

НЕВЗАИМНОСТЬ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ НЕПОЛЯРИЗОВАННЫХ НЕЙТРОНОВ МАГНИТНЫМИ СИСТЕМАМИ С НЕКОМПЛАНАРНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ НАМАГНИЧЕННОСТИ

Д. А. Татарский, О. Г. Удалов, А. А. Фраерман*

*Институт физики микроструктур Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 19 января 2012 г.

Показано, что упругое рассеяние неполяризованных нейтронов на системах с некомпланарным пространственным распределением магнитной индукции не взаимно. Предложены и рассчитаны две системы, имеющие некомпланарное распределение магнитного поля: наночастица с намагниченностью типа «вихрь» и система трех плоских магнитных зеркал. Показано, что при определенных условиях величина не взаимности достаточно велика и может наблюдаться экспериментально.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование связи пространственных и спиновых степеней свободы частиц со спином $1/2$ представляет интерес как с экспериментальной, так и с теоретической точки зрения. Если распределение магнитного поля коллинеарно, то проекция спина частицы на ось квантования (если она выбрана вдоль магнитного поля) является интегралом движения. При этом профиль потенциальной энергии для различных проекций спина будет различаться только на величину зеемановского расщепления. Это приводит к таким хорошо известным эффектам, как спин-зависимое отражение нейтронов от магнитного зеркала и спин-зависимое туннелирование электронов из одного ферромагнетика в другой. При движении частиц в неколлинеарном поле спин частицы уже не является интегралом движения. Это приводит к таким явлениям, как деполяризация электронов, проходящих через барьер с парамагнитными примесями [1], и частичная деполяризация пучка нейтронов, отраженных от магнитного зеркала, у которого есть приповерхностные неоднородности с неколлинеарной намагниченностью [2]. Спин-флип-процессы электронов в неколлинеарных системах обуславливают возможность перемагничивания

ферромагнитного слоя при пропускании через него спин-поляризованного тока [3].

В общем случае распределение магнитного поля может быть некомпланарным. Некомпланарность магнитной структуры ведет к новым физическим явлениям. Такие явления в настоящее время активно изучаются для электронов в ферромагнетиках. Предсказаны существование незатухающего тока в мезоскопических кольцах с некомпланарной магнитной структурой [4, 5] и явление «топологического» эффекта Холла [6] в кристаллах. В работе [7] описан эффект выпрямления электрического тока в ферромагнетиках с конусной магнитной спиралью.

В силу того, что обменное взаимодействие между локализованными и делокализованными электронами ($s-d$ -модель [8]) в ферромагнетиках и намагниченностью и взаимодействие нейтронов с магнитным полем описываются зеемановским слагаемым в уравнении Шредингера, эффекты, связанные с некомпланарным характером магнитного поля, должны возникать и в экспериментах по магнитному рассеянию нейтронов. В работе [9] рассмотрено отражение поляризованных нейтронов средой с конусной спиралью. Показано, что угловая зависимость зеркального отражения нейтронов от полубесконечной среды с конической спиральной магнитной структурой имеет дополнительную особенность по сравнению с аналогичной зависимостью при отраже-

*E-mail: tatarsky@ipmras.ru

нии от среды с компланарной магнитной спиралью. В работе [10] рассмотрено прохождение нейтронов через многослойную структуру с некомпланарным пространственным распределением магнитного поля. Показано, что для неполяризованных нейтронов возникает невзаимность при прохождении через такую структуру: коэффициент прохождения неполяризованных нейтронов слева направо и справа налево не одинаков. При этом невзаимность в такой системе возникает только с учетом поглощения. В работе [11] впервые показано, что выход за рамки борновского приближения при рассеянии нейтронов приводит к предсказанию качественно новых явлений. Также известно, что рассеяние неполяризованных нейтронов на киральных флуктуациях магнитной индукции приводит к их поляризации, что наблюдалось экспериментально [12].

Данная работа посвящена исследованию особенностей поведения нейтронов в системах с некомпланарным распределением магнитной индукции. Рассмотрен вопрос о возможности возникновения взаимного упругого рассеяния неполяризованных нейтронов в таких системах. В разд. 2 обсуждаются необходимые условия наблюдения невзаимности рассеяния неполяризованных нейтронов. В разд. 3 показано, что невзаимность рассеяния возникает во втором порядке теории возмущений, и рассчитано рассеяние на вихревой структуре, возникающей в ферромагнитном диске. В разд. 4 рассмотрено возникновение невзаимности при последовательном отражении пучка нейтронов тремя магнитными зеркалами.

2. НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ НЕВЗАИМНОСТИ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ НЕПОЛЯРИЗОВАННЫХ НЕЙТРОНОВ

Сформулируем теорему взаимности для упругого рассеяния неполяризованных нейтронов и определим для этого случая термины «взаимное» и «невзаимное» рассеяние. Симметрия по отношению к обращению времени (T -симметрия) ведет к следующему соотношению для амплитуды рассеяния [13]:

$$f_{\sigma, \sigma'}(\mathbf{k}; \mathbf{k}'; [\mathbf{B}(\mathbf{r})]) = (-1)^{2s - \sigma - \sigma'} f_{-\sigma', -\sigma}(-\mathbf{k}'; -\mathbf{k}; [-\mathbf{B}(\mathbf{r})]), \quad (1)$$

где $f_{\sigma, \sigma'}(\mathbf{k}; \mathbf{k}'; [\mathbf{B}(\mathbf{r})])$ — амплитуда рассеяния, \mathbf{k} , σ — волновой вектор и проекция спина падающей волны, \mathbf{k}' , σ' — волновой вектор и проекция спина частицы после рассеяния, $s = 1/2$, $\sigma = \pm 1/2$ для нейтронов,

запись $[\mathbf{B}(\mathbf{r})]$ означает, что амплитуда рассеяния является функционалом пространственного распределения магнитной индукции.

Экспериментально измеряемой величиной является дифференциальное сечение рассеяния. В случае неполяризованных нейтронов оно связано с амплитудой рассеяния следующим образом:

$$\frac{\partial \sigma(\mathbf{k}; \mathbf{k}'; [\mathbf{B}(\mathbf{r})])}{\partial \Omega} = \text{Tr} \left(\hat{\rho} \hat{f}^+(\mathbf{k}; \mathbf{k}'; [\mathbf{B}(\mathbf{r})]) \hat{f}(\mathbf{k}; \mathbf{k}'; [\mathbf{B}(\mathbf{r})]) \right). \quad (2)$$

Здесь Tr означает след матрицы по спиновым индексам, «+» — эрмитово сопряжение матрицы, $\hat{\rho}$ — матрица спиновой плотности пучка нейтронов. В отсутствие средней спиновой поляризации в этом пучке она имеет диагональный вид:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Используя формулы (1)–(3), получаем теорему взаимности для дифференциального сечения рассеяния неполяризованных нейтронов:

$$\frac{\partial \sigma(\mathbf{k}; \mathbf{k}'; [\mathbf{B}(\mathbf{r})])}{\partial \Omega} = \frac{\partial \sigma(-\mathbf{k}', -\mathbf{k}, [-\mathbf{B}(\mathbf{r})])}{\partial \Omega}. \quad (4)$$

Равенство (4) является фундаментальным свойством рассеяния и всегда справедливо. Термин же «взаимное рассеяние» используется в данной работе, когда сечение рассеяния удовлетворяет одному из следующих равенств:

$$\frac{\partial \sigma(\mathbf{k}; \mathbf{k}'; [\mathbf{B}(\mathbf{r})])}{\partial \Omega} = \frac{\partial \sigma(-\mathbf{k}'; -\mathbf{k}; [\mathbf{B}(\mathbf{r})])}{\partial \Omega} \quad (5a)$$

или

$$\frac{\partial \sigma(\mathbf{k}; \mathbf{k}'; [\mathbf{B}(\mathbf{r})])}{\partial \Omega} = \frac{\partial \sigma(\mathbf{k}; \mathbf{k}'; [-\mathbf{B}(\mathbf{r})])}{\partial \Omega}. \quad (5b)$$

Термин «невзаимное рассеяние» (или «нарушение T -симметрии») применяется в обратной ситуации, когда левые и правые части выражений (5a) и (5b) не равны. При этом рассеяние из состояния с волновым вектором \mathbf{k} в состояние с \mathbf{k}' назовем прямым процессом, а из $-\mathbf{k}'$ в $-\mathbf{k}$ — обратным.

Рассмотрим необходимые условия нарушения T -симметрии в случае упругого рассеяния неполяризованных нейтронов. Взаимодействие нейтронов с неоднородным магнитным полем описывается гамильтонианом [13]

$$\hat{H} = \hat{H}_0(\mathbf{r}) - (\hat{\boldsymbol{\mu}}_n \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r})), \quad (6)$$

где \hat{H}_0 — диагональная по спину и не зависящая от магнитного поля часть гамильтониана, состоящая из операторов кинетической и потенциальной энергии, $\hat{\mu}_n = -\mu_n \hat{\sigma}$ — оператор магнитного момента нейтрона, $\hat{\sigma}$ — вектор матриц Паули, $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ — магнитная индукция.

Введем оператор поворота вектора вокруг оси \mathbf{n} на угол α и обозначим его \hat{R}_n^α . Он действует на вектор магнитной индукции $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ следующим образом:

$$\hat{R}_n^\alpha \mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_x(\mathbf{r}) \hat{R}_n^\alpha \mathbf{x}_0 + B_y(\mathbf{r}) \hat{R}_n^\alpha \mathbf{y}_0 + B_z(\mathbf{r}) \hat{R}_n^\alpha \mathbf{z}_0. \quad (7)$$

Здесь $\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0$ — единичные векторы соответственно в направлениях x, y, z , \mathbf{r} — радиус-вектор, $B_{x,y,z}(\mathbf{r})$ — соответствующие проекции вектора магнитной индукции на оси координат x, y, z . Такое преобразование поворачивает вектор магнитной индукции в каждой точке пространства на угол α вокруг оси \mathbf{n} . Введем также оператор конечных вращений для спинов \hat{S}_n^α на угол α вокруг оси \mathbf{n} [13]:

$$\hat{S}_n^\alpha = \cos \frac{\alpha}{2} + i(\mathbf{n} \cdot \hat{\sigma}) \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (8)$$

Легко показать, что действие преобразования \hat{R}_n^α на оператор взаимодействия $(\hat{\mu}_n \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}))$ может быть компенсировано преобразованием $\hat{S}_n^{-\alpha}$. Действительно,

$$\left(\hat{S}_n^{-\alpha}\right) \left(\hat{\mu}_n \cdot \hat{R}_n^\alpha \mathbf{B}\right) \left(\hat{S}_n^{-\alpha}\right)^{-1} = \left(\hat{\mu}_n \cdot \mathbf{B}\right). \quad (9)$$

Таким образом, зеемановское слагаемое имеет симметрию (9). В задачах о рассеянии волновая функция нейтрона имеет вид

$$\hat{\psi} = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} + \frac{e^{ikr}}{r} \hat{f}(\mathbf{k}; \mathbf{k}') \begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где первое слагаемое описывает падающую волну, а второе рассеянную, $\hat{f}(\mathbf{k}; \mathbf{k}')$ — матрица рассеяния (1). Одновременное действие \hat{S}_n^α на волновую функцию (10) и \hat{R}_n^α на магнитное поле не изменит дифференциальное сечение рассеяния. В силу унитарности \hat{S}_n^α окончательно имеем

$$\frac{\partial \sigma(\mathbf{k}; \mathbf{k}'; [\mathbf{B}(\mathbf{r})])}{\partial \Omega} = \frac{\partial \sigma(\mathbf{k}; \mathbf{k}'; [\hat{R}_n^\alpha \mathbf{B}(\mathbf{r})])}{\partial \Omega}. \quad (11)$$

Рассмотрим выражение (4). Если пространственное распределение магнитной индукции компланарно, то всегда существует некоторый вектор \mathbf{n}' , который перпендикулярен векторам магнитной индукции в любой точке пространства. В таком случае изменение знака магнитной индукции на противоположный сводится к повороту \hat{R}_n^π на угол π вокруг вектора \mathbf{n}' . Из теоремы взаимности (4) и симметрии

(11) вытекают следующие преобразования для дифференциального сечения рассеяния:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma(\mathbf{k}; \mathbf{k}'; [\mathbf{B}(\mathbf{r})])}{\partial \Omega} &= \frac{\partial \sigma(-\mathbf{k}'; -\mathbf{k}; [-\mathbf{B}(\mathbf{r})])}{\partial \Omega} = \\ &= \frac{\partial \sigma(-\mathbf{k}'; -\mathbf{k}; [\hat{R}_n^\pi(-\mathbf{B}(\mathbf{r}))])}{\partial \Omega} = \\ &= \frac{\partial \sigma(-\mathbf{k}'; -\mathbf{k}; \mathbf{B}(\mathbf{r}))}{\partial \Omega}. \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, в случае компланарного распределения магнитного поля упругое рассеяние неполяризованных нейтронов всегда взаимно. Следовательно, необходимым условием для наблюдения невзаимности рассеяния является некомпланарность распределения магнитной индукции в рассеивающем объекте.

3. РАССЕЯНИЕ НЕПОЛЯРИЗОВАННЫХ НЕЙТРОНОВ ЧАСТИЦЕЙ С ВИХРЕВЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ НАМАГНИЧЕННОСТИ

Зеемановское расщепление существенно меньше кинетической энергии холодных нейтронов. Поэтому дифференциальное сечение рассеяния может быть представлено в виде ряда теории возмущений по малому параметру $\mu_n B / E_{kin}$. Хорошо известно, что в первом порядке теории возмущений сечение рассеяния всегда зависит только от разности волновых векторов $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$ и является взаимным. Следовательно, для получения невзаимности рассеяния необходимо учитывать следующие порядки теории возмущений.

Рассмотрим случай свободных нейтронов, когда в гамильтониане (6) первое слагаемое дается выражением $\hat{H}_0 = \hat{\mathbf{p}}^2 / 2m$. Возмущением при этом является энергия Зеемана, обозначаемая

$$\hat{V}_{int} = -(\hat{\mu}_n \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r})). \quad (13)$$

Волновая функция может быть найдена как решение интегрального уравнения

$$\hat{\psi}(\mathbf{r}) = \hat{\psi}_0(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} \int \hat{G}_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}') \hat{V}_{int}(\mathbf{r}') \hat{\psi}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (14)$$

Функция Грина свободной частицы в этом случае имеет вид

$$\hat{G}_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}') = -\frac{1}{4\pi} \frac{\exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \hat{I}, \quad (15)$$

где \hat{I} — единичная матрица, волновой вектор k связан с собственным значением оператора импульса

$k = p/\hbar$. Используя выражения (10) и (14), получаем выражение для амплитуды рассеяния $\hat{f}(\mathbf{k}; \mathbf{k}')$ в виде ряда

$$\begin{aligned} \hat{f}(\mathbf{k}; \mathbf{k}') &= \frac{2m}{\hbar^2} \int \hat{G}_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}_1) \hat{V}_{int}(\mathbf{r}_1) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_1} d\mathbf{r}_1 + \\ &+ \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^2 \int \hat{G}_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}_2) \hat{V}_{int}(\mathbf{r}_2) \hat{G}_0(\mathbf{r}_2; \mathbf{r}_1) \times \\ &\times \hat{V}_{int}(\mathbf{r}_1) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_1} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 + \dots \end{aligned} \quad (16)$$

Используя формулы (13), (14) и (16) и коммутационные свойства матриц Паули [13], получаем, что в первом порядке теории возмущений сечение рассеяния в волновой зоне определяется выражением ($r \gg r_1, r_2$)

$$\frac{\partial\sigma^{(2)}}{\partial\Omega}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \left(\frac{m\mu_n}{2\pi\hbar^2}\right)^2 \int (\mathbf{B}(\mathbf{r}_1) \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}_2)) \times \exp(i(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)(\mathbf{k} - \mathbf{k}')) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \quad (17)$$

Оно зависит только от разности волновых векторов $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$, а следовательно, взаимно. Во втором порядке получаем выражение

$$\begin{aligned} \frac{\partial\sigma^{(3)}}{\partial\Omega}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') &= -2i \left(\frac{m\mu_n}{2\pi\hbar^2}\right)^2 \times \\ &\times \int (\mathbf{B}(\mathbf{r}_1) \cdot [\mathbf{B}(\mathbf{r}_2) \times \mathbf{B}(\mathbf{r}_3)]) \times \\ &\times \frac{\exp[i(\mathbf{k}'(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) + \mathbf{k}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3) + k|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3|)]}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3|} \times \\ &\times d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 d\mathbf{r}_3 + \text{H.c.} \end{aligned} \quad (18)$$

В формулах (17) и (18) верхний индекс обозначает, что соответствующие члены сечения рассеяния пропорциональны квадрату и кубу магнитной индукции. Из выражения (18) следует, что невзаимное рассеяние возможно только тогда, когда пространственное распределение магнитной индукции некомпланарно, что находится в соответствии с симметричными соображениями, приведенными в предыдущем разделе.

Одной из реализаций некомпланарного распределения магнитной индукции является частица с вихревой намагниченностью [14]. Рассмотрим рассеяние нейтронов цилиндрической частицей радиуса R_0 и высоты h_0 , распределение намагниченности в которой описывается выражением

$$\mathbf{M}(\rho, \varphi) = \begin{pmatrix} -\sqrt{1 - m_z^2(\rho)} \sin(\varphi + \varphi_0) \\ \sqrt{1 - m_z^2(\rho)} \cos(\varphi + \varphi_0) \\ m_z(\rho) \end{pmatrix}. \quad (19)$$

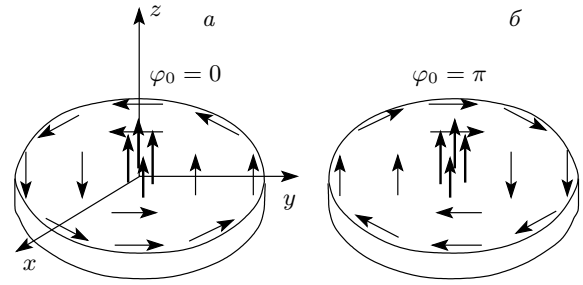


Рис. 1. Частицы с вихревой намагниченностью по (а) и против (б) часовой стрелки

Здесь предполагается, что ось z направлена перпендикулярно основанию цилиндра, ρ и φ — полярные координаты (рис. 1а), φ_0 принимает два значения: 0 и π , соответствующие распределению намагниченности против часовой (рис. 1а) и по часовой стрелке (рис. 1б). Заметим также, что в центре диска намагниченность имеет составляющую, перпендикулярную основанию. Это ведет к тому, что за пределами частицы появляется магнитное поле. Очевидно, что это поле будет иметь такую же симметрию, как и намагниченность (19):

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -b(\rho, z) \sin(\varphi + \varphi_0(z)) \\ b(\rho, z) \cos(\varphi + \varphi_0(z)) \\ b_z(\rho, z) \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Проанализируем симметричные свойства выражения (18). Легко видеть, что замена $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}'$ и $\mathbf{k}' \rightarrow -\mathbf{k}$ эквивалентна замене

$$\mathbf{r}_2 \rightarrow \mathbf{r}_3, \quad \mathbf{r}_3 \rightarrow \mathbf{r}_2. \quad (21)$$

Такая замена ведет к изменению знака смешанного произведения в формуле (18). В результате получаем, что

$$\frac{\partial\sigma^{(3)}}{\partial\Omega}(\mathbf{k}; \mathbf{k}') = -\frac{\partial\sigma^{(3)}}{\partial\Omega}(-\mathbf{k}'; -\mathbf{k}). \quad (22)$$

Для определенности положим, что волновой вектор \mathbf{k} лежит в плоскости xz . Сравним сечения рассеяния для двух волн в направлениях \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 , симметричных относительно плоскости \mathbf{k}, \mathbf{k}' (рис. 2а). Вследствие осевой симметрии системы,

$$\frac{\partial\sigma^{(3)}}{\partial\Omega}(-\mathbf{k}_2; -\mathbf{k}) = \frac{\partial\sigma^{(3)}}{\partial\Omega}(\mathbf{k}; \mathbf{k}_1) = -\frac{\partial\sigma^{(3)}}{\partial\Omega}(\mathbf{k}; \mathbf{k}_2).$$

Таким образом, рассеяние неполяризованных нейтронов на магнитном вихре имеет холловский характер. Действительно, невзаимность приводит к асимметрии интенсивности рассеяния нейтронов относительно плоскости падения.

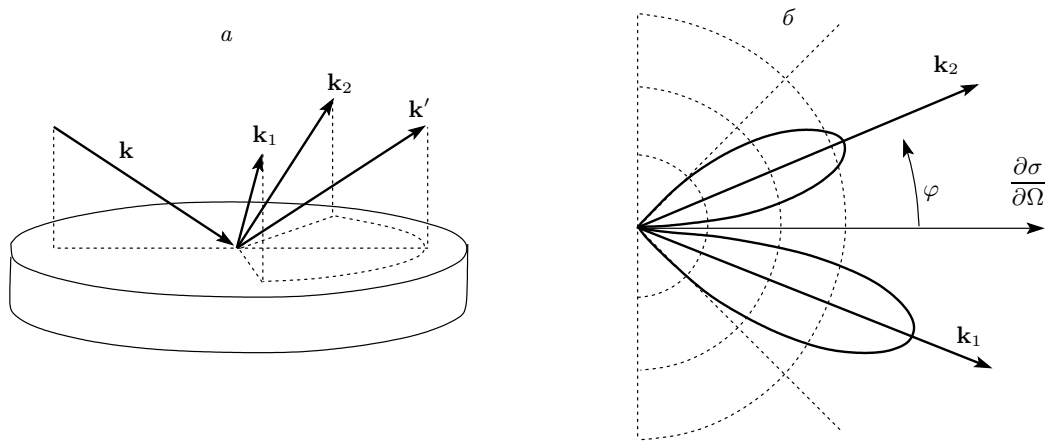


Рис. 2. а) Схема «холловского» рассеяния на вихре, б) качественный вид дифференциального сечения рассеяния

Как следует из свойств смешанного произведения векторов, $\partial\sigma^{(3)}/\partial\Omega(\mathbf{k}; \mathbf{k}')$ не зависит от фазы φ_0 , но зависит от направления намагниченности в центре вихря. При расчете дифференциального сечения рассеяния неполяризованных нейтронов предполагалось, что за пределами частицы z -компонента магнитной индукции вблизи оси цилиндра отлична от нуля, а x - и y -компоненты равны нулю. В оставшейся части пространства индукция лежит в плоскости xy . Проведены вычисления для кобальтовых частиц различных радиусов (20–100 нм) с высотой в 20 нм. Длина волны нейтрона 1 нм, $k_z = -k'_z = 5.86 \text{ нм}^{-1}$, $k_y = 0$, $k_x = k_\perp$, $k'_x = k_\perp \cos \alpha$ и $k'_y = k_\perp \sin \alpha$. Качественно дифференциальное сечение рассеяния изображено на рис. 2. Расчеты показали, что при заданных \mathbf{k} и \mathbf{k}' относительная величина невязимости

$$\frac{\partial\sigma^{(3)}}{\partial\Omega}(\mathbf{k}; \mathbf{k}'; [\mathbf{B}(\mathbf{r})]) / \frac{\partial\sigma^{(2)}}{\partial\Omega}(\mathbf{k}; \mathbf{k}'; [\mathbf{B}(\mathbf{r})]) \sim 10^{-5}.$$

Заметим, что в соответствии с симметричными соображениями рассеяние на магнитном вихре должно быть невязимым и за пределами применимости теории возмущений. Например, в области малых значений k_z возникает полное внешнее отражение нейтронов. В этой области можно ожидать значительного возрастания величины невязимости. Другим возможным способом увеличения эффекта невязимости является использование дифракционных решеток из вихрей.

4. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ОТРАЖЕНИЕ НЕЙТРОНОВ ОТ ТРЕХ МАГНИТНЫХ ЗЕРКАЛ

Как было продемонстрировано, невязимость при рассеянии неполяризованных нейтронов возни-

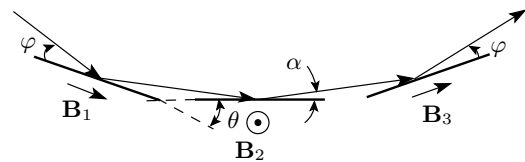


Рис. 3. Отражение пучка нейтронов от трех магнитных зеркал

кает только во втором порядке теории возмущений. Это обуславливает малость величины эффекта невязимости в области применимости теории возмущений. Простейшей ситуацией, когда возможен точный расчет рассеяния нейтронов, является отражение нейтронов от плоских магнитных зеркал.

Рассмотрим последовательное отражение пучка нейтронов системой зеркал, схема которой изображена на рис. 3. Пусть крайние зеркала расположены симметрично относительно центрального зеркала. В общем случае распределение магнитной индукции в такой системе некомпланарно, например, когда вектор намагниченности центрального зеркала перпендикулярен плоскости рисунка, а векторы намагниченности боковых зеркал лежат в плоскости рисунка. В случае отражения от зеркал невязимость (по аналогии с формулами (5а) и (5б)) означает, что коэффициент отражения при падении пучка слева не равен коэффициенту отражения при падении пучка справа, или что при смене знака магнитной индукции в каждом зеркале коэффициент отражения изменяется.

Отражение нейтронов от одного зеркала описывается матрицей отражения. Действие этой матрицы на пространственную часть волновой функции

нейтрона сводится к замене волнового вектора \mathbf{k} , соответствующего направлению падения, на волновой вектор \mathbf{k}' , соответствующий зеркальному отражению. Спиновая же часть матрицы \hat{M} имеет вид [15]

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} \frac{1-b_-}{1+b_-} & 0 \\ 0 & \frac{1-b_+}{1+b_+} \end{pmatrix}, \quad (23)$$

где

$$b_{\pm} = \sqrt{1 + 2m \frac{-V_{nuc} \pm \mu_n B}{k^2 \hbar^2 \sin^2 \varphi}},$$

m — масса нейтрона, k — волновое число, B — магнитная индукция внутри зеркала, φ — угол скольжения и V_{nuc} — спин-независимый ядерный потенциал. В выражении (23) полагается, что ось квантования спина z сонаправлена с направлением магнитной индукции в зеркале.

Введем оператор \hat{O}_+ , описывающий отражение всей системой в случае, когда нейтроны последовательно отражаются от зеркал в порядке 1–2–3. Этот оператор может быть записан следующим образом:

$$\hat{O}_+ = \hat{M}_3 \hat{S}_{32} \hat{M}_2 \hat{S}_{21} \hat{M}_1. \quad (24)$$

Операторы \hat{M}_j соответствуют разным зеркалам. Поскольку материалы зеркал и углы скольжения на них различны, матрицы отражения \hat{M}_j также различаются. Операторы \hat{S}_{ij} определяются выражением (8) $\hat{S}_{ij} = \hat{S}_{\mathbf{n}_{ij}}^{\phi_{ij}}$. Они преобразуют волновую функцию нейтрона из системы координат j -го зеркала в систему координат i -го (в системе координат каждого зеркала ось квантования z сонаправлена с магнитной индукцией). Оператор конечных вращений обладает следующими свойствами: $\hat{S}_{ij}^{-1} = \hat{S}_{ji} = \hat{S}_{ij}^+$. Удобно выбирать единичный вектор локальной оси вращения \mathbf{n}_{ij} в виде

$$\mathbf{n}_{ij} = \frac{[\mathbf{B}_i \times \mathbf{B}_j]}{|\mathbf{B}_i \times \mathbf{B}_j|}. \quad (25)$$

Интенсивность отражения в прямом процессе находится из выражения $I_+ = \text{Tr}[\hat{O}_+^+ \hat{O}_+]/2$,

$$I_+ = \text{Tr} \left[\hat{M}_1^+ \hat{S}_{12} \hat{M}_2^+ \hat{S}_{23} \hat{M}_3^+ \hat{M}_3 \hat{S}_{32} \hat{M}_2 \hat{S}_{21} \hat{M}_1 \right] / 2. \quad (26)$$

Покажем, что в случае компланарного распределения магнитной индукции замена $\mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B}$ не приведет к изменению интенсивности отраженного пучка I_+ , т. е. что отражение является взаимным. Если B_1, B_2, B_3 лежат в одной плоскости, то векторы

\mathbf{n}_{21} и \mathbf{n}_{32} коллинеарны. В силу произвольности выбора системы координат будем считать, что ось x сонаправлена с этими векторами. Нетрудно показать, что замена $\mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B}$ эквивалентна преобразованию $\hat{M}_i \rightarrow \sigma_x \hat{M}_i \sigma_x$. Поскольку при выбранных векторах \mathbf{n}_{21} и \mathbf{n}_{32} оператор \hat{S}_{ij} коммутирует с σ_x , выражение (26) не изменится при замене $\mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B}$.

Покажем теперь, что некопланарность распределения магнитной индукции не является достаточным условием для возникновения невзаимности и сформулируем достаточные условия ее возникновения. Рассмотрим обратную ситуацию, когда пучок отражается последовательно от зеркал в порядке 3–2–1. В этом случае интенсивность отражения дается выражением

$$I_- = \text{Tr} \left[\hat{M}_3^+ \hat{S}_{32} \hat{M}_2^+ \hat{S}_{21} \hat{M}_1^+ \hat{M}_1 \hat{S}_{12} \hat{M}_2 \hat{S}_{23} \hat{M}_3 \right] / 2. \quad (27)$$

Воспользуемся инвариантностью следа (27) по отношению к циклическому сдвигу и транспонированию, а также коммутативностью $[\hat{M}_j, \hat{M}_j^+] = 0$. Получаем

$$I_- = \text{Tr} \left[\hat{M}_1^+ \hat{S}_{12} \hat{M}_2 \hat{S}_{32} \hat{M}_3^+ \hat{M}_3 \hat{S}_{32} \hat{M}_2^+ \hat{S}_{21} \hat{M}_1 \right] / 2, \quad (28a)$$

$$I_- = \text{Tr} \left[\hat{M}_1^+ \hat{S}_{21}^T \hat{M}_2^+ \hat{S}_{32}^T \hat{M}_3^+ \hat{M}_3 \hat{S}_{32}^T \hat{M}_2 \hat{S}_{21}^T \hat{M}_1 \right] / 2. \quad (28b)$$

Если магнитные поля зеркал компланарны, то в силу произвольности выбора системы координат осью поворота всегда может быть выбрана ось y . Очевидно, что в этом случае $\hat{S}_{21}^T = \hat{S}_{21}^{-1} = \hat{S}_{12}$. Сравнивая с формулой (26), получаем, что достаточными условиями невзаимности рассеяния являются некопланарность магнитных полей зеркал и неэрмитовость матрицы отражения на центральном зеркале. Если

$$\hat{M}_2^+ = \hat{M}_2, \quad (29)$$

то угол скольжения на втором зеркале больше второго критического угла

$$\varphi_{cr2} = \arcsin \frac{\sqrt{2m(\mu_n B + V_{nuc})}}{k\hbar}. \quad (30)$$

Если угол скольжения на втором зеркале меньше второго критического угла, то зеркало не только отражает нейтронный пучок, но и поворачивает его поляризацию. Этот факт существен для невзаимного отражения. Таким образом, отражение взаимно

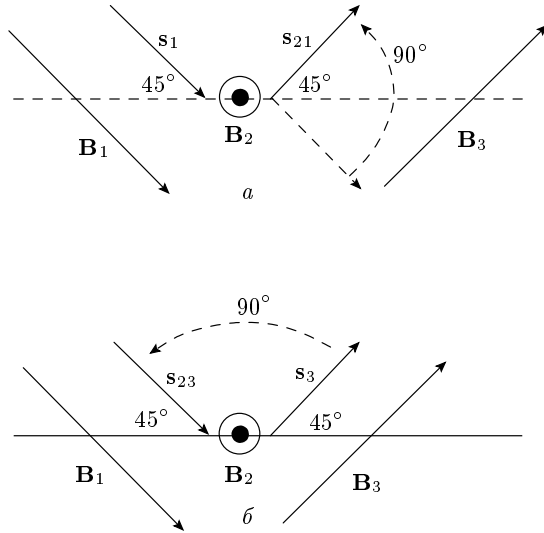


Рис. 4. Падение слева (а) и справа (б); s_1 и s_3 — векторы поляризации после первого отражения, s_{21} и s_{23} — векторы поляризации после отражения (и вращения поляризации) вторым зеркалом

и в случае некомпланарного распределения намагниченности зеркал, если угол скольжения на втором зеркале меньше критического. Также отражение взаимно в случае, когда

$$\hat{M}_1 \hat{M}_1^+ = 1 \quad \text{или} \quad \hat{M}_3 \hat{M}_3^+ = 1. \quad (31)$$

Эти равенства означают, что угол скольжения на соответствующих зеркалах меньше первого критического

$$\varphi_{cr1} = \arcsin \frac{\sqrt{2m(-\mu_n B + V_{nuc})}}{k\hbar}. \quad (32)$$

Выполнение условий (31) эффективно отвечает отражению системой только из двух зеркал. Действительно, в случае выполнения условия (31) из выражений (26)–(28) полностью исчезает зависимость от отражения соответственно на первом или третьем зеркале.

Невзаимность в трехзеркальной схеме легко понять, предположив, что крайние зеркала являются идеальными поляризаторами, а центральное зеркало — идеальный вращатель поляризации. В терминах ядерного и магнитного потенциалов, идеальный поляризатор соответствует ситуации $V_{nuc} = V_{mag} = \mu_n B$. Такая ситуация реализуется, например, в сплавах железо–кобальт. Железное зеркало может быть использовано как вращатель поляризации. Представим, что поляризаторы перпендикулярны друг другу, а центральный вращатель поворачи-

вает поляризацию на 90° (рис. 4). Направление вращения поляризации не зависит от направления падения нейтронов. Если пучок нейтронов падает слева (рис. 4а), то после отражения первыми двумя зеркалами пучок будет поляризован вдоль магнитного поля третьего зеркала. В этом случае пучок полностью отразится от третьего зеркала. В другом случае, когда пучок падает справа (рис. 4б), после первых двух отражений его поляризация будет направлена против магнитного поля первого зеркала, следовательно, он не будет отражаться от него. Таким образом, в идеализированной системе невзаимность равна 100 %. С такой точки зрения, данная система схожа с невзаимной ячейкой Фарадея [16].

Если для материала зеркала выполняется условие $\mu_n B = V_{nuc}$, то $b_+ = 1$ в выражении (23). Следовательно, матрица отражения такого зеркала при угле скольжения меньше второго критического имеет вид матрицы отражения идеального поляризатора с точностью до фазового множителя

$$\hat{M}_{1,3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (33)$$

При угле скольжения на втором зеркале меньше второго критического, но больше первого критического, матрица отражения представляется в виде

$$\hat{M}_2 = \frac{1 - b_+}{1 + b_+} \hat{S}_z(\alpha). \quad (34)$$

Если же угол скольжения меньше первого критического, то матрица отражения становится унитарной:

$$\hat{M}_2 = \hat{S}_z(\alpha). \quad (35)$$

Легко понять действие оператора $\hat{S}_z(\alpha)$ на поляризацию пучка нейтронов. Действительно, спины нейтронов прецессируют в магнитном поле второго зеркала, при этом после отражения средний магнитный момент пучка повернется вокруг магнитного поля на некоторый угол. Этот угол и определяется из формул (34) и (35). Заметим, что угол α связан с фазами коэффициентов $(1 - b_\pm)/(1 + b_\pm)$, т. е. зависит от угла скольжения пучка на втором зеркале. Подставляя выражения (33)–(35) в формулы интенсивности прямого (26) и обратного отражения (28), имеем

$$\Delta I = \frac{1}{4} \left| \frac{1 - b_+}{1 + b_+} \right|^2 \sin \alpha \sin 2\theta, \quad (36)$$

где θ — угол между плоскостями зеркал.

Из выражения (36) видно, что для получения максимальной невзаимности степень поляризации

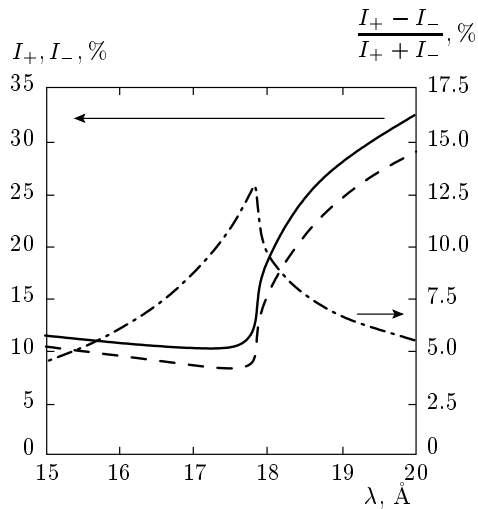


Рис. 5. Коэффициент отражения нейтронов системой из двух поляризаторов и центрального вращателя поляризации. Сплошная линия — прямое отражение, штриховая — обратное. Штрихпунктирная линия — относительная величина невзаимности

пучка при отражении от крайних зеркал должна быть максимальной. Это достигается в случае, когда угол скольжения на эти зеркала в точности равен второму критическому углу. При этом отражается только половина пучка. Для второго зеркала должны выполняться два условия: во-первых, угол скольжения должен быть близок ко второму критическому, а, во-вторых, угол вращения поляризации должен быть близок к 90° . Следовательно, максимальная величина коэффициента отражения всей системы не может быть больше 30–40 %, а максимальная величина невзаимности $\Delta I \sim \theta/2 < 5\%$, если выполняются достаточные условия для наблюдения невзаимности отражения.

Легко видеть, что интенсивность обратного процесса тождественна интенсивности прямого процесса при смене знака поля \mathbf{B}_2 . Поэтому для обнаружения невзаимности в эксперименте достаточно менять намагниченность центрального зеркала.

Результаты расчетов коэффициента отражения неполяризованных нейтронов системой, состоящей из двух поляризаторов (зеркала из сплава железо–кобальт) и центрального вращателя поляризации (зеркало из железа) приведены на рис. 5. Боковые поляризаторы располагаются симметрично относительно центрального зеркала, углы между зеркалами $\theta = 2^\circ$. Угол скольжения на поляризаторе $\varphi = 1^\circ$ и угол скольжения на вращателе поляризации $\beta = \theta - \varphi$. Длина волны нейтронного пучка

меняется в пределах $\lambda = 15\text{--}20 \text{ \AA}$. Зеркала намагничены до насыщения в направлениях, как показано на рис. 3. Оптические константы железа и кобальта для расчетов взяты из работ [15, 17].

Максимальная невзаимность достигается при длине волны 18° . Коэффициент отражения на этой длине волны порядка 20 %. Величина невзаимности составляет 3.5 % от интенсивности падающего пучка или порядка 13 % интенсивности отраженного пучка. Отметим, что в нашей работе не учитывается поглощение нейтронов. Ожидается, что поглощение также должно привести к возникновению невзаимности, так как оно нарушает условие (29). При этом невзаимность должна возникнуть при любых углах скольжения, а не только при углах, меньших критических.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретически рассмотрено упругое рассеяние неполяризованных нейтронов системами с некопланарным пространственным распределением вектора магнитной индукции. Показано, что в некопланарном магнитном поле возможно нарушение T -симметрии и рассеяние становится невзаимным. Проведены расчеты рассеяния нейтронов на магнитном вихре и интенсивности последовательного отражения пучка неполяризованных нейтронов тремя магнитными зеркалами. При рассеянии на вихре невзаимность составляет величину порядка 10^{-5} . В случае же отражения тремя магнитными зеркалами относительная величина невзаимности достигает 13 %.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-02-00294а) и фонда «Династия».

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Jansen et al., Phys. Rev. B **61**, 9047 (1999).
2. В. К. Игнатович, Письма в ЖЭТФ **28**, 311 (1978).
3. Y. Tserkovnyak, A. Brataas, G. E. W. Bauer et al., Rev. Mod. Phys. **77**, 1375 (2005).
4. D. Loss, P. Goldbart, and A. V. Balatsky, Phys. Rev. Lett. **65**, 1655 (1990).
5. G. Tataru and H. Kohno, Phys. Rev. B **67**, 113316 (2003).

6. P. Bruno, V. K. Dugaev, and M. Taillefumier, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 096806 (2004).
7. А. А. Фраерман, О. Г. Удалов, *Письма в ЖЭТФ* **87**, 159 (2008).
8. С. В. Вонсовский, *Магнетизм*, Наука, Москва (1971).
9. А. А. Фраерман, О. Г. Удалов, *ЖЭТФ* **131**, 71 (2007).
10. В. К. Игнатович, Ю. В. Никитенко, А. А. Фраерман, *ЖЭТФ* **137**, 886 (2010).
11. А. В. Лазута, С. В. Малеев, Б. П. Топерверг, *ЖЭТФ* **75**, 764 (1978).
12. S. V. Grigoriev, S. V. Metelev, S. V. Maleev et al., *Phys. Rev. B* **72**, 214423 (2005).
13. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика: нерелятивистская теория*, Наука, Москва (2002).
14. R. P. Cowburn, D. K. Koltsov, A. O. Adeyeye et al., *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1042 (1999).
15. И. И. Гуревич, Л. В. Тарасов, *Физика нейтронов низких энергий*, Наука, Москва (1965).
16. Л. И. Мандельштам, *Лекции по оптике, релятивистской и квантовой механике*, Наука, Москва (1972).
17. V. F. Sears, *Neutron News* **3**, 26 (1992).