

# СХЕМА ВОЗБУЖДЕНИЯ ПЛАЗМОНОВ НА ГРАНИЦЕ МЕТАЛЛА С ФОТОННЫМ КРИСТАЛЛОМ

*Т. И. Кузнецова\**, *Н. А. Распопов\*\**

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 22 июля 2013 г.

Рассматривается одномерный фотонный кристалл и падающая на него световая волна, направление которой неколлинеарно градиенту диэлектрической проницаемости кристалла. На основе уравнений «связанных мод» получены собственные решения для полей; среди решений особый акцент делается на эванесцентные волны. Анализируется преобразование полей на границах кристалл–воздух и кристалл–металл. Получено условие резонансного возбуждения поверхностных волн на границе кристалла с металлом и дается оценка эффективности трансформации исходной распространяющейся волны в поверхностную.

DOI: 10.7868/S0044451014030070

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Возбуждение оптических полей, локализованных в субволновом слое вблизи металлической поверхности, поверхностных плазмон-поляритонов (SPP), является предметом исследований оптиков в течение нескольких последних десятилетий. В основополагающей работе по поверхностным плазмонам [1] описаны схемы [2, 3], использующие нарушенное полное внутреннее отражение, которые до сих пор наиболее часто применяются в экспериментах с плазмонами.

Вместе с тем ведутся поиски других методов получения SPP. В ряде работ исследовалось возбуждение плазмонов, когда свет направлялся на субмикронный канал в слое металла или же когда свет падал на субволновое отверстие либо на сверхузкую щель в тонкой металлической пленке. Наблюдение в этих схемах [4–6] осуществлялось со стороны выходной поверхности металла. Разработке теоретического описания происходящих здесь явлений посвящено большое число статей, например, [7, 8]. Нельзя не упомянуть работу [9] по исследованию прохождения излучения через систему множественных отверстий в металлической пленке. Здесь не обсуждаются специфика вопросов, связанных с этой тематикой и работы, восходящие к статье [9].

\*E-mail: tkuzn@sci.lebedev.ru

\*\*E-mail: ma@sci.lebedev.ru

Здесь предлагается вариант возбуждения плазмонов, использующий свойства фотонных кристаллов. При этом важна только способность кристалла создавать, воздействуя на свет, волны, модулированные в пространстве с субмикронным периодом.

Будут обсуждаться одномерные фотонные кристаллы. Особенность предлагаемой схемы состоит в том, что градиент диэлектрической проницаемости кристалла параллелен входной плоскости, на которую нормально (или под небольшим углом к нормали) падает исходная световая волна.

Наличие запрещенных фотонных зон, не являясь препятствием для изучаемых нами эффектов, усложняет рассмотрение. В связи с этим далее будут рассматриваться поля с такими частотами и угловыми характеристиками, что влияние запрещенных зон будет несущественно.

## 2. СОБСТВЕННЫЕ ВОЛНЫ В НЕОГРАНИЧЕННОМ ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ

Рассмотрим фотонный кристалл, не ограниченный по координатам  $x$ ,  $y$ . Координата  $z$  кристалла лежит в пределах  $[-d, 0]$ . На рис. 1 условно показано чередование областей с большей и меньшей величиной диэлектрической проницаемости. Предполагаем, что пространственная зависимость диэлектрической проницаемости от координаты имеет вид

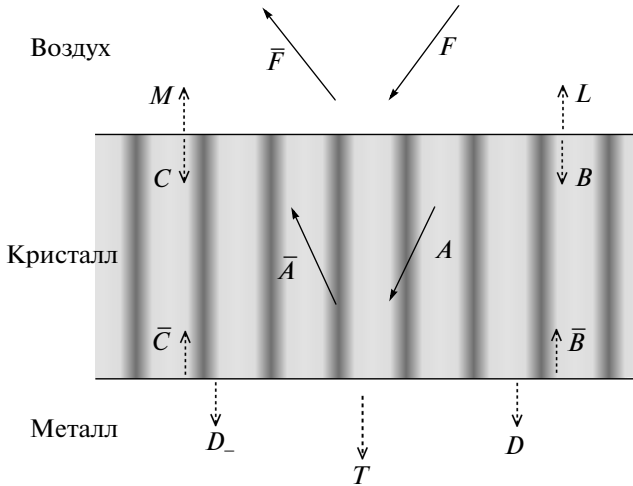


Рис. 1. Схематическое представление волн в кристалле

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \tilde{\varepsilon} (e^{iGx} + e^{-iGx}). \quad (1)$$

Магнитная проницаемость кристалла постоянна и равна единице. Выбирая численные параметры задачи, будем ориентироваться на характеристики синтетического опала. Некоторые данные будут взяты из экспериментальных работ [10, 11], где изучались нелинейные эффекты в опалах (и в нанокомпозитах на их основе) под воздействием излучения лазера на рубине в режиме гигантского импульса.

Среднее значение диэлектрической проницаемости положим  $\varepsilon_0 = 1.84$  (что соответствует опаловой матрице с незаполненными порами). Отношение модуляционной составляющей диэлектрической проницаемости к ее среднему значению будем считать малым

$$\tilde{\varepsilon}/\varepsilon_0 = \xi \ll 1, \quad (2)$$

в расчетах будет взято значение  $\xi = 0.1$ . При использовании различных диэлектрических заполнителей пор опаловой матрицы в работах [10, 11] могли достигаться и меньшие, и несколько большие значения, вплоть до  $\xi = 0.285$ . Период модуляции диэлектрической проницаемости положим равным  $l = 2\pi/G = 360$  нм (в работах по опалам встречаются значения периода  $l$  от 200 до 600 нм). Будем считать, что на кристалл падает монохроматическая плоская волна (в экспериментах обычно использовался сходящийся пучок, угол схождения порядка 0.1–0.05 рад). Длину волны излучения положим равной  $\lambda = 2\pi c/\omega = 694.3$  нм.

Пусть направление волнового вектора волны, падающей на кристалл, составляет с нормалью к вход-

ной плоскости угол  $\theta$ , не превышающий  $\pi/6$ . В таком случае имеем неравенство

$$\frac{G}{2} - \frac{\omega}{c} |\sin \theta| \gg \frac{G}{2} \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0}, \quad (3)$$

т. е. волновой вектор волны далеко отстоит от края стоп-зоны и роль стоп-зоны можно не учитывать. При этом рассмотрение интересующего нас эффекта — перекачки исходного излучения в поверхностную волну — проводится достаточно простым путем.

Исходное излучение, распространяющееся в воздухе, представляем формулой

$$F \exp \left[ ik_x x + i\sqrt{\omega^2/c^2 - k_x^2} z \right], \quad k_x \leq \omega/2c,$$

временной множитель  $\exp[-i\omega t]$  здесь и далее опускается.

Прежде всего, обратимся к характеристикам волн в фотонном кристалле, не принимая во внимание границы  $z = -d, z = 0$ . Для выбранной неоднородности диэлектрической проницаемости (1) при отсутствии зависимости полей от координаты  $y$  в нашей задаче удобно работать с компонентой магнитного поля  $H_y$ . Уравнение для магнитного поля  $\mathbf{H}$  имеет вид (см. [12])

$$\Delta \mathbf{H} + \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H} + \frac{1}{\varepsilon} [\nabla \varepsilon \times \text{rot } \mathbf{H}] = 0. \quad (4)$$

Обозначая  $H_y = H$  и записывая градиент  $\varepsilon$  с учетом (2), представим уравнение (4) следующим образом:

$$\Delta H + \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} H + \tilde{\varepsilon} \frac{\omega^2}{c^2} (e^{iGx} + e^{-iGx}) H - \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

и будем искать его решение в виде

$$H = [H_0 + H_1 e^{iGx} + H_{-1} e^{-iGx}] e^{ik_x x + ik_z z}. \quad (6)$$

Отметим, что при анализе периодических структур во многих случаях оставляют одну рассеянную волну, а не две, как здесь (формула (6) содержит  $H_1$  и  $H_{-1}$ ). В литературе (например, в работах [13, 14]) уделяется большее внимание одной из волн — той, для которой выполняется резонансное условие  $k_x \approx G/2$ . В наших условиях, т. е. при выполнении неравенства (3), обе волны далеки от резонанса и в общем случае должны рассматриваться совместно.

Из уравнения (6) получаем систему уравнений для трех амплитуд:  $H_0, H_j (j = \pm 1)$ . Она имеет вид

$$\begin{aligned} & \left( \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_z^2 \right) H_0 + \\ & + \xi \sum_{j=\pm 1} \left[ \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - G(G + jk_x) \right] H_j = 0, \\ & \xi \left( \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} + jGk_x \right) H_0 + \\ & + \left[ \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - (k_x + jG)^2 - k_z^2 \right] H_j = 0, \quad j = \pm 1. \end{aligned} \quad (7)$$

Приравнявая нулю определитель системы (7), получаем

$$\begin{aligned} & \left( \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_z^2 \right) \prod_{j=\pm 1} \left[ \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - (k_x + jG)^2 - k_z^2 \right] - \\ & - \xi^2 \sum_{j=\pm 1} \left[ \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - (k_x + jG)^2 - k_z^2 \right] \times \\ & \times \left[ \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - G(G - jk_x) \right] \left[ \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - jGk_x \right] = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Находим три решения уравнения (8) для квадрата компоненты волнового вектора  $k_z$ ; при получении решения используем малость параметра  $\xi$ :

для нулевой моды

$$\begin{aligned} (k_z^2)_0 &= \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 + \\ & + 2\xi^2 \left[ \left( \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} \right)^2 - \left( \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} + k_x^2 \right) G^2 \right] \times \\ & \times [G^2 - (2k_x)^2]^{-1} \equiv k_0^2, \end{aligned} \quad (9)$$

для мод с номерами  $j = \pm 1$

$$\begin{aligned} (k_z^2)_j &= \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - (k_x + jG)^2 - \\ & - \xi^2 \left[ \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - G(G + jk_x) \right] \times \\ & \times \left[ \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} + jGk_x \right] [G^2 + 2jGk_x]^{-1} \equiv -(\gamma_j)^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Поля собственных волн описываются следующими функциями:

для моды с нулевым индексом

$$f_0(x, z) = [1 + \xi_{1,0} e^{iGx} + \xi_{-1,0} e^{-iGx}] e^{ik_x x + ik_0 z}, \quad (11)$$

для моды с номером 1

$$f_1(x, z) = [\xi_{0,1} + e^{iGx}] e^{ik_x x - \gamma_1 z}, \quad (12)$$

для моды с номером  $-1$

$$f_{-1}(x, z) = [\xi_{0,-1} + e^{-iGx}] e^{ik_x x - \gamma_{-1} z}. \quad (13)$$

Здесь использованы обозначения

$$\begin{aligned} \xi_{j,0} &= \xi \frac{\varepsilon_0 \omega^2 / c^2 + jGk_x}{G^2 + 2jGk_x}, \quad j = \pm 1, \\ \xi_{0,j} &= \xi \frac{G(G + jk_x) - \varepsilon_0 \omega^2 / c^2}{G^2 + 2jGk_x}, \quad j = \pm 1. \end{aligned} \quad (14)$$

Каждой из указанных мод (11)–(13) соответствует обращенная мода, которая получается заменой  $k_0 \rightarrow -k_0$ ,  $\gamma_1 \rightarrow -\gamma_1$ ,  $\gamma_{-1} \rightarrow -\gamma_{-1}$ , иными словами,

$$\begin{aligned} \bar{f}_0(x, z) &= f_0(x, -z), \quad \bar{f}_1(x, z) = f_1(x, -z), \\ \bar{f}_{-1}(x, z) &= f_{-1}(x, -z). \end{aligned} \quad (15)$$

Как указывалось выше, в бесконечно протяженной по  $z$  среде волны с номерами  $+1$  и  $-1$  равноправны. Преимущества одной из волн могут возникнуть только за счет влияния границы. Далее переходим к рассмотрению роли границ.

### 3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВОЛН НА ГРАНИЦАХ ФОТОННОГО КРИСТАЛЛА

На границе воздух–кристалл имеется падающая первоначальная волна  $F \exp[ik_x x + i\sqrt{\omega^2/c^2 - k_x^2} z]$ , при отражении в воздухе возникает отраженная волна  $\bar{F} \exp[ik_x x - i\sqrt{\omega^2/c^2 - k_x^2} z]$ . Из-за наличия субволновой пространственной структуры среды у волн в кристалле возникают сателлиты (см. разд. 2); в связи с этим также и в воздухе к двум указанным волнам добавляются волны, осциллирующие по  $x$  с пространственными частотами  $k_x \pm G$  и затухающие по координате  $z$ . Полное поле в воздухе, т. е. при  $z < -d$  имеет вид

$$\begin{aligned} H(x, z < -d) &= \left( F \exp\left(i\sqrt{\omega^2/c^2 - k_x^2} z\right) + \right. \\ & \left. + \bar{F} \exp\left(-i\sqrt{\omega^2/c^2 - k_x^2} z\right) \right) e^{ik_x x} + \\ & + L \exp[i(k_x + G)x + \gamma_L z] + S \exp[i(k_x - G)x + \gamma_S z], \end{aligned}$$

где  $\bar{F}, L, S$  константы,  $\gamma_L = \sqrt{(k_x + G)^2 - \omega^2/c^2}$ ,  $\gamma_S = \sqrt{(k_x - G)^2 - \omega^2/c^2}$ . Полное поле в кристалле имеет вид

$$\begin{aligned} H(x, z > -d) &= A f_0(x, z) + \bar{A} \bar{f}_0(x, z) + B f_1(x, z) + \\ & + \bar{B} \bar{f}_1(x, z) + C f_{-1}(x, z) + \bar{C} \bar{f}_{-1}(x, z). \end{aligned}$$

Условия на границе воздух–кристалл имеют вид

$$\begin{aligned} H \Big|_{z=-d-0} &= H \Big|_{z=-d+0}, \\ \frac{\partial H}{\partial z} \Big|_{z=-d-0} &= \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial H}{\partial z} \Big|_{z=-d+0}. \end{aligned} \quad (16)$$

Из граничных условий нетрудно получить систему уравнений, связывающую амплитуды указанных выше волн. Для сокращения текста этот вывод опускается. Аналогичным путем далее будут выведены уравнения для амплитуд парциальных волн на границе кристалл–металл, о чем будет написано несколько более подробно. Здесь лишь отметим, что за счет малости параметра  $\xi$  (условия слабой неоднородности) для амплитуд  $A, \bar{A}, F, \bar{F}$  возникает обычная связь, которая должна иметь место при падении плоской волны на однородный слой. Выражения для этих величин даны в Приложении А. Отметим также, что из решения следует наличие поверхностных волн на границе воздух–кристалл, которые создаются падающей волной  $F$ . Амплитуды этих поверхностных волн ( $B, C, L, S$ ) пропорциональны малому параметру  $\xi$  и малы по сравнению с амплитудами исходной волны ( $F$ ) и распространяющейся в кристалле волны ( $A$ ).

Перейдем к рассмотрению преобразования волн на границе кристалла с металлом. Особый случай трансформации волн на границе с металлом может возникнуть, если значение одной из поперечных компонент волновых векторов, входящих в моду  $f_0(x, z)$ , окажется близко к условию плазмонного резонанса. Допустим, компонента  $k_x + G$  близка к плазмонному резонансу, при этом компонента  $k_x - G$  далека от него. В связи с этим, первая из указанных волн (мода 1) может получить преимущества перед второй (мода с номером  $-1$ ). Чтобы упростить дальнейшие вычисления, будем отбрасывать в формулах слабую моду и оставлять более интенсивную. С учетом сказанного, запишем магнитное поле в кристалле вблизи нижней границы в виде

$$H(x, z < 0) = Af_0(x, z) + \bar{A}\bar{f}_0(x, z) + \bar{B}\bar{f}_1(x, z). \quad (17)$$

Мода с амплитудой  $B$  не включается в рассмотрение, поскольку масштаб ее затухания  $\gamma_1^{-1}$  составляет величину порядка  $\lambda$  и размер кристалла существенно превышает эту величину. Поле в металле представим в виде

$$H(x, z > 0) = Te^{ik_x x - \gamma_M z} + De^{i(k_x + G)x - \gamma_{M,1} z}, \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_M &= \sqrt{k_x^2 - \varepsilon_M \frac{\omega^2}{c^2}}, \\ \gamma_{M,1} &= \sqrt{(k_x + G)^2 - \varepsilon_M \frac{\omega^2}{c^2}}. \end{aligned} \quad (19)$$

Обращаемся к граничным условиям на границе кристалл–металл:

$$H|_{z=-0} = H|_{z=+0}, \quad (20)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial H}{\partial z} \Big|_{z=-0} = \frac{1}{\varepsilon_M} \frac{\partial H}{\partial z} \Big|_{z=+0}, \quad (21)$$

подставляем в них выражения для полей (17) и (18), и, приравнявая как быстро осциллирующие, так и медленно осциллирующие по  $x$  величины в левых и правых частях равенств (20) и (21), получаем систему уравнений для амплитуд  $A, \bar{A}, \bar{B}, T, D$ . Система уравнений имеет следующий вид:

$$A + \bar{A} + \bar{B}\xi_{0,1} = T, \quad (22)$$

$$(A + \bar{A})\xi_{1,0} + \bar{B} = D, \quad (23)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_0} ik_0 (A - \bar{A}) + \frac{1}{\varepsilon_0} \gamma_1 \bar{B} (\xi_{0,1} - \xi) = -\frac{1}{\varepsilon_M} \gamma_M T, \quad (24)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_0} ik_0 (A - \bar{A}) (\xi_{1,0} - \xi) + \frac{1}{\varepsilon_0} \gamma_1 \bar{B} = -\frac{1}{\varepsilon_M} \gamma_{M,1} D. \quad (25)$$

С помощью системы уравнений (22)–(25) выражаем амплитуду  $\bar{A}$  отраженной волны и амплитуду  $\bar{B}$  эванесцентной волны через амплитуду основной волны  $A$ . Точные выражения для отношений  $\bar{A}/A$  и  $\bar{B}/A$  даны в Приложении В. При отбрасывании малых величин, пропорциональных  $\xi^2$ , результат решения системы (22)–(25) можно представить в более компактном виде, чем тот, что приведен в Приложении В. Однако в разд. 4 будет показано, что в ряде случаев необходимо использовать точное решение. В настоящем разделе приведем упрощенные выражения:

$$\frac{\bar{A}}{A} = \frac{(k_0/\varepsilon_0 - i\gamma_M/\varepsilon_M)}{(k_0/\varepsilon_0 + i\gamma_M/\varepsilon_M)}, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{B}}{A} &= i2\xi \frac{k_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_M} \times \\ &\times \frac{\nu \gamma_{M,1} - \gamma_M (\nu - 1)}{(\gamma_{M,1}/\varepsilon_M + \gamma_1/\varepsilon_0) (\gamma_M/\varepsilon_M - ik_0/\varepsilon_0)}, \end{aligned} \quad (27)$$

где обозначено

$$\nu = \frac{\varepsilon_0 \omega^2 / c^2 + Gk_x}{G^2 + 2Gk_x}.$$

Следует обратить внимание, что в знаменателе формулы (27) для амплитуды поверхностной волны содержится выражение

$$\frac{\gamma_{M,1}}{\varepsilon_M} + \frac{\gamma_1}{\varepsilon_0}. \quad (28)$$

Используя (19), приводим выражение (28) к виду

$$\frac{1}{\varepsilon_M} \sqrt{(k_x + G)^2 - \varepsilon_M \frac{\omega^2}{c^2}} + \frac{1}{\varepsilon_0} \sqrt{(k_x + G)^2 - \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2}}. \quad (29)$$

Как известно, в плазмонике для нахождения волнового вектора плазмона решается уравнение

$$\frac{1}{\varepsilon_M} \sqrt{K^2 - \varepsilon_M \frac{\omega^2}{c^2}} + \frac{1}{\varepsilon_0} \sqrt{K^2 - \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2}} = 0, \quad (30)$$

см. работу [1]. После переобозначения  $k_x + G = K$  выражение (29) совпадает с левой частью уравнения (30). Теперь близкая аналогия с плазмонами становится очевидной. В связи с этим можно предположить, что в окрестности плазмонного резонанса достигаются повышенные значения амплитуды поверхностной волны. Далее будут сделаны численные оценки амплитуды поверхностной волны.

#### 4. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ КРИСТАЛЛ–МЕТАЛЛ

Рассмотрим коэффициент трансформации распространяющейся волны ( $A$ ) в поверхностную волну ( $\bar{B}$ ). Обратимся к формуле (27) и будем искать минимум выражения (28) — резонансного знаменателя. В нашей задаче можно использовать только вещественные волновые числа, поэтому при комплексной диэлектрической проницаемости металла в наших условиях точное равенство (30) не выполняется, точный резонанс не обеспечивается. Найдем комплексный корень уравнения (30), пусть это будет число  $K_0$ . Возьмем его вещественную часть и положим  $k_x + G = \text{Re}(K_0)$ . Выполним эту процедуру, используя параметры нашей задачи. Напомним, что мы обсуждаем излучение лазера на рубине ( $\lambda = 694.3$  нм), нами выбрана периодическая среда с периодом  $l = \lambda/1.9286$  и средней по объему диэлектрической проницаемостью кристалла  $\varepsilon_0 = 1.8436$ ; диэлектрическая проницаемость металла (меди) на рассматриваемой длине волны равна  $\varepsilon_M = -16.5 + 1.6i$ . Из (30) получаем  $K_0 = (1.43974 + 0.0086884i)\omega/c$ . Учитывая равенство  $k_x + G = \text{Re}(K_0)$ ,  $G = 1.9286 (\omega/c)$ , находим  $k_x = -0.4889 (\omega/c)$ . Далее для расчета можно взять либо формулу (27), либо точную формулу (32). Отметим, что малые величины, имеющие порядок  $\xi^2$ , которые были отброшены при переходе от точного решения системы к приближенному,

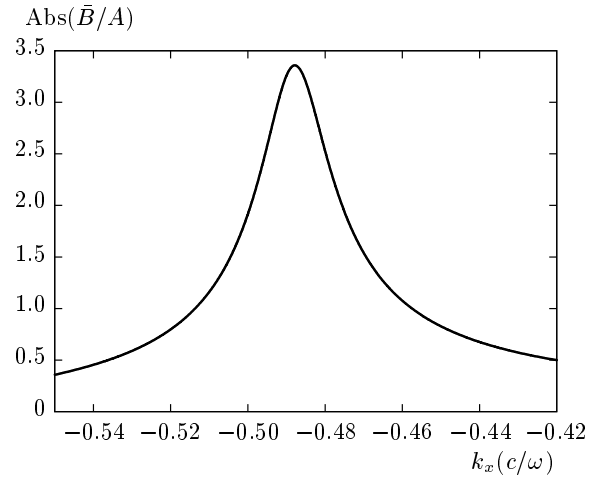


Рис. 2. Зависимость отношения модулей амплитуд эванесцентной и падающей волн ( $\bar{B}$  и  $A$ ) от безразмерной компоненты волнового вектора  $\frac{k_x}{\omega/c}$

изменяют рассматриваемый резонансный знаменатель (28). Эти изменения (поправку) можно отбросить только в случае, если численное значение выражения (28) заметно превышает поправку. Однако при рассмотрении металла с очень малой диссипацией (очень малое отношение  $\text{Im}(\varepsilon_M)/\text{Abs}(\text{Re}(\varepsilon_M))$ ) приближенные формулы не годятся, и необходимо обращаться к точным формулам, приведенным в Приложении В. В нашем случае проводились расчеты по точной формуле (32); было получено следующее отношение амплитуды поверхностной волны  $\bar{B}$  к исходной амплитуде  $A$ :

$$\bar{B} = \xi(-16.37 + 29.03i)A, \quad (31)$$

или  $|\bar{B}/A| = 33.33\xi$ . Расчет по приближенной формуле дает в нашем случае близкий результат  $|\bar{B}/A| = 33.63\xi$ .

Подставим в полученное выражение выбранное нами, не слишком большое, значение параметра  $\xi = 0.1$ . В результате получаем, что амплитуда поверхностной волны втрое превышает амплитуду основной волны,  $|\bar{B}/A| \approx 3$ .

Поскольку проведенный расчет был основан на предположении об определенном выборе величины компоненты волнового вектора  $k_x$ , целесообразно проверить, как сильно изменится отношение  $\bar{B}/A$  при варьировании величины  $k_x$ . На рис. 2 приводится зависимость величины  $|\bar{B}/A|$  от  $k_x$ . На рисунке наблюдается резкий максимум, положение которого на оси абсцисс практически (с относительной точностью  $10^{-3}$ ) совпадает с точкой, определяемой условием  $k_x + G = \text{Re}(K_0)$ . Таким образом, сделанная оценка остается в силе.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены световые волны, возникающие в одномерном фотонном кристалле, для случая, когда исходная затравочная волна направлена под большим углом (возможно даже — перпендикулярно) к градиенту неоднородности среды кристалла.

Для практических целей важен вопрос о выходе волн, существующих в среде кристалла, в открытое пространство. Для решения его следовало бы перейти к другой задаче: ввести в рассмотрение боковую границу ( $x = \text{const}$ ) и провести расчет для полугограниченного слоя кристалла. Строго говоря, учет выходной плоскости может сильно повлиять на характеристики поля внутри системы. При исследовании близких в теоретическом плане задач [15–18] было выяснено, что на выходной границе возникают отраженные волны, заметно изменяющие структуру того невозмущенного поля, которое существовало бы в системе в отсутствие выходной плоскости.

Подобное исследование для нашей системы на данный момент еще не закончено. Строгое решение имеется только для поля, не измененного наличием боковой границы. Непрерывное продолжение полученного в статье решения для поля  $H$  с помощью уходящих от границы волн позволяет получить ряд характеристик выходного поля. Полученные выводы, касающиеся структуры поля, приведены в конце раздела.

Перечислим основные выводы, которые следуют из работы.

Эванесцентные волны возникают непосредственно в среде фотонного кристалла. Для получения эванесцентных волн не требуется дополнительная среда, которая обеспечивала бы их существование.

На границе кристалла с металлом может возникнуть интенсивная поверхностная волна (SPP). Амплитуда поля поверхностной волны сравнима и даже может в несколько раз превышать амплитуду основной волны, распространяющейся по кристаллу.

В рассматриваемой схеме, кроме поверхностного плазмона, существует менее интенсивная поверхностная волна на входной границе, где кристалл граничит с воздухом.

Вдоль поверхности на участке, где фотонный кристалл граничит с металлом, эванесцентная волна распространяется без затухания (если только в кристалл намеренно не внесена диссипация).

При выходе эванесцентной волны через боковую поверхность в открытое пространство наблюдается излучение двумерного локализованного источника.

Амплитуда выходного поля изменяется обратно пропорционально квадратному корню из расстояния от точки наблюдения до линии пересечения выходной плоскости с границей кристалла и металла.

В рассматриваемой геометрии основная распространяющаяся в кристалле волна испытывает на боковой поверхности полное внутреннее отражение и потому не создает во внешнем пространстве фоновой засветки для поля, источником которого является поверхностный плазмон на границе кристалл–металл.

### ПРИЛОЖЕНИЕ А

Граничные условия (16) из разд. 3 приводят к системе уравнений для амплитуд волн на границе воздух–кристалл. Из решения этой системы получаем выражения для амплитуд прошедшей и отраженной волн через амплитуду падающей волны. Они имеют следующий вид:

$$A = e^{ik_0d} \frac{2F e^{-ikd}}{1 + k_0/k + (\bar{A}/A) e^{2ik_0d} (1 - k_0/k)},$$

$$\bar{F} = e^{-2ikd} F \left[ \frac{1 - k_0/k + (\bar{A}/A) e^{2ik_0d} (1 + k_0/k)}{1 + k_0/k + (\bar{A}/A) e^{2ik_0d} (1 - k_0/k)} \right].$$

Отношение амплитуд  $\bar{A}/A$  определяется условиями на нижней границе.

### ПРИЛОЖЕНИЕ В

Решение системы уравнений (22)–(25) дает следующие точные выражения для отношений амплитуды поверхностной волны  $\bar{B}$ , а также амплитуды отраженной волны  $\bar{A}$  к амплитуде основной волны  $A$ :

$$\frac{\bar{B}}{A} = b \frac{2}{1+r}, \quad \frac{\bar{A}}{A} = \frac{1-r}{1+r}. \quad (32)$$

Величины  $b$  и  $r$  выражаются через поверхностные импедансы кристалла и металла (для плоскости  $z = 0$ ) и ряд других величин, определяемых параметрами нашей задачи:

$$b = -\xi \frac{\nu Z_M + (1-\nu)\tilde{Z}_M}{Z_0 + Z_M - \delta}, \quad (33)$$

$$r = \frac{\tilde{Z}_M}{\tilde{Z}_0} \frac{Z_0 + Z_M - \delta(\gamma_{M,1}/\gamma_M)(\nu/(1-\nu))}{Z_0 + Z_M - \delta}, \quad (34)$$

$$\delta = \xi^2(1-\nu) \left[ \nu Z_0 - (1-\nu)\tilde{Z}_M \right], \quad (35)$$

$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{i\gamma_1}{\varepsilon_0}, & Z_M &= \frac{i\gamma_{M,1}}{\varepsilon_M}, \\ \tilde{Z}_0 &= \frac{k_0}{\varepsilon_0}, & \tilde{Z}_M &= \frac{i\gamma_M}{\varepsilon_M}. \end{aligned} \quad (36)$$

Величины  $k_0$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_M$  и  $\gamma_{M,1}$  определены в основном тексте, так же как и величины  $\xi$  и  $\nu$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. H. Raether, *Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings*, Berlin, Springer (1988).
2. E. Kretschmann and H. Raether, *Z. Naturforsch.* **23a**, 2135 (1968).
3. A. Otto, *Z. Phys.* **216**, 398 (1968).
4. A.-L. Baudrion, F. de Leon-Perez, O. Mahbaub et al., *Opt. Exp.* **16**, 3420 (2008).
5. J.-Y. Laluet, A. Drezet, C. Genet et al., *New J. Phys.* **10**, 105014 (2008).
6. H. W. Kihm, K. G. Lee, D. S. Kim et al., *Opt. Comm.* **282**, 2442 (2009).
7. W. Dai and C. M. Soukoulis, *Phys. Rev. B* **80**, 155407 (2009).
8. A. Yu. Nikitin, F. J. Garcia-Vidal, and L. Martin-Moreno, *Phys. Stat. Sol.* **4**, 250 (2010).
9. T. W. Ebbesen, H. J. Lezec, H. F. Chaemi et al., *Nature* **391**, 667 (1998).
10. N. V. Tcherniega and A. D. Kudryavtseva, *J. Rus. Las. Res.* **27**, 450 (2006).
11. В. С. Горелик, А. Д. Кудрявцева, М. В. Тареева и др., *Письма в ЖЭТФ* **84**, 575 (2006).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1972).
13. Дж. Займан, *Принципы теории твердого тела*, Мир, Москва (1974).
14. А. Ярив, П. Юх, *Оптические волны в кристаллах*, Мир, Москва (1987).
15. Т. И. Кузнецова, Н. А. Распопов, *КЭ* **42**, 87 (2012).
16. Т. И. Kuznetsova and V. S. Lebedev, *Phys. Rev. B* **70**, 035107 (2004).
17. Т. И. Kuznetsova and V. S. Lebedev, *Phys. Rev. E* **78**, 016607 (2008).
18. Т. И. Кузнецова, В. С. Лебедев, *Письма в ЖЭТФ* **79**, 70 (2004).