2(1 - \varepsilon\beta^2)}{1 - \beta^2(\varepsilon - \sin^2 \vartheta)} - (Z_1 - Z_2) \right\}, \quad (B.5)$$

$$Q_4 = -ie^{2i\pi t/\beta} \left\{ \frac{Z_2(1 - \beta^2)}{1 - \beta^2(1 - \sin^2 \vartheta)} - \frac{Z_2(1 - \varepsilon\beta^2)}{1 - \beta^2(\varepsilon - \sin^2 \vartheta)} \right\}, \quad (B.6)$$

где параметр t определен как $t = L/\lambda$, т. е. толщина пластинки в длинах волн λ возникающего излучения. Спектрально-угловую плотность излучения «вперед» $d^2W^{(f)}/d\omega d\Omega$ и «назад» $d^2W^{(b)}/d\omega d\Omega'$ найдем, соответственно, из формул

$$\begin{aligned} \frac{d^2W^{(f)}}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{\pi^2 c} \frac{1}{\sin^2 \vartheta} |X_4|^2, \\ \frac{d^2W^{(b)}}{d\omega d\Omega'} &= \frac{e^2}{\pi^2 c} \frac{1}{\sin^2 \vartheta'} |X_1|^2. \end{aligned} \quad (B.7)$$

Аналитическое решение системы уравнений (B.1) достаточно громоздко. Однако, используя приведенные формулы, можно без труда проделать прямые численные расчеты.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ **16**, 15 (1946).
2. J. Ruzicka, F. Hrmo, L. Krupa et al., Vacuum **63**, 591 (2001).
3. E. I. Fiks, Y. L. Pivovarov, J. V. Bogdanov et al., Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B **134**, 51 (2012).
4. V. S. Malyshevsky, Phys. Lett. A **372**, 2133 (2008).
5. В. С. Малышевский, Письма в ЖТФ **40**(8), 1 (2014).
6. N. Bohr and J. Lindhard, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **28**, № 7 (1954).
7. М. Л. Тер-Микаелян, *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях*, Изд-во АН Арм.ССР, Ереван (1969), с. 210.
8. The Center for X-Ray Optics is a multi-disciplined research group within Lawrence Berkeley National Laboratory's (LBNL) Materials Sciences Division. *X-Ray Interactions With Matter*. http://henke.lbl.gov/optical_constants/index.
9. M. Ciljak, J. Ruzicka, A. S. Vodopianov et al., Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A **498**, 126 (2003).