

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕНЕРАЦИИ СВЕТА В ХОЛЕСТЕРИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ С ПОМОЩЬЮ КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ. СТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ

*Н. М. Штыков\**, *С. П. Палто*, *Б. А. Уманский*

*Институт кристаллографии им. А. В. Шубникова Российской академии наук  
119333, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 18 марта 2013 г.

Представлены результаты расчета условий генерации света в холестерических жидких кристаллах, легированных флуоресцентными красителями, с помощью кинетических уравнений. Учтены специфика спектральных свойств хиральной холестерической среды как фотонной структуры, а также пространственно-распределенный характер обратной связи в активной среде. Получено выражение для пороговой интенсивности излучения накачки в зависимости от концентрации красителя и толщины образца. Показана важность учета уровня распределенных потерь в активной среде для вычисления оптимальных параметров среды и достижения соответствия расчетных величин результатам экспериментов.

DOI: 10.7868/S0044451013080178

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение лазерной генерации света на красителях в различных структурах на основе жидких кристаллов — одно из новейших направлений фундаментальных исследований, которое в последние годы интенсивно разрабатывается во всем мире [1]. Способность жидких кристаллов легко изменять свои свойства под воздействием температуры, различных добавок или электрического поля [2] дает возможность получения генерации практически на любой длине волны видимого диапазона света, что пока недоступно для полупроводниковых лазеров.

Идея получения лазерной генерации в условиях, когда обратная связь создается не внешними зеркалами, а пространственной периодичностью диэлектрической проницаемости, была предложена Когельником и Шенком [3]. Только спустя два десятилетия появились первые работы, в которых физика лазерной генерации в холестерических жидких кристаллах была увязана со свойствами фотонных кристаллов в терминах пространственно-распределенной обратной связи и плотности фотонных состояний [4, 5]. Эти работы резко усилили интерес к

проблеме и привели к развитию исследований жидкокристаллических микролазеров [6, 7].

Холестерические жидкие кристаллы (ХЖК) имеют спиральную структуру. Она обладает периодичностью и демонстрирует все свойства одномерного фотонного кристалла с характерной полосой брэгговского отражения (стоп-зона) в спектре пропускания света. Для распространяющегося вдоль оси спирали луча света длина волны в центре стоп-зоны  $\lambda_B = nr$ , где  $n$  — средний показатель преломления ХЖК,  $r$  — шаг холестерической спирали. Характерной особенностью ХЖК является зависимость пропускания света в области стоп-зоны от поляризации: волна с циркулярной поляризацией, знак которой совпадает со знаком спирали директора ХЖК, испытывает селективное отражение; волна с поляризацией противоположного знака свободно проходит через среду.

Авторы работы [3] нашли, что лазерная мода с наиболее низким порогом возбуждения находится непосредственно у края стоп-зоны. Хотя фотонные структуры на основе ХЖК отличаются от рассмотренных в работе [3] наличием оптической анизотропии и пространственного изменения ориентации главных осей тензора диэлектрической проницаемости, основные выводы [3] остаются справедливыми и в случае ХЖК.

\*E-mail: nshtykov@mail.ru

Данная работа посвящена изучению условий возникновения генерации света в холестерических жидких кристаллах, легированных флуоресцентными красителями, с помощью кинетических уравнений.

## 2. СТРУКТУРА И ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ХОЛЕСТЕРИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ

Структура и свойства ХЖК многократно и подробно описаны в литературе [2, 8]. Аналитическое решение задачи прохождения и отражения света, распространяющегося вдоль оси спирали ХЖК предложено в ряде работ, например [9–11]. Приведем основные результаты этих расчетов, имеющие отношение к теме данной работы.

Локально, в плоскости, перпендикулярной оси спирали, оптические свойства ХЖК характеризуются показателями преломления вдоль директора  $n_{\parallel}$  и перпендикулярно директору  $n_{\perp}$  или главными компонентами тензора диэлектрической проницаемости соответственно  $\varepsilon_{\parallel} = n_{\parallel}^2$  и  $\varepsilon_{\perp} = n_{\perp}^2$ . Кроме этих основных параметров для характеристики оптических свойств ХЖК используются также средний показатель преломления  $n^2 = (n_{\parallel}^2 + n_{\perp}^2)/2$  и параметр оптической анизотропии

$$\alpha = \frac{n_{\parallel}^2 - n_{\perp}^2}{n_{\parallel}^2 + n_{\perp}^2} \approx \frac{\Delta n}{n},$$

где  $\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp}$ . При движении вдоль оси спирали (ось  $z$ ) наблюдается вращение директора и его азимутальный угол ориентации относительно оси  $x$  лабораторной системы координат изменяется в соответствии с формулой  $\varphi = 2\pi z/p$ , где  $p$  — шаг спирали ХЖК.

Решение волнового уравнения в локальной системе координат для собственных волн, распространяющихся вдоль оси геликоида ХЖК, приводит к биквадратному дисперсионному уравнению четвертой степени, корни которого имеют следующий вид:

$$\left(m_i^{-/+}\right)^2 = n^2 + \left(\frac{\lambda}{p}\right)^2 \mp n\sqrt{4\left(\frac{\lambda}{p}\right)^2 + \alpha^2 n^2}, \quad (1)$$

где  $\lambda$  — длина волны света в вакууме. Формально параметр  $m_i^{-/+}$  входит в выражения для волновых векторов собственных волн как эффективный «показатель преломления»:  $k_i^{-/+} = (2\pi/\lambda)m_i^{-/+}$ . Пронумеруем параметры  $m_i^{-/+}$  и далее опустим верхние индексы в их обозначении. Два корня  $\pm m_i^+$  (соответствуют знаку «+» в уравнении (1)) не имеют особенностей во всем интервале длин волн  $\lambda$  и

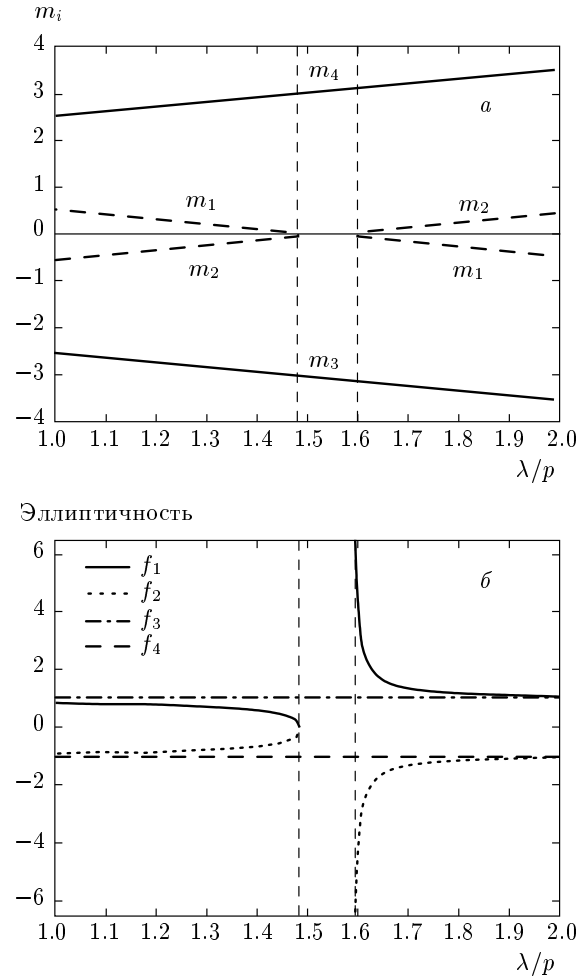


Рис. 1. Дисперсионные зависимости «показателей преломления»  $m_i$  собственных волн, возбуждаемых в бесконечной среде ХЖК (а) и соответствующие им эллиптичности (б). Параметры расчета:  $n = 1.54$ ,  $n_{\perp} = 1.485$ ,  $\alpha = 0.07$ ,  $p = 0.314$  мкм

описывают две волны, распространяющиеся вдоль оси  $z$  в прямом ( $m_3 < 0$ ) и обратном ( $m_4 > 0$ ) направлениях. Решения  $\pm m_i^-$  являются реальными величинами вне стоп-зоны и становятся чисто мнимыми величинами внутри стоп-зоны, ограниченной длинами волн  $n_{\perp} \leq \lambda/p \leq n_{\parallel}$ . Соответствующие собственные волны  $m_1$  (прямая волна) и  $m_2$  (обратная волна) являются затухающими внутри стоп-зоны. Таким образом, вдоль оси геликоида могут распространяться четыре собственные волны:  $m_1(\lambda)$  и  $m_2(\lambda) = -m_1(\lambda)$ , испытывающие затухание внутри стоп-зоны, и  $m_3(\lambda)$ ,  $m_4(\lambda) = -m_3(\lambda)$ , не имеющие особенностей во всем спектральном диапазоне (рис. 1а).

Отношение амплитуд собственных волн, поляризованных вдоль директора  $B$  и перпендикулярно директору  $A$  в локальной системе координат, называется эллиптичностью и выражается следующей формулой:

$$f_i = \frac{B}{A} = \frac{p}{2m_i\lambda} \left( n_{\perp}^2 - m_i^2 - \frac{\lambda^2}{p^2} \right). \quad (2)$$

Собственные волны (рис. 1б), испытывающие затухание, в общем случае являются эллиптически поляризованными и только на границах стоп-зоны становятся линейно поляризованными. На длинноволновой границе их поляризация направлена вдоль директора ХЖК, а на коротковолновой границе — перпендикулярно директору. Волны  $m_3$  и  $m_4$  являются циркулярно поляризованными почти во всем диапазоне существования, за исключением области  $\lambda/p \ll 1$ .

Когда слой ХЖК имеет конечные размеры вдоль оси спирали (ось  $z$ ) и заключен между двумя полубесконечными областями изотропной среды (например, стекла, рис. 2а), для получения выражений коэффициентов отражения и пропускания света слоем ХЖК решается граничная задача [11]. В этом случае коэффициент пропускания света слоем ХЖК выражается формулой

$$T_i = \frac{4\lambda^2 m_i^2}{4\lambda^2 m_i^2 + p^2 n^4 \alpha^2 \sin^2(k_0 m_i L)}, \quad (3)$$

где  $k_0 = 2\pi/\lambda$  — волновой вектор в вакууме,  $L$  — толщина слоя ХЖК. Компактный вид формулы (3) объясняется тем обстоятельством, что она получена при условии равенства среднего показателя преломления ХЖК и стекла:  $n = n_g$ . На рис. 2б приведен спектр коэффициента пропускания слоя ХЖК для моды  $m_1$  на длинноволновой границе стоп-зоны.

Пики осцилляций на спектре пропускания обусловлены возбуждением в ХЖК так называемых «краевых мод» [12], располагающихся вблизи границы стоп-зоны. В обычных лазерах с зеркальными резонаторами скорость уменьшения интенсивности излучения внутри резонатора за счет выхода излучения через полупрозрачные зеркала, дифракции на краях зеркал и поглощения в среде характеризуется временем жизни излучения в резонаторе  $\tau_c$ . В случае лазера на ХЖК, являющегося лазером с распределенной обратной связью, утечка излучения краевых мод через границы ХЖК–стекло также приводит к конечному времени жизни излучения в слое ХЖК. Беляковым и Семеновым [12] рассчитано время жизни излучения краевых мод в слое ХЖК, которое выражается формулой

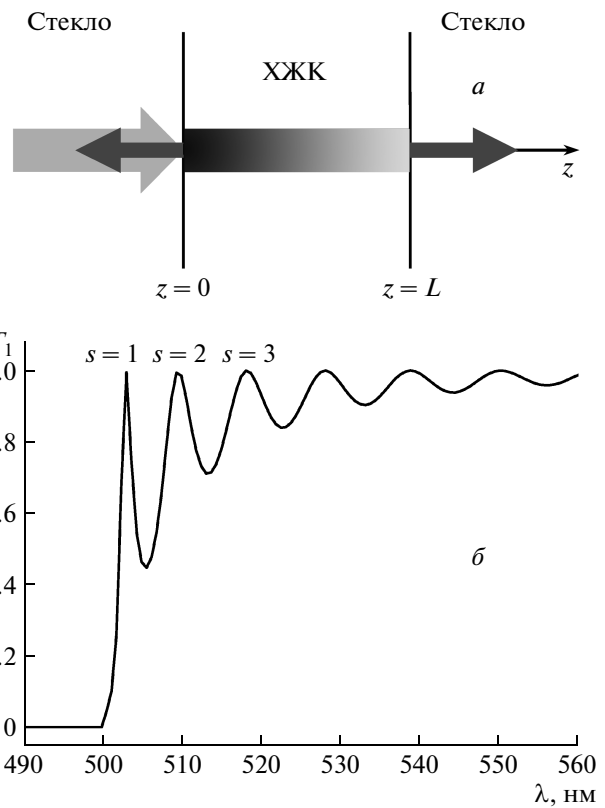


Рис. 2. а) Схема генерации в слое ХЖК. Слой заключен между двумя полубесконечными стеклянными областями. Луч накачки проникает в слой через границу  $z = 0$ , а излучение генерации выходит через границы  $z = 0$  и  $z = L$ . б) Спектр коэффициента пропускания ( $T_1$ ) слоя ХЖК на длинноволновой границе стоп-зоны. При вычислении пропускания толщина слоя ХЖК  $L = 8$  мкм

$$\tau_s \approx \frac{1}{4} \frac{nL}{c} \left( \frac{\alpha L}{ps} \right)^2, \quad (4)$$

где  $s = 1, 2, \dots$  — номер краевой моды. Мода  $s = 1$  является ближайшей к границе стоп-зоны и наиболее долгоживущей. С учетом распределенных потерь за счет поглощения или рассеяния излучения в слое ХЖК время жизни излучения  $\tau_c$  может быть записано в виде

$$\frac{1}{\tau_c} = \frac{c}{n} \left( \beta + \frac{4p^2 s^2}{\alpha^2 L^3} \right), \quad (5)$$

где  $\beta$  — коэффициент распределенных потерь.

Нас особенно интересует первая краевая мода, так как согласно теоретическим предсказаниям [3, 13] наименьший порог генерации имеет мода, расположенная ближе других к границе стоп-зоны, и экспериментальные результаты подтверждают