

ЗАВИСИМОСТЬ КРИТИЧЕСКОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ ОТ ПЕРЕСКОКОВ И СПИНОВЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ МЕЖДУ CuO_2 -ПЛОСКОСТЯМИ

И. А. Макаров^{a,b,c}, С. Г. Овчинников^{a,b}, Е. И. Шнейдер^{a,c}*

^a *Институт физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук
660036, Красноярск, Россия*

^b *Сибирский федеральный университет
660041, Красноярск, Россия*

^c *Сибирский государственный аэрокосмический университет им. М. Ф. Решетнева
660014, Красноярск, Россия*

Поступила в редакцию 7 июня 2011 г.

Работа посвящена исследованию влияния межслойных перескоков на температуру перехода в сверхпроводящее состояние в двухслойных купратах. Параметр перескока между слоями берется в виде $t_{\perp}(\mathbf{k}) = t_{\perp}(\cos(k_x) - \cos(k_y))^2$ и является возмущением для состояний двух CuO_2 -плоскостей, описываемых $t-t'-t''-J^*$ -моделью. В рамках обобщенного приближения среднего поля для $d_{x^2-y^2}$ -симметрии сверхпроводящей щели межслойные перескоки так же, как обменные взаимодействия между CuO_2 -слоями и парные перескоки, не создают дополнительного механизма куперовского спаривания и не повышают T_c . На концентрационной зависимости T_c межслойное расщепление верхней хаббардовской зоны дырочных квазичастиц проявляется в виде двух пиков с температурами, незначительно меньшими максимальной T_c в однослойном купрате. Межслойные антиферромагнитные спиновые корреляции подавляют межслойное расщепление.

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что все ВТСП-купраты характеризуются чередованием проводящих и диэлектрических слоев и что проводящие слои содержат разное число n плоскостей CuO_2 . Важность связи между CuO_2 -слоями была установлена вскоре после открытия ВТСП, когда внутри каждого семейства купратов (гомологические ряды Bi-, Tl- и Hg-ВТСП) обнаружили рост T_c при увеличении числа плоскостей CuO_2 n от одной до трех. Такой рост породил ожидания, что при $n \sim 10$ можно достичь $T_c \approx 300$ К. Кристаллохимия позволяет увеличивать число CuO_2 -слоев до таких значений. Создание искусственных многослойных структур системы $\text{Bi}_{2-2x}\text{Sr}_2\text{Ca}_7\text{Cu}_8\text{O}_{20+x}$ (Bi-2278) [1], казалось, подтвер-

дило такую гипотезу. Однако структура оказалась нестабильной. Позже методом молекулярно-лучевой эпитаксии были созданы стабильные структуры Bi-2278 , однако T_c оказалась не более 60 К [2]. В той же работе [2] было продемонстрировано, что пленка Bi-2212 толщиной в одну элементарную ячейку (с числом CuO_2 -плоскостей $n = 2$) имеет $T_c = 70$ К. Последующий прогресс в технологии молекулярно-лучевой эпитаксии позволил определить роль отдельных LaSrCuO -слоев как частей многослойной гетероструктуры металл–диэлектрик $\text{La}_{1.55}\text{Sr}_{0.45}\text{CuO}_4/\text{La}_2\text{CuO}_4$ в формировании сверхпроводящего состояния всего образца [3]. Оказалось, что подавление сверхпроводимости только в одном слое $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$, который, предположительно, близок к состоянию оптимального допирования, значительно отражается на T_c всей структуры. Данные результаты говорят о важной роли уже одного CuO_2 -слоя в реализации сверхпроводимости в объ-

*E-mail: macplay@mail.ru

емном образце. Природа зависимости T_c от числа CuO_2 -слоев в ячейке до сих пор окончательно не выяснена. Мы не будем в настоящей работе рассматривать влияние туннелирования между сверхпроводящими слоями через диэлектрические прослойки в элементарной ячейке (модель «ВТСП как гетероструктура» [4]). Мы ограничимся исследованием влияния присутствия двух CuO_2 -плоскостей в одном сверхпроводящем металлическом слое.

Вообще говоря, с добавлением второго CuO_2 -слоя возможны два типа механизмов роста T_c . Первый можно назвать динамическим, и он обусловлен межплоскостными взаимодействиями и перескоками. Второй связан со спецификой структуры и распределением примесей, его можно назвать примесным. В настоящей работе мы исследуем динамические механизмы одноэлектронного перескока, обменного взаимодействия между плоскостями и межслойных перескоков пар квазичастиц. В структурах с $n \geq 3$ экспериментально методом ЯМР обнаружена неэквивалентность двух внешних и $(n - 2)$ внутренних CuO_2 -плоскостей [5]. Поэтому мы ограничимся рассмотрением двухслойных структур типа YBCO и Bi-2212 с эквивалентными CuO_2 -плоскостями. Мощный механизм теоретического усиления T_c в подобной структуре был предложен в работе [6], где было постулировано туннелирование куперовских пар между CuO_2 -плоскостями с амплитудой туннелирования $T_J \sim 10\Delta_0$, где Δ_0 — величина сверхпроводящей щели в одной плоскости. Неприменимость подобного подхода к реальным ВТСП-купратам была показана в работе [7], где отношение η свободной энергии, обусловленной межплоскостной связью, к полной энергии сверхпроводника оценено из экспериментальных данных для разных семейств купратов. Для YBCO оказалось, что $\eta \sim 10^{-3}$, для Hg-купратов $\eta \sim 10^{-4}$. Малость η говорит о том, что более адекватной является модель джозефсоновской структуры со слабой связью, которая не влияет на сверхпроводящие свойства отдельной CuO_2 -плоскости.

Роль перескоков между CuO_2 -плоскостями в нормальной фазе рассмотрена нами ранее в работе [8], где получено бислойное расщепление поверхности Ферми, известное в ARPES-экспериментах [9, 10]. В настоящей работе двухслойная система рассматривается в рамках t - J -модели в режиме сильных электронных корреляций (СЭК). Сверхпроводящая фаза для $d_{x^2-y^2}$ -симметрии щели с магнитным механизмом спаривания описывается в рамках обобщенной теории среднего поля типа БКШ. Показа-

но, что межплоскостные перескоки не увеличивают критическую температуру. Таким образом, мы приходим к выводу, что зависимость T_c от числа CuO_2 -плоскостей следует искать в классе примесных механизмов.

План статьи следующий: в разд. 2 мы описываем t - t' - t'' - t_{\perp} - J^* - J_{\perp} -модель с межплоскостным перескоком t_{\perp} , межплоскостным обменом J_{\perp} , а также межплоскостными перескоками пар, в разд. 3 приводятся основные соотношения обобщенной теории среднего поля для сверхпроводящей фазы с учетом эффектов ближнего антиферромагнитного порядка, в разд. 4 даются результаты численного исследования влияния перескоков t_{\perp} на величину T_c , в разд. 5 рассматривается поведение показателя изотоп-эффекта в системах с межслойным расщеплением, в разд. 6 мы обсуждаем результаты и сравниваем их с экспериментом. Предварительные результаты данного исследования были частично опубликованы в работе [11].

2. t - t' - t'' - t_{\perp} - J^* - J_{\perp} -МОДЕЛЬ ДЛЯ ДВУХСЛОЙНЫХ КУПРАТОВ

Считается, что электронную структуру и все важные характеристики ВТСП-купратов в нормальной и сверхпроводящей фазах определяет поведение частиц внутри CuO_2 -слоя, тогда как роль остальных атомов в ячейке сводится исключительно к поставке носителей тока в медно-кислородный слой. Основным аргументом для пренебрежения атомным окружением CuO_2 -слоя служит тот факт, что энергии валентных оболочек атомов этих металлов располагаются значительно ниже характерных энергий зон самой CuO_2 -плоскости. Если говорить о медно-кислородной плоскости, то здесь динамика электронов реализуется на $3d$ -орбиталях меди и $2p$ -орбиталях кислорода, поэтому естественной моделью для описания ее электронной структуры является многозонная p - d -модель. Присутствие в этих системах сильных электронных корреляций (СЭК) заставляет изменить привычный одноэлектронный подход для описания подобных систем [12, 13]. Из-за сильного кулоновского отталкивания на одном атоме состояния с числом частиц, различающимся на единицу, значительно различаются по энергии. Более подходящей в данном случае является реалистичная многозонная модель Хаббарда, построенная на одночастичных и двухчастичных состояниях, полученных в p - d -модели. В области низкоэнергетических возбуждений в пределе СЭК эта модель сво-

дится к $t-t'-t''-J^*$ -модели [14–19]. Поскольку применительно к сверхпроводящей фазе мы интересуемся состояниями вблизи уровня Ферми, а состояния в глубине зоны нам важны в меньшей степени, $t-t'-t''-J^*$ -модель будем правомерно использовать и для сверхпроводящего состояния [16, 17].

Стехиометрическому составу двухслойного купрата в недопированном случае (например, $YBa_2Cu_3O_7$) соответствует одна дырка в каждой CuO_2 -плоскости. За исключением отсутствия одного атома апического кислорода каждая CuO_5 -пирамида повторяет элементарную ячейку соединения $La_2Sr_{2-x}CuO_4$. Поэтому мы предполагаем, что электронная структура двухслойной системы отличается от таковой для однослойной [19] только расщеплением зон каждого слоя на связывающую и антисвязывающую зоны («bilayer splitting») [9, 20–25] вследствие межслойного взаимодействия. Учет межслойных перескоков и межслойных обменных взаимодействий модифицирует $t-t'-t''-J^*$ -модель к $t-t'-t''-t_{\perp}-J^*-J_{\perp}$ -модели.

Доля, которую составляет плотность свободной энергии сверхпроводящей электронной жидкости вдоль оси c , от общей плотности свободной энергии в купратах очень мала ($\eta \sim 0.001$) [7, 26–31]. Данный факт говорит о том, что многослойные купраты являются квазидвумерными системами. Это нам позволяет не рассматривать процессы, связанные с одночастичными перескоками и туннелированием пар между элементарными ячейками вдоль оси c . В данной работе рассматриваются только перескоки между двумя CuO_2 -слоями внутри одного бислоя в пределах одной элементарной ячейки по оси c . Подобный подход к изучению многослойных структур использовался в работах [32–38]. Формально перескоки рассматриваются как переходы из зоны верхней CuO_2 -плоскости в зону нижней и обратно и учитываются путем включения в гамильтониан слагаемого, обладающего характерной зависимостью от двумерного волнового вектора $t_{\perp}(\mathbf{k}) = t_{\perp}(\cos k_x - \cos k_y)^2$. Такой вид зависимости величины перескоков $t_{\perp}(\mathbf{k})$ от двумерного волнового вектора получен из зонных расчетов [39] и подтвержден экспериментами ARPES [9, 20]. Присутствие квадрата разности косинусов в $t_{\perp}(\mathbf{k})$ связано с эффективным перекрытием $d_{x^2-y^2}$ -орбиталей меди, которое происходит через реальное перекрытие s -орбиталей, s - p - и p - d -гибридизацию. Прямое же перекрытие $d_{x^2-y^2}$ и p_x , p_y , из соседних слоев чрезвычайно мало, потому что основная электронная плотность этих орбиталей распределена в CuO_2 -плоскости. В итоге абсолютная величина меж-

слойных перескоков оказывается на порядок меньше внутрислойных перескоков, что позволяет рассматривать такие перескоки как возмущение между CuO_2 -плоскостями. Наличие квазичастичных перескоков между слоями в случае t - J -модели автоматически приводит к появлению межслойных обменных взаимодействий, однако, как мы покажем ниже, они не играют существенной роли в механизме сверхпроводимости. Поскольку мы будем описывать сверхпроводящую фазу, важно также учесть слагаемые перескоков квазичастичных пар между слоями, т. е. перескоков куперовских пар как целого. Заметим, что перескоки куперовских пар между слоями аналогичны эффекту Джозефсона для слабого контакта двух сверхпроводников.

Гамильтониан $t-t'-t''-t_{\perp}-J^*-J_{\perp}$ -модели записывается посредством операторов Хаббарда, так как эти операторы являются естественным и удобным алгебраическим языком для описания систем с сильными электронными корреляциями. Оператор Хаббарда $X_f^{\sigma S}$ соответствует квазичастичным возбуждениям из двухдырочного состояния Жанга–Райса $|S\rangle$ в однодырочное состояние $|\sigma\rangle$ на узле f , которые формируют верхнюю хаббардовскую зону дырок. Таким образом, в случае двухслойного купрата гамильтониан $t-t'-t''-t_{\perp}-J^*-J_{\perp}$ -модели принимает вид

$$H_{t-t'-t''-t_{\perp}-J^*-J_{\perp}} = \sum_{f\alpha\sigma} (\varepsilon_1 - \mu) X_{f\alpha}^{\sigma\sigma} + \sum_{f\alpha} (\varepsilon_2 - 2\mu) X_{f\alpha}^{SS} + \sum_{fg\alpha\sigma} t_{fg} X_{f\alpha}^{\sigma S} X_{g\alpha}^{S\sigma} + \sum_{fg\alpha\sigma} J_{fg} (X_{f\alpha}^{\sigma\bar{\sigma}} X_{g\alpha}^{\bar{\sigma}\sigma} - X_{f\alpha}^{\sigma\sigma} X_{g\alpha}^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}}) - \quad (1)$$

$$- \sum_{ml\alpha\sigma} \frac{\tilde{t}_{ml}\tilde{t}_{ln}}{E_{ct}} (X_{m\alpha}^{S\sigma} X_{l\alpha}^{\sigma\bar{\sigma}} X_{n\alpha}^{\bar{\sigma}S} - X_{m\alpha}^{S\sigma} X_{l\alpha}^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}} X_{n\alpha}^{S\sigma}) + H_{t_{\perp}} + H_{exch} + H_{pair},$$

$$H_{t_{\perp}} = \sum_{m_u n_d \sigma} t_{\perp}(m_u, n_d) (X_{m_u}^{S\sigma} X_{n_d}^{S\sigma} + X_{n_d}^{S\sigma} X_{m_u}^{S\sigma}), \quad (2)$$

$$H_{exch} = \sum_{m_u n_d \sigma} J_{\perp}(m_u, n_d) \times (X_{m_u}^{\sigma\bar{\sigma}} X_{n_d}^{\bar{\sigma}\sigma} - X_{m_u}^{\sigma\sigma} X_{n_d}^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}}), \quad (3)$$

$$H_{pair} = \sum_{\substack{u_1 u_2 \\ d_1 d_2 \\ \sigma}} T_{\perp}(u_1, u_2, d_1, d_2) \times (X_{u_1}^{S\bar{\sigma}} X_{u_2}^{S\sigma} X_{d_1}^{\sigma S} X_{d_2}^{\bar{\sigma} S} + \text{H.c.}). \quad (4)$$

Индекс α указывает на верхнюю (u) или нижнюю (d) CuO_2 -плоскость, $J_{fg} = 2\tilde{t}_{fg}^2/E_{ct}$ — параметр эффективного обменного взаимодействия за счет перескоков в нижнюю хаббардовскую зону и обратно, t_{fg} — внутризонные перескоки между ячейками, \tilde{t}_{fg} — межзонные перескоки между ячейками, E_{ct} — диэлектрическая щель с переносом заряда, ε_1 и ε_2 — энергии состояний ячейки с одной и двумя дырками. Отметим, что параметры модели для одного CuO_2 -слоя вычислены в рамках LDA+GTB-метода (расчеты *ab initio* в приближении локальной плотности + обобщенный метод сильной связи) в работе [19]. Гамильтонианы H_{t_\perp} , H_{exch} и H_{pair} определяют соответственно межслойные перескоки, межслойное обменное взаимодействие и межслойные парные перескоки, индексы u_1 , u_2 и d_1 , d_2 в гамильтониане H_{pair} нумеруют пары узлов соответственно в верхней и нижней CuO_2 -плоскостях. Коэффициент $t_\perp(m_u, n_d)$ в выражении (2) представляет собой фурье-образ $t_\perp(\mathbf{k})$ величины межслойных перескоков между узлами m_u в верхней и n_d в нижней плоскостях. Характерное значение внутриячеечного интеграла перескока t_\perp , которое может быть извлечено из работы [39] ($t_\perp = 0.25/4 = 0.06$ эВ) или из данных ARPES [40] ($t_\perp = 0.5 \cdot 0.057$ эВ ≈ 0.029 эВ), на два порядка меньше, чем наибольший внутрислоеинтеграл перескока t_{pd} между d_x -орбиталями меди и p -орбиталями кислорода. Также необходимо помнить, что при переходе от описания обычных фермионов к хаббардовским фермионам величина эффективного перескока между слоями становится меньше в результате умножения на коэффициенты Клебша–Гордана и генеалогические коэффициенты. Координатная зависимость $t_\perp(\mathbf{R}) = t_\perp(m_u, n_d)$ показана на рис. 1.

Зависимость параметра межслойного обмена $J_\perp(m_u, n_d)$ от расстояния между узлами m_u в верхней и n_d в нижней CuO_2 -плоскостях диктуется его видом в \mathbf{k} -пространстве:

$$J_\perp(\mathbf{k}) = \frac{t_\perp^2(\mathbf{k})}{E_{ct}} = \frac{t_\perp^2(\cos k_x - \cos k_y)^4}{E_{ct}}. \quad (5)$$

Межслойные перескоки пар в обратном пространстве определяются гамильтонианом

$$H_{pair} = \sum_{\mathbf{k}} T_\perp(\mathbf{k}) (X_{\mathbf{k}}^{S\sigma} X_{-\mathbf{k}}^{S\bar{\sigma}} X_{-\mathbf{k}}^{\bar{S}\sigma} X_{\mathbf{k}}^{S\sigma} + \text{H.c.}). \quad (6)$$

Величина перескоков $T_\perp(\mathbf{k})$ дается $t_\perp^2(\mathbf{k})/t_{01}$ [6], т. е.

$$T_\perp(\mathbf{k}) = \frac{t_\perp^2(\mathbf{k})}{t_{01}} (\cos k_x - \cos k_y)^4. \quad (7)$$

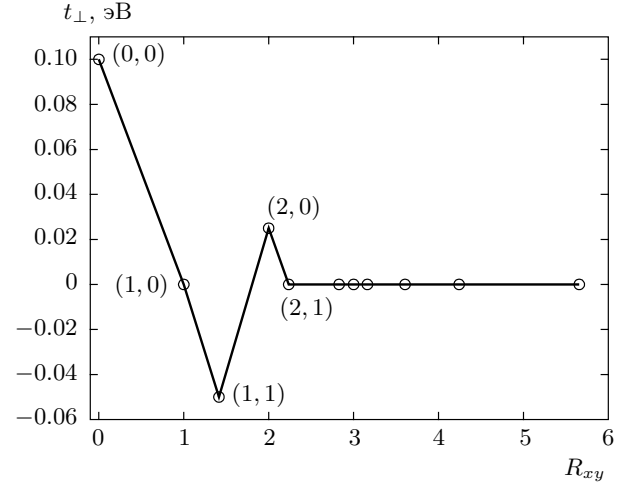


Рис. 1. Координатная зависимость межслойных перескоков (R_{xy} определяет расстояние в плоскости от узла $(0, 0)$ в одном слое до узла (x, y) в соседнем слое, t_\perp считается равным 0.1 эВ)

Значения параметров гамильтониана $t-t'-t''-t_\perp-J^*-J_\perp$ -модели, заимствованные из работы [19], представлены здесь (в эВ):

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 - \varepsilon_1 &= -0.091, & \varepsilon_2 &= 2\varepsilon_1 + E_{ct}, & E_{ct} &= 2, \\ t \equiv t_{01} &= 0.93, & t' \equiv t_{11} &= -0.12, & t'' \equiv t_{02} &= 0.15, \\ J \equiv J_{01} &= 0.295, & J' \equiv J_{11} &= 0.003, \\ J'' \equiv J_{02} &= 0.007, \\ \tilde{t} \equiv \tilde{t}_{01} &= 0.77, & \tilde{t}' \equiv \tilde{t}_{11} &= -0.08, & \tilde{t}'' \equiv \tilde{t}_{02} &= 0.12. \end{aligned}$$

В действительности необходимо говорить о некотором интервале возможных параметров при редукции реалистичных моделей (например, многозонной $p-d$ -модели) на $t-t'-t''-J^*$ -модель. Изменение параметров внутри такого интервала в основном связано с выбором количества энергетических уровней, которые будут учитываться в исходном, еще нередуцированном, гамильтониане. Очень подробно вопрос вычисления таких областей параметров обсуждался в работах [41, 42].

3. ОПИСАНИЕ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ ФАЗЫ

Для вычисления энергетических характеристик, таких как дисперсия и сверхпроводящая щель, мы используем метод уравнения движения для двухвременной запаздывающей четырехкомпонентной функции Грина

$$G_{\mathbf{k}\sigma} = \langle\langle X_{\mathbf{k}}^{\sigma S} | X_{\mathbf{k}}^{S\sigma} \rangle\rangle.$$

Данная функция Грина состоит из нормальных и аномальных внутрислоевых

$$G_{\mathbf{k}\sigma}^u = \langle\langle X_{(u)\mathbf{k}}^{\sigma S} | X_{(u)\mathbf{k}}^{S\sigma} \rangle\rangle, \quad F_{\mathbf{k}\sigma}^u = \langle\langle X_{(u)-\mathbf{k}}^{S\bar{\sigma}} | X_{(u)\mathbf{k}}^{S\sigma} \rangle\rangle$$

и межслоевых компонент

$$G_{\mathbf{k}\sigma}^{du} = \langle\langle X_{(d)\mathbf{k}}^{\sigma S} | X_{(u)\mathbf{k}}^{S\sigma} \rangle\rangle, \quad F_{\mathbf{k}\sigma}^{du} = \langle\langle X_{(d)-\mathbf{k}}^{S\bar{\sigma}} | X_{(u)\mathbf{k}}^{S\sigma} \rangle\rangle.$$

Уравнение движения содержит высшие функции Грина, которые с помощью метода неприводимых операторов Мори [42, 43] проектируются на базис нормальных

$$G_{\mathbf{k}\sigma} = \langle\langle X_{\mathbf{k}}^{\sigma S} | X_{\mathbf{k}}^{S\sigma} \rangle\rangle$$

и аномальных

$$F_{\mathbf{k}\sigma} = \langle\langle X_{-\mathbf{k}}^{S\bar{\sigma}} | X_{\mathbf{k}}^{S\sigma} \rangle\rangle$$

функций Грина. В результате получаем аномальные средние

$$B_{\mathbf{q}} = \langle X_{\mathbf{q}}^{\sigma S} X_{-\mathbf{q}}^{S\bar{\sigma}} \rangle,$$

аномальные межслойные средние

$$B_{\perp\mathbf{q}} = \langle X_{(u)\mathbf{q}}^{\sigma S} X_{(d)-\mathbf{q}}^{S\bar{\sigma}} \rangle$$

и две энергетические щели, последние включают в себя все возможные взаимодействия, приводящие к потенциальному спариванию двух частиц:

$$\Delta_{\mathbf{k}} = -\frac{1}{N} \frac{1}{p_{\sigma} + x} \sum_{\mathbf{q}} \left[\left(2t_{\mathbf{q}} - p_{\sigma} (J_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + J_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}) + 2p_{\sigma} \frac{\tilde{t}_{\mathbf{q}}^2}{E_{ct}} - 4(p_{\sigma} + x) \frac{\tilde{t}_{\mathbf{k}} \tilde{t}_{\mathbf{q}}}{E_{ct}} \right) B_{\mathbf{q}} - 2\tilde{t}_{\perp\mathbf{q}} B_{\perp\mathbf{q}} \right], \quad (8)$$

$$\Delta_{\perp\mathbf{k}} = \frac{1}{N} \frac{1}{p_{\sigma} + x} \sum_{\mathbf{q}} (p_{\sigma} (J_{\perp\mathbf{k}+\mathbf{q}} + J_{\perp\mathbf{k}-\mathbf{q}}) + ((p_{\sigma} + x) T_{\perp}) B_{\perp\mathbf{q}}). \quad (9)$$

Здесь $p_{\sigma} = \langle X^{\sigma\sigma} \rangle$, x — концентрация допированных дырок. Первое слагаемое в правой части равенства (8) обусловлено кинематическим механизмом спаривания [44], второе — обменным, третье и четвертое — трехцентровыми взаимодействиями внутри одной CuO_2 -плоскости. Последнее слагаемое является следствием включения перескоков между CuO_2 -слоями. Появление сверхпроводящей щели (9) вызвано возможностью спаривания квазичастиц из разных плоскостей за счет межслойного обменного взаимодействия. Симметрию щели

мы обсудим ниже. В общем случае сверхпроводящая щель в каждой из CuO_2 -плоскостей имеет вид $\Delta^{u(d)} = \Delta_0^{u(d)} e^{i\theta^{u(d)}}$. При этом фаза θ представляет из себя сумму средней фазы θ_0 и флуктуаций фазы $\delta\theta$. Для многослойных соединений вид сверхпроводящей щели с учетом средней фазы был определен в работе [45]. В этой работе сверхпроводящая щель вычислялась самосогласованно с помощью системы уравнений для каждой CuO_2 -плоскости многослойного соединения с учетом взаимодействия с соседними слоями. Вид сверхпроводящей щели, полученный в этой работе, выглядит следующим образом:

$$\Delta_{j,k} = 2i\Delta_k \sin\left(\frac{\pi j}{p+1}\right),$$

где j пробегает номера CuO_2 -слоев, а p — общее число слоев. Для нашего случая $p = 2$, а значит, Δ_1 и Δ_2 имеют одно и то же значение. В нашей работе будем опираться на полученный результат и считать средние фазы в соседних слоях одинаковыми и равными нулю. Флуктуации фазы параметра порядка начнутся с температур на 15 К выше T_c и при понижении температуры фазовая жесткость растет [46], достигая максимума после перехода через точку Березинского — Костерлица — Таулеса (БКТ), в которой система становится двумерной. При движении в область высоких температур флуктуации фазы в точке БКТ разрушают двумерную сверхпроводимость. Разница фаз в соседних вдоль оси с плоскостях для однослойных купратов исчезает за счет туннелирования пар между слоями, которое приводит к установлению фазовой когерентности между ними и таким образом формирует 3D-сверхпроводимость. Поэтому выше T_{VKT} сохраняется трехмерная сверхпроводимость вплоть до T_c . Поскольку область трехмерной сверхпроводимости в виде купола как для однослойных, так и для двухслойных купратов качественно не отличается от концентрационной зависимости T_c , полученной в наших расчетах, а наблюдается только количественное отличие, мы используем приближение среднего поля, в котором не учитываются флуктуации параметра порядка. Будем предполагать действительные части сверхпроводящих щелей для верхнего и нижнего слоев одинаковыми, а фазу считать фиксированной и равной нулю.

Система уравнений движения для нормальных и аномальных внутрислоевых и межслоевых функций Грина выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} E - \xi & -t_{\perp} & -\Delta & -\Delta_{\perp} \\ -t_{\perp} & E - \xi & -\Delta_{\perp} & -\Delta \\ -\Delta^* & -\Delta_{\perp}^* & E + \xi & t_{\perp} \\ -\Delta_{\perp}^* & -\Delta^* & t_{\perp} & E + \xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{\mathbf{k}\sigma}^u \\ G_{\mathbf{k}\sigma}^{du} \\ F_{\mathbf{k}\sigma}^u \\ F_{\mathbf{k}\sigma}^{du} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{\sigma} + x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где

$$\xi = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \mu + (p_{\sigma} + x)t_{\mathbf{k}} + p_{\bar{\sigma}}J_0 + p_{\bar{\sigma}}(p_{\sigma} + x)\tilde{t}_{\mathbf{k}}^2/E_{ct} + \Sigma(\mathbf{k}) \quad (11)$$

— закон дисперсии в нормальной фазе, в котором

$$\Sigma(\mathbf{k}) = \frac{1}{p_{\sigma} + x} \frac{1}{N} \times \sum_{\mathbf{q}} \left[Y_1(\mathbf{k}, \mathbf{q})K_{\mathbf{q}} + \frac{3}{2}Y_2(\mathbf{k}, \mathbf{q})C_{\mathbf{q}} + t_{\perp}(\mathbf{q})K_{\mathbf{q}}^{\perp} \right] \quad (12)$$

— массовый оператор, выражающийся через внутрислойные кинематические корреляторы $K_{\mathbf{q}} = \langle X_{\mathbf{q}}^{S\sigma} X_{\mathbf{q}}^{\sigma S} \rangle$, внутрислойные спиновые корреляторы $C_{\mathbf{q}} = \langle X_{\mathbf{q}}^{\bar{\sigma}\sigma} X_{\mathbf{q}}^{\sigma\bar{\sigma}} \rangle$, межслойные кинематические корреляторы $K_{\mathbf{q}}^{\perp} = \langle X_{(u)\mathbf{q}}^{S\sigma} X_{(d)\mathbf{q}}^{\sigma S} \rangle$ с помощью коэффициентов

$$Y_1(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = t_{\mathbf{q}} - p_{\sigma}J_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} - x\frac{\tilde{t}_{\mathbf{q}}^2}{E_{ct}} - (p_{\sigma} + x)\frac{2\tilde{t}_{\mathbf{q}}\tilde{t}_{\mathbf{k}}}{E_{ct}}, \quad (13)$$

$$Y_2(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = t_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} - p_{\sigma}J_{\mathbf{q}} + p_{\sigma}\frac{\tilde{t}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^2}{E_{ct}} - (p_{\sigma} + x)\frac{2\tilde{t}_{\mathbf{k}}\tilde{t}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}}{E_{ct}}, \quad (14)$$

а выражение

$$\tilde{t}_{\perp\mathbf{q}} = (p_{\sigma} + x)t_{\perp}(\cos q_x - \cos q_y)^2 \times \left(1 + \frac{3C_{\perp}}{2(p_{\sigma} + x)^2} \right) \quad (15)$$

определяет бислоеное расщепление квазичастичной зоны одного слоя CuO_2 , здесь $C_{\perp} = \langle X_{(u)}^{\bar{\sigma}\sigma} X_{(d)}^{\sigma\bar{\sigma}} \rangle$ — межслойный спиновый коррелятор. Видно, что в результате квазичастичных межслойных перескоков аномальные межслойные функции Грина $F_{\mathbf{k}\sigma}^{du} = \langle \langle X_{(d)-\mathbf{k}}^{S\bar{\sigma}} | X_{(u)\mathbf{k}}^{S\sigma} \rangle \rangle$ напрямую не зацепляются с основной искомой функцией Грина. Связь с межслойной функцией Грина образуется только

через аномальные межслойные средние $B_{\perp\mathbf{k}} = \langle X_{(u)\mathbf{k}}^{\sigma S} X_{(d)-\mathbf{k}}^{\bar{\sigma} S} \rangle$.

В выражениях (8)–(15) $p_{\sigma} + x = \langle X^{\sigma\sigma} \rangle + \langle X^{SS} \rangle$ является фактором заполнения рассматриваемой зоны. Определить числа заполнения локальных состояний можно с помощью совместного решения уравнений для химического потенциала

$$1 + x = \sum_{\sigma} p_{\sigma} + 2\langle X^{SS} \rangle,$$

где x — степень допирования дырками на один CuO_2 -слой, и условия полноты базиса

$$\sum_{\sigma} X^{\sigma\sigma} + X^{SS} = 1.$$

Общее число состояний для одночастичного сектора гильбертова пространства

$$\sum_{\sigma} p_{\sigma} = 1 - x.$$

Если учесть, что мы рассматриваем парамагнитную фазу, вероятность заполнения одночастичных состояний со спином вверх $p_{\sigma} = \langle X_f^{\sigma\sigma} \rangle$ и спином вниз $p_{\bar{\sigma}} = \langle X_f^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}} \rangle$ одинакова, $p_{\sigma} = p_{\bar{\sigma}} = (1 - x)/2$. В обоих CuO_2 -слоях уровень допирования считается одинаковым, а значит, числа заполнения также равны.

Межслойные кинематические корреляторы само согласованно рассчитываются с остальными внутрислойными кинематическими корреляторами и химическим потенциалом. Спиновый межслойный коррелятор рассчитывался на основе точной диагностики кластера двухслойного купрата, о чем более подробно будет рассказано ниже в следующем разделе.

Решение системы уравнений (10) дает дисперсию квазичастичных зон в сверхпроводящем состоянии:

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{k}}^{1,2} &= \pm \sqrt{(\xi_{\mathbf{k}} + \tilde{t}_{\perp\mathbf{k}})^2 + \Delta_{\mathbf{k}}^{(+)2}}, \\ E_{\mathbf{k}}^{3,4} &= \pm \sqrt{(\xi_{\mathbf{k}} - \tilde{t}_{\perp\mathbf{k}})^2 + \Delta_{\mathbf{k}}^{(-)2}}, \end{aligned} \quad (16)$$

в которой $\Delta_{\mathbf{k}}^{(+)} = \Delta_{\mathbf{k}} + \Delta_{\perp\mathbf{k}}$, $\Delta_{\mathbf{k}}^{(-)} = \Delta_{\mathbf{k}} - \Delta_{\perp\mathbf{k}}$, и функции Грина

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{k}\sigma}^u &= \frac{p_{\sigma} + x}{(E - E_{\mathbf{k}}^1)(E - E_{\mathbf{k}}^2)(E - E_{\mathbf{k}}^3)(E - E_{\mathbf{k}}^4)} \times \\ &\times [((E + \xi_{\mathbf{k}})^2 - \tilde{t}_{\perp\mathbf{k}}^2)(E - \xi_{\mathbf{k}}) - \\ &- (\Delta_{\mathbf{k}}^2 + \Delta_{\perp\mathbf{k}}^2)(E + \xi_{\mathbf{k}}) + (\Delta\Delta_{\perp}^* + \Delta_{\perp}\Delta^*)\tilde{t}_{\perp\mathbf{k}}], \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{k}\sigma}^{du} &= \frac{p_{\sigma} + x}{(E - E_{\mathbf{k}}^1)(E - E_{\mathbf{k}}^2)(E - E_{\mathbf{k}}^3)(E - E_{\mathbf{k}}^4)} \times \\ &\times [((E + \xi_{\mathbf{k}})^2 - \tilde{t}_{\perp\mathbf{k}}^2 - \Delta_{\mathbf{k}}^2 - \Delta_{\perp\mathbf{k}}^2)\tilde{t}_{\perp\mathbf{k}} + \\ &+ (E + \xi_{\mathbf{k}})(\Delta\Delta_{\perp}^* + \Delta_{\perp}\Delta^*)], \end{aligned} \quad (18)$$

$$F_{\mathbf{k}\sigma}^u = \frac{p_\sigma + x}{(E - E_{\mathbf{k}}^1)(E - E_{\mathbf{k}}^2)(E - E_{\mathbf{k}}^3)(E - E_{\mathbf{k}}^4)} \times \\ \times \left[(E^2 - \xi_{\mathbf{k}}^2 - \tilde{t}_{\perp\mathbf{k}}^2 - \Delta_{\mathbf{k}}^2) \Delta_{\mathbf{k}}^* + \right. \\ \left. + (\Delta \Delta_{\perp}^* + 2\xi_{\mathbf{k}} \tilde{t}_{\perp\mathbf{k}}) \Delta_{\perp}^* \right], \quad (19)$$

$$F_{\mathbf{k}\sigma}^{du} = \frac{p_\sigma + x}{(E - E_{\mathbf{k}}^1)(E - E_{\mathbf{k}}^2)(E - E_{\mathbf{k}}^3)(E - E_{\mathbf{k}}^4)} \times \\ \times \left[(E^2 - \xi_{\mathbf{k}}^2 - \tilde{t}_{\perp\mathbf{k}}^2 - \Delta_{\perp}^2) \Delta_{\perp}^* \Delta_{\mathbf{k}}^* + \right. \\ \left. + (\Delta^* \Delta_{\perp} + 2\xi_{\mathbf{k}} \tilde{t}_{\perp\mathbf{k}}) \Delta^* \right]. \quad (20)$$

По спектральной теореме межслойные аномальные средние связываются с межслойной функцией Грина $F_{\mathbf{k}\sigma}^{du}$:

$$B_{\perp\mathbf{k}} = \langle X_{(u)\mathbf{k}}^{\sigma S} X_{(d)-\mathbf{k}}^{\bar{\sigma} S} \rangle = \\ = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\varepsilon_F} f(E) \text{Im} \left(\langle \langle X_{(d)-\mathbf{k}}^{\bar{\sigma} S} | X_{(u)\mathbf{k}}^{\sigma S} \rangle \rangle_{E+i\delta} \right) dE. \quad (21)$$

В результате общее выражение для щели принимает вид

$$\Delta_{\mathbf{k}} = -\frac{1}{N} \frac{1}{p_\sigma + x} \times \\ \times \sum_{\mathbf{q}} \left(t_{\mathbf{q}} - p_\sigma (J_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + J_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}) + 2p_\sigma \frac{\tilde{t}_{\mathbf{q}}^2}{E_{ct}} - \right. \\ \left. - 4(p_\sigma + x) \frac{\tilde{t}_{\mathbf{k}} \tilde{t}_{\mathbf{q}}}{E_{ct}} \right) \left[\frac{\Delta_{\mathbf{q}}^{(+)}}{4E_{\mathbf{q}}^1} \text{th} \frac{E_{\mathbf{q}}^1}{2\tau} + \frac{\Delta_{\mathbf{q}}^{(-)}}{4E_{\mathbf{q}}^3} \text{th} \frac{E_{\mathbf{q}}^3}{2\tau} \right] - \\ - \frac{1}{N} \frac{1}{p_\sigma + x} \sum_{\mathbf{q}} \left[\tilde{t}_{\perp\mathbf{q}} \left(\frac{\Delta_{\mathbf{q}}^{(+)}}{4E_{\mathbf{q}}^1} \text{th} \frac{E_{\mathbf{q}}^1}{2\tau} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\Delta_{\mathbf{q}}^{(-)}}{4E_{\mathbf{q}}^3} \text{th} \frac{E_{\mathbf{q}}^3}{2\tau} \right) \right], \quad (22)$$

$$\Delta_{\perp\mathbf{k}} = \frac{1}{N} \frac{1}{p_\sigma + x} \times \\ \times \sum_{\mathbf{q}} (p_\sigma (J_{\perp\mathbf{k}+\mathbf{q}} + J_{\perp\mathbf{k}-\mathbf{q}}) + (p_\sigma + x) T_{\perp}) \times \\ \times \left[\frac{\Delta_{\mathbf{q}}^{(+)}}{4E_{\mathbf{q}}^1} \text{th} \frac{E_{\mathbf{q}}^1}{2\tau} - \frac{\Delta_{\mathbf{q}}^{(-)}}{4E_{\mathbf{q}}^3} \text{th} \frac{E_{\mathbf{q}}^3}{2\tau} \right]. \quad (23)$$

Здесь введено обозначение $\tau = k_B T$.

Для однослойных купратов в работах [44, 47] показано, что в рамках $t-t'-t''-J^*$ -модели спаривание возможно за счет кинетического, обменного механизмов и механизма трехцентровых перескоков. Известно, что кинетический механизм не удовлетворяет симметрии сверхпроводящей щели $d_{x^2-y^2}$, которая наблюдалась в ARPES-экспериментах [48] и

в сканирующей туннельной спектроскопии [49, 50] (необходимо отметить, что существуют свидетельства отклонения от $(\cos k_x - \cos k_y)$ -функции щели [51]). Из выражения (22) ясно, что спаривание через межслойные перескоки отдельных квазичастиц также невозможно при $d_{x^2-y^2}$ -симметрии щели, поскольку внутри суммы произведение $\tilde{t}_{\perp\mathbf{q}}$ и $\Delta_{\mathbf{q}}$ дает третью степень разности косинусов, из-за чего при суммировании данное слагаемое исчезает. По сравнению с самосогласованным уравнением для сверхпроводящей щели для однослойного купрата, в случае двухслойного купрата к щели $\Delta_{\mathbf{k}}$, обусловленной внутриплоскостными спариваниями, добавляется щель $\Delta_{\perp\mathbf{k}}$, отражающая межслойное спаривание посредством обменного взаимодействия между слоями. При этом естественно предположить, что $\Delta_{\perp\mathbf{k}}$ так же, как основная сверхпроводящая щель $\Delta_{\mathbf{k}}$, имеет $d_{x^2-y^2}$ -симметрию. В случае со спариванием внутри CuO_2 -плоскости обычно ограничиваются обменным взаимодействием между ближайшими соседями. Для межслойного обмена ближайшими соседями являются CuO_2 -слои внутри одной элементарной ячейки с $(R_x, R_y) = (0, 0)$, для них величина обменного взаимодействия $J_{\perp 00} = 0.011$ эВ. В этом случае слагаемые $J_{\perp 00}$ в разложении $J_{\perp\mathbf{k}\pm\mathbf{q}}$ не будут давать вклад в уравнение для T_c , так как уничтожают зависимость по \mathbf{k} и \mathbf{q} , и из-за $d_{x^2-y^2}$ -симметрии щели суммирование по \mathbf{q} дает в итоге нуль. Обмен между следующими ближайшими ячейками $J_{\perp 01}$ в соседних плоскостях, исходя из структуры своего вклада в разложение $J_{\mathbf{k}\pm\mathbf{q}}$, потенциально мог бы участвовать в спаривании с $d_{x^2-y^2}$ -симметрией щели, однако из зависимости $J_{\perp}(\mathbf{k})$ от волнового вектора оказалось, что сама величина $J_{\perp 01}$ равна нулю. Поэтому видно, что в используемом нами приближении ближайших соседей можно отбросить механизм спаривания через обменное межслойное взаимодействие.

В отличие от перескоков отдельных квазичастиц при парном туннелировании аномальная функция Грина

$$F_{\mathbf{k}\sigma}^{du} = \langle \langle X_{(d)-\mathbf{k}}^{\bar{\sigma} S} | X_{(u)\mathbf{k}}^{\sigma S} \rangle \rangle$$

будет непосредственно зацепляться с нормальной функцией Грина

$$G_{\mathbf{k}\sigma} = \langle \langle X_{\mathbf{k}}^{\sigma S} | X_{\mathbf{k}}^{\sigma S} \rangle \rangle,$$

что приведет к дополнительному вкладу в щель Δ_{\perp} . Однако с учетом $d_{x^2-y^2}$ -симметрии щели вклад в самосогласованное уравнение для сверхпроводящей щели от туннелирования пар квазичастиц пропадает по той же самой причине, что и для отдель-

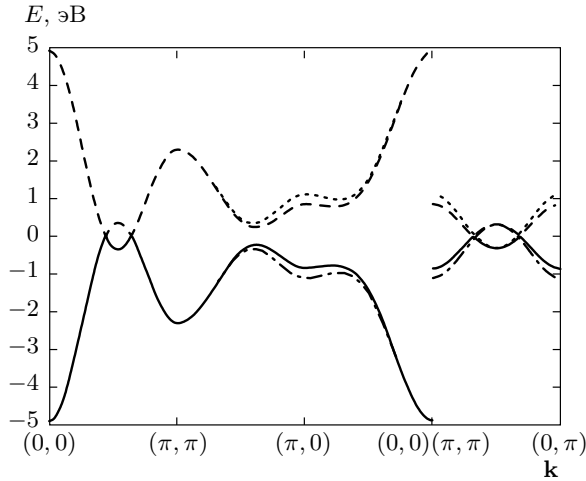


Рис. 2. Дисперсия квазичастичных зон при $x = 0.16$ в сверхпроводящей фазе

ных одночастичных перескоков: произведение четной степени разности косинусов в величине интеграла перескока (второй для одночастичных перескоков и четвертой для перескоков пар) на множитель $(\cos k_x - \cos k_y)$ от симметрии щели приводит к обращению в нуль суммы по \mathbf{q} .

В итоге с учетом $d_{x^2-y^2}$ -симметрии щели

$$\Delta_{\mathbf{k}} = \frac{\Delta_0}{2} (\cos k_x - \cos k_y) = \Delta_0 \varphi_{\mathbf{k}}$$

в приближении обмена J_{01} между ближайшими соседями внутри CuO_2 -слоя мы преобразуем уравнение для T_c к виду

$$1 = \frac{1}{N} p_{\sigma} J_{01} \times \sum_{\mathbf{q}} \frac{\varphi_{\mathbf{q}}^2}{2} \left(\frac{1}{E_{\mathbf{q}}^+} \text{th} \frac{E_{\mathbf{q}}^+}{2\tau} + \frac{1}{E_{\mathbf{q}}^-} \text{th} \frac{E_{\mathbf{q}}^-}{2\tau} \right), \quad (24)$$

где $E_{\mathbf{q}}^+ = \xi_{\mathbf{q}} + \tilde{t}_{\perp \mathbf{q}}$ и $E_{\mathbf{q}}^- = \xi_{\mathbf{q}} - \tilde{t}_{\perp \mathbf{q}}$. Хорошо видно, что единственным эффектом включения в исходную модель межслойных взаимодействий стало появление в выражении для аномальных средних суммы двух слагаемых, соответствующих наличию связывающей и антисвязывающей зон.

Также из уравнения (17) при фиксированной температуре можно получить величину Δ_0 . В нашем случае при $T = 0$ и параметрах гамильтониана (1) она равна 0.0195 эВ. Для данной величины щели зонная структура в соответствии с дисперсией (16) будет представлять из себя четыре зоны (рис. 2).

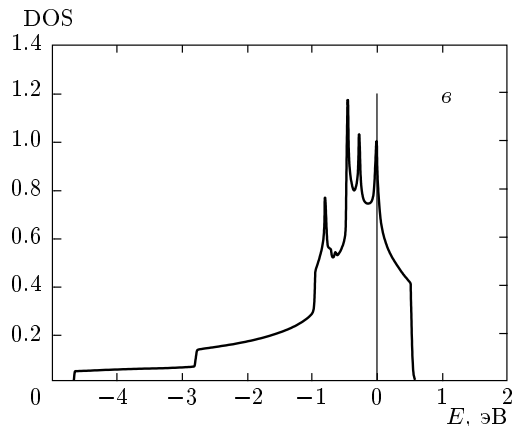
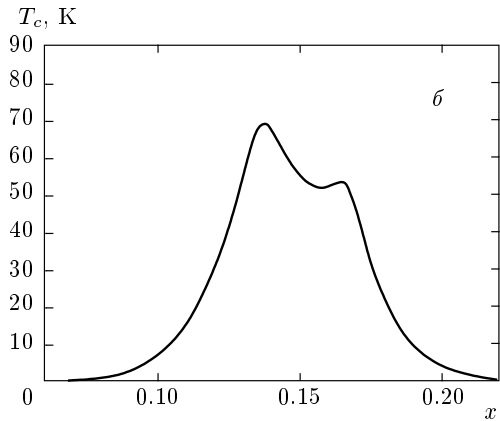
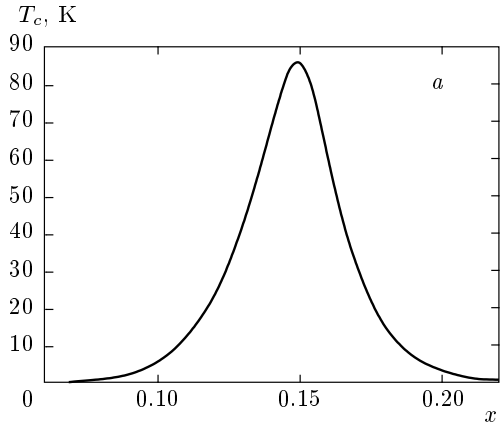


Рис. 3. Зависимость $T_c(x)$ при $t_{\perp} = 0.02$ эВ (а) и $t_{\perp} = 0.1$ эВ (б). На рис. в представлена плотность состояний при $x = 0.137$ и $t_{\perp} = 0.1$ эВ. Расчеты сделаны для межплоскостного спинового коррелятора, равного -0.1

4. ВЛИЯНИЕ ПЕРЕСКОКОВ t_{\perp} И МЕЖСЛОЕВЫХ СПИНОВЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ НА ВЕЛИЧИНУ T_c

4.1. Межслойные перескоки

Концентрационные зависимости T_c для различных значений одночастичного межслойного интеграла

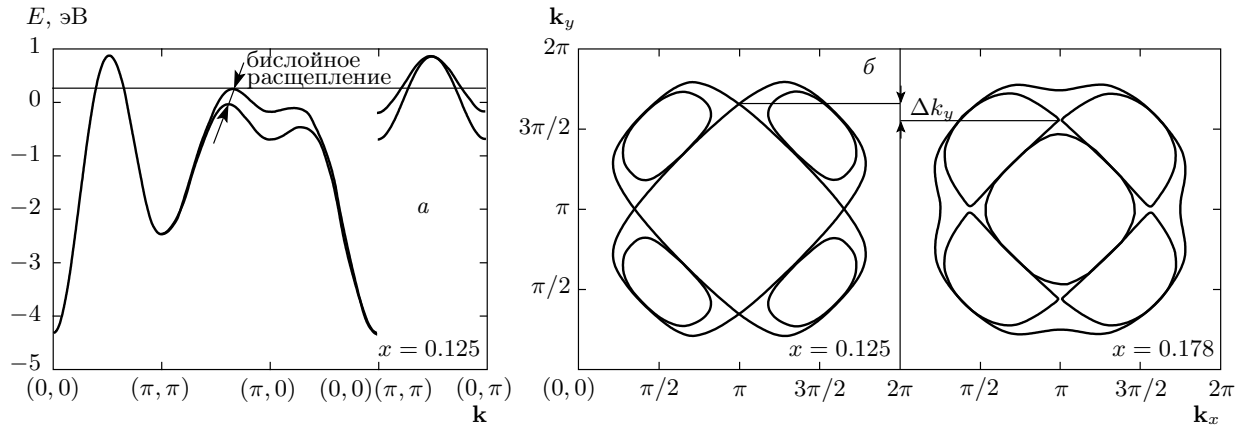


Рис. 4. *а)* Бислойное расщепление (bilayer splitting) в зонной структуре квазичастичных возбуждений нормального состояния ($x = 0.125$), *б)* поверхности Ферми в точках квантовых фазовых переходов ($x = 0.137$ и $x = 0.166$), Δk_y — разность волновых векторов k_y для двух квантовых фазовых переходов, иллюстрирующая смещение зон по волновым векторам при бислойном расщеплении

ла перескока t_{\perp} показаны на рис. 3*а,б*. Для реалистичных значений $t_{\perp} = 0.02$ эВ и $C_{\perp} = -0.1$ зависимость T_c от x (рис. 3*а*) почти не отличается от аналогичной зависимости для однослойных купратов, можно говорить только о незначительном уменьшении T_c для всех концентраций допированных носителей. Главным фактором, препятствующим возрастанию T_c с увеличением числа слоев, служит перераспределение плотности состояний одной зоны в случае однослойных купратов по двум зонам в случае двух слоев, что выражается в появлении коэффициента $1/2$ в выражении (24), в то время как дополнительные механизмы спаривания по сравнению с однослойным соединением не появились. Поэтому в рамках приближения обобщенного среднего поля нельзя говорить об увеличении T_c за счет межслойных одночастичных перескоков. Увеличение величины интеграла перескока t_{\perp} сопровождается увеличением бислойного расщепления между связывающей и антисвязывающей зонами, а значит, и расстояния между двумя пиками в плотности состояний (рис. 3*в*) [32], каждый из которых соответствует своей особенности ван Хова. С изменением допирования пики в плотности состояний смещаются и меняется их интенсивность, однако сама двухпиковая структура остается. Совпадение уровня химического потенциала с каждой из особенностей ван Хова дает свой максимум в T_c . Достаточно большой внутричешечный межплоскостной интеграл перескока $t_{\perp} = 0.1$ эВ (рис. 3*б*) приводит к большому расщеплению зон и, как следствие, большой разнесенности максимумов по уровню допирования, им соответствующему. Так, первый максимум приходится на

$x = 0.137$, а второй — на $x = 0.166$. Подобная двухпиковая структура концентрационной зависимости T_c не наблюдается в экспериментах. Поэтому можно сказать, что в реальных соединениях двухслойных купратов межслойная связь настолько большой величины не реализуется.

Абсолютная величина максимумов в T_c также меняется, что, на первый взгляд, кажется странным. На самом деле есть даже два фактора, влияющих на абсолютную величину T_c . Во-первых, бислойное расщепление сказывается не только на разнесении энергий связывающей и антисвязывающей зон (рис. 4*а*), но и на различии в наборе волновых векторов, формирующих контур Ферми для определенной зоны. Хорошей иллюстрацией данному факту служит различие в областях зоны Бриллюэна, в которых происходит квантовый фазовый переход при смыкании дырочных карманов (рис. 4*б*). Другими словами, расщепление зоны по энергии происходит со смещением по волновым векторам. А значит, слагаемые (в сумме по \mathbf{q}) в уравнении на T_c (24), дающие наибольший вклад в формирование одного максимума, отличаются от слагаемых, формирующих второй максимум, прежде всего, по набору \mathbf{q} . Следует отметить, что наибольший вклад в сумму вносят точки зоны, находящиеся вблизи химического потенциала, что определяется отношением гиперболического тангенса и отклонения от химического потенциала, заложенного в $E^+(E^-)$ (24). И поскольку в сумме присутствует множитель с разницей косинусов, различные наборы волновых векторов вносят разный вклад.

Во-вторых, в зависимости от расположения химического потенциала меняется и количество вкладов в сумму по \mathbf{q} от различных областей \mathbf{k} -пространства. Так, например, в точке квантового фазового перехода при $x = 0.137$ наибольшие вклады в сумму дают волновые векторы вдоль нодального направления, которое пересекается химическим потенциалом, и непосредственно седловая точка (точка касания антисвязывающей зоны с химическим потенциалом), лежащая на направлении $(\pi, \pi) - (\pi, 0)$. В точке второго квантового фазового перехода ($x = 0.166$) химический потенциал опять же пересекает зону в нодальном направлении, касается связывающей зоны, но теперь он дополнительно пересекает еще антисвязывающую зону, поэтому значительных вкладов в сумму по \mathbf{q} будет больше, а значит, и температура должна уменьшиться.

4.2. Межслоевые спиновые корреляции

На фазовой диаграмме купратов области низкодопирования соответствует антиферромагнитная фаза. Нулевой уровень допирования соответствует ситуации с одной дыркой на медно-кислородную плоскость в отдельной элементарной ячейке, обладающей спином $1/2$, и дальнему антиферромагнитному порядку во всем кристалле. По мере добавления дополнительных дырочных носителей дальний магнитный порядок разрушается, уступая место ближнему порядку. При этом спиновые корреляционные функции, характеризующие магнитный порядок, очень сильно влияют на электронную структуру и спектр квазичастичных возбуждений [52–55]. Так, учет процессов рассеяния дырок на спиновых флуктуациях приводит к подавлению спектрального веса части кармана, обусловленной теневой зоной, и формированию дуги, наблюдаемой в ARPES [56]. Недавние ARPES-измерения с улучшенным энергетическим разрешением действительно обнаружили карман с резко различающимися спектральными весами в разных точках зоны Бриллюэна [57].

В двухслойных соединениях появляются магнитные корреляции вдоль оси c . Пренебрегая межъячеечными спиновыми корреляциями из-за большого расстояния между соседними бислоями по оси c (0.8 нм) по сравнению с межслойным внутриячеечным (0.3 нм), мы оставляем только межслойный спиновый коррелятор. Величина такого коррелятора находилась в результате точной диагонализации двухслойного кластера. Рассматривалась ячейка двухслойного купрата, состоящая из двух CuO_2 -пирамид, в которой точно учитывались все

взаимодействия. После этого в полученном базисе двухчастичных состояний выделялось низшее по энергии состояние вида $\frac{1}{\sqrt{2}}(a_{fu\downarrow}^+ a_{fd\uparrow}^+ - a_{fd\downarrow}^+ a_{fu\uparrow}^+)$. Поскольку оно оказалось синглетным, основное состояние для недопированного случая, когда в каждом слое присутствует по одной дырке, соответствует антиферромагнитному состоянию двух слоев. Экспериментально антиферромагнитное упорядочение спинов подтверждено нейтронной дифракцией в работе [58]. Наш расчет для недопированного случая при $T = 0$ показал, что характерный межслоевой спиновый коррелятор $\langle X_{(u)}^{\sigma\bar{\sigma}} X_{(d)}^{\bar{\sigma}\sigma} \rangle$ равен -0.1 . Для сравнения напомним, что спиновая корреляционная функция для ближайших соседей внутри CuO_2 -слоя равна $C_{01} \approx -0.2$ [19, 59, 60]. Спиновые корреляции входят в энергию связи между CuO_2 -слоями через формулу (16) и, на первый взгляд, кажется, что их присутствие будет увеличивать эту энергию. Однако из-за отрицательного знака коррелятора этот вклад будет уменьшать энергию связи, т. е. фактически антиферромагнитные корреляции подавляют бислоеное расщепление. Действительно, если мы предположим антиферромагнитное упорядочение спинов в соседних CuO_2 -слоях ячейки, то это будет значить, что в одном слое занято одночастичное состояние со спином вверх, а в другом — со спином вниз. Это, в свою очередь, накладывает ограничение на вид квазичастиц, а значит, на возможность перескоков между слоями: квазичастица со спином вверх, например, не может перейти в соседнюю плоскость, поскольку в последней занято одночастичное состояние с таким спином и, следовательно, возможны лишь внутрислоевые квазичастичные переходы с противоположным спином.

На рис. 5 видно, насколько сильно антиферромагнитные корреляции могут уменьшать бислоеное расщепление. Рисунок 5а изображает зонную структуру для системы, в которой связь между слоями обусловлена только квазичастичными перескоками. В другом предельном случае $C_{\perp} = -0.22$ (рис. 5б), когда для недопированного состава величина спинового коррелятора уже близка к максимально возможной, т. е. к 0.25, расщепление зон может исчезнуть вообще.

Влияние магнитных корреляций на величину бислоевого расщепления естественно сказывается и на концентрационной зависимости T_c . Увеличение магнитных корреляций до величины $C_{\perp} = -0.22$ приводит к полному исчезновению двухпиковой структуры $T_c(x)$. Таким образом, антиферромагнитный обмен между слоями CuO_2 является еще одним механизмом, наравне с малой величиной межслойных

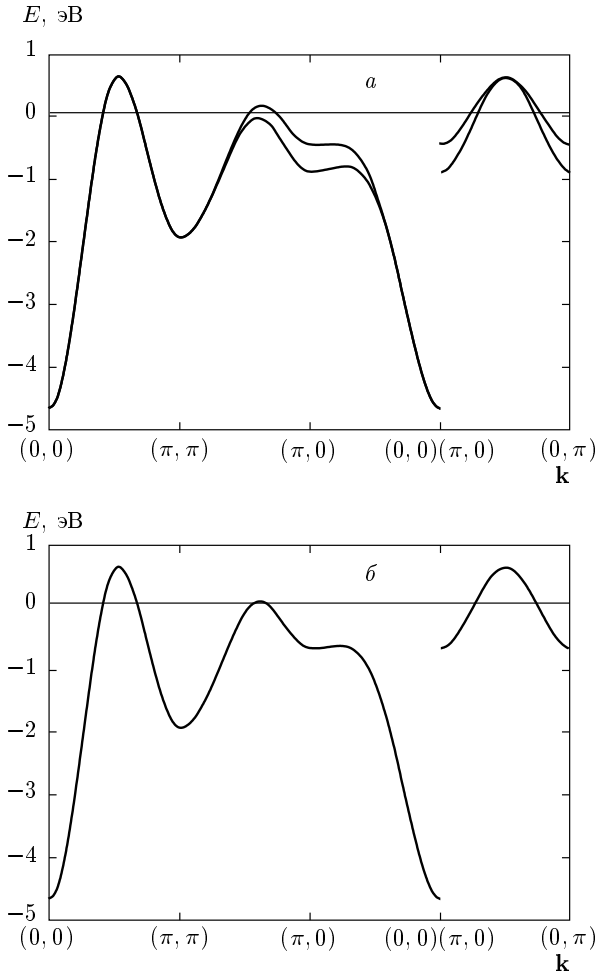


Рис. 5. Зонная структура при $t_{\perp} = 0.1$ эВ и величине межслоевых антиферромагнитных корреляций $C_{\perp} = -0.01$ (а) и $C_{\perp} = -0.22$ (б)

перескоков, сохраняющим форму зависимости $T_c(x)$ с одним максимумом. Следует добавить, что эффект подавления бислойного расщепления спиновыми корреляциями получен нами в статическом приближении среднего поля. Учет динамических процессов, связанных, например, со взаимодействием со спиновыми флуктуациями может приводить к положительному вкладу в межслойную связь. Так, в работе [61] было отмечено, что именно межплоскостное спин-флуктуационное взаимодействие наиболее существенным образом влияет на электронную структуру и является причиной кинков вдоль nodalного направления. Подробно вывод обменного и спин-флуктуационного механизмов сверхпроводимости для CuO_2 -слоя в рамках p - d -модели Хаббарда в приближении непересекающихся диаграмм был сделан в работе [62]. Из результатов работы [62] следует, что спин-флуктуационный механизм спари-

вания возникает при учете динамических процессов, связанных с межзонными переходами с большой энергией. Оказалось, что механизм спаривания за счет рассеяния на спиновых флуктуациях повышает T_c .

5. ВЛИЯНИЕ МЕЖСЛОЙНОГО РАСЩЕПЛЕНИЯ НА ПОКАЗАТЕЛЬ ИЗОТОПИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА ПО ТЕМПЕРАТУРЕ

Помимо концентрационной зависимости критической температуры, еще одной важной характеристикой сверхпроводящего состояния является изотопический эффект по температуре. В полученных выше результатах предполагалось, что переход в сверхпроводящее состояние обусловлен магнитным механизмом куперовского спаривания. Для описания наблюдаемого в купратах изотопического эффекта необходимо учитывать также фоннный механизм. В рамках рассматриваемой теории типа БКШ это приведет к ренормировке константы связи в уравнении для T_c , которая теперь будет представлять сумму обменного и фоннного вкладов:

$$\lambda_{\mathbf{q}}^{tot} = p_{\sigma} J_{01} + \lambda_{ph} \theta (\omega_D - |E_{\mathbf{q}}^{+,-} - \mu|),$$

здесь, как обычно, θ -функция ограничивает фоннный вклад энергией порядка ω_D вблизи поверхности Ферми. Параметр λ_{ph} , пропорциональный матричным элементам электрон-фоннного взаимодействия, мы считаем свободным. Заметим, что в принятой модели структура этого параметра аналогична таковой в однослойных купратах [63], так как окончательное уравнение для щели не содержит межплоскостной компоненты $\Delta_{\perp \mathbf{k}}$. Отличие появляется в самом выражении для показателя изотопического эффекта; согласно определению $\alpha_o = -d \ln(T_c) / d \ln(M_o)$, имеем

$$\begin{aligned} \alpha_o &= \lambda_{ph} \omega_D \sum_{\mathbf{q}} \delta(\omega_D - |E_{\mathbf{q}}^{+,-} - \mu|) \times \\ &\times \varphi_{\mathbf{q}}^2 \left[\frac{1}{E_{\mathbf{q}}^-} \text{th} \left(\frac{E_{\mathbf{q}}^-}{2\tau_c} \right) + \frac{1}{E_{\mathbf{q}}^+} \text{th} \left(\frac{E_{\mathbf{q}}^+}{2\tau_c} \right) \right] \times \\ &\times \left\{ \sum_{\mathbf{q}} (p_{\sigma} J_{01} + \lambda_{ph} \theta (\omega_D - |E_{\mathbf{q}}^{+,-} - \mu|)) \times \right. \\ &\times \left. \frac{\varphi_{\mathbf{q}}^2}{\tau_c} \left[\text{ch}^{-2} \left(\frac{E_{\mathbf{q}}^-}{2\tau_c} \right) + \text{ch}^{-2} \left(\frac{E_{\mathbf{q}}^+}{2\tau_c} \right) \right] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (25)$$

Очевидно, что суммы в квадратных скобках соответствуют двум особенностям ван Хова в плотности состояний. Поскольку показатель изотоп-эффекта

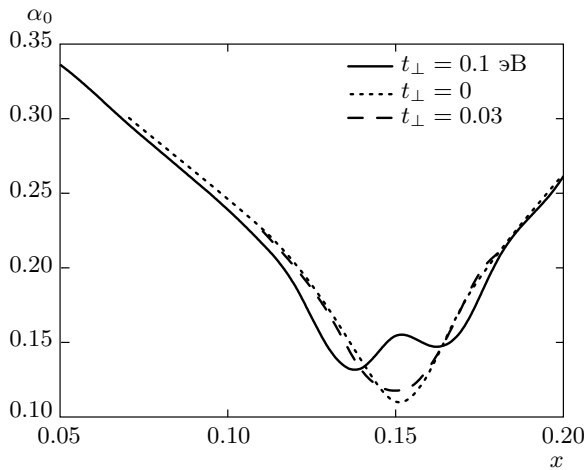


Рис. 6. Зависимость показателя изотопического эффекта от концентрации допированных дырок для двухслойных купратов при разных величинах межслойных перескоков t_{\perp}

обратно пропорционален плотности состояний, каждая такая особенность проявляется минимумом на концентрационной зависимости $\alpha_o(x)$ при достаточной величине межзонного расщепления (рис. 6, сплошная линия). Экспериментально наблюдается один минимум как в однослойных, так и в двухслойных купратах [64]. В модели взаимодействующих CuO_2 -слоев эта ситуация реализуется при величинах $t_{\perp} \leq 0.035$ эВ, что вполне соответствует величине интеграла перескока в реальных системах ($t_{\perp}^{exp} = 0.0285$ эВ [40], необходимо заметить, что здесь величина t_{\perp} указана без выделения перенормировки спиновым коррелятором, т. е. значение t_{\perp}^{exp} совпадает с используемым в наших расчетах при $C_{\perp} = 0$, см. выражение (15) для \tilde{t}_{\perp}). Для таких значений t_{\perp} минимум показателя изотоп-эффекта, в отличие от однослойных систем ($t_{\perp} = 0$), становится более широким и лежит выше (рис. 6). Таким образом, видно, что в рамках приближения среднего поля межслойное расщепление несущественно влияет на абсолютные значения T_c и α_o , хотя, возможно, является одной из причин уширения [65] купола $T_c(x)$ и зависимости $\alpha_o(x)$.

В отличие от результатов работы [64], авторы работы [66] обнаружили сильную зависимость показателя изотопического эффекта от числа CuO_2 -слоев в одном гомологическом ряду висмутовых купратов. В точке оптимального допирования величина α_o убывает от 0.25 при $n = 1$, до 0.02 при $n = 3$. Заметим, что согласно уравнению (25) такое поведение α_o может быть не только тривиальным следствием

уменьшения фононного вклада в куперовское спаривание, но также и увеличением магнитного вклада при переходе от однослойных систем к двухслойным.

6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Область сверхпроводимости на фазовой диаграмме для широкого ряда купратов имеет вид обратной параболы с максимумом при оптимальном уровне допирования. Различие между представителями одного семейства заключается в абсолютной величине T_c для конкретного уровня допирования, в то время как качественно форма зависимости $T_c(x)$ остается неизменной. Основываясь на расчетах в приближении среднего поля, мы можем сделать вывод, что межслойные перескоки не увеличивают максимальную величину T_c по сравнению с однослойными соединениями и при достаточно большой величине могут преобразовать форму зависимости $T_c(x)$ в двухпиковую. Подобная двухпиковая структура была получена ранее в работе [34], в которой в рамках t - J -модели исследовалась концентрационная зависимость критической температуры би-слойных ВТСП для случая, когда t_{\perp} не равна нулю только для межслойных перескоков внутри элементарной ячейки, т. е. интеграл перескока не зависит от двумерного волнового вектора. Двухпиковая структура концентрационной зависимости T_c исчезает при величине перескоков $t_{\perp}/t_{01} \approx 0.03$, на место этой зависимости приходит привычный одиночный «параболический» пик.

Отсутствие эффекта увеличения максимальной T_c с включением межслойных перескоков говорит о том, что значительную роль в формировании высокотемпературной сверхпроводимости перескоки квазичастиц между слоями CuO_2 играть не могут. Данный факт согласуется с результатами экспериментов по одноосному давлению [67–70], в которых обнаружено, что уменьшение расстояния между CuO_2 -слоями при одноосном сжатии вдоль оси c влияет на T_c исключительно через увеличение количества носителей в CuO_2 -слоях. Другими словами, увеличение связи между последними слабо отражается на $T_{c\max}$, т. е. dT_c/dP_c на порядок меньше, чем изменения $T_{c\max}$ при давлении в плоскости $dT_c/dP_a \approx -1.9$ К·ГПа⁻¹ и $dT_c/dP_b \approx +2.2$ К·ГПа⁻¹, что еще раз подтверждает предположение о решающей роли CuO_2 -слоя в формировании сверхпроводимости. При сжатии вдоль осей a и b уменьшаются параметры решетки, что приводит к увеличению связи между орбиталями меди

и кислорода, т. е. к увеличению величин перескоков и обменных взаимодействий. Обменные взаимодействия между ближайшими соседями в плоскости, как следует из уравнения (23), непосредственно влияют на T_c . Стоит отметить, что величины производных по давлению отражают изменение так называемых «внутренних» свойств соединения, т. е. изменений атомной и электронной структуры без влияния давления на уровень допирования CuO_2 -плоскости. В книге [71] Шиллинг использует терминологию «здоровых» и «патологических» купратов. К последним он относит системы LaSrCuO и YBaCuO , в которых допирование меняет не только концентрацию дырок, но и структуру. В «здоровых» купратах на основе Tl и Hg структура стабильна и допирование однозначно связано с концентрацией дырок. Эксперименты по давлению проводятся на семействах купратов, обладающих здоровой кристаллической структурой, т. е. на тех соединениях, которые образованы наиболее плоской и имеющей как можно меньшее искривление CuO_2 -плоскостью. Такой выбор обусловлен отсутствием в этих соединениях эффектов, связанных со структурными фазовыми переходами под давлением. Кроме того, в этих же здоровых соединениях достигаются самые большие значения T_c среди купратов. Эти факты ясно говорят о том, что такой вид дефектов, как искривленная CuO_2 -плоскость, не благоприятен для сверхпроводимости, что, с точки зрения микроскопической теории, может быть объяснено уменьшением перекрытия и, следовательно, констант взаимодействия для орбиталей в плоскости при ее деформации. Однако это не значит, что другие виды неоднородностей так же бесполезны. Вполне вероятно, что именно неоднородности и беспорядок являются причиной повышения T_c в процессе добавления CuO_2 -слоев в элементарную ячейку, при котором происходит перестройка атомной и электронной структур резервуара зарядов, а также появление новых атомов. Так, в двухслойных соединениях по сравнению с однослойными добавляется дополнительный атом (например, Ca или Y) между медно-кислородными слоями. Беспорядок, который возникает при замещении двухвалентного атома Ca^{2+} трехвалентным Y^{3+} , стабилизирует общую структуру ячейки за счет дополнительного положительного заряда. Кроме того, такое замещение намного слабее влияет на электронную структуру CuO_2 -слоя по сравнению с другим видом беспорядка, который связан с замещением атомов вблизи от апического кислорода [72]. В однослойных купратах локальные замены атомов, расположенных рядом с апическим

кислородом, смещают последний и могут деформировать CuO_6 -октаэдр, поскольку апический кислород на другом конце октаэдра закреплен на своем месте. Естественно, такая деформация изменит волновую функцию и энергию всего октаэдра, а значит, отразится и на сверхпроводимости. В работе [72] на примере семейства висмутовых купратов было показано, что частичная замена атомов Bi^{3+} различными атомами лантаноидов ($\text{Ln} = \text{La}, \text{Pr}, \text{Sm}, \text{Eu}, \text{Gd}$) той же валентности существенно влияет на T_c , причем критическая температура тем больше, чем больше ионный радиус заменяющего атома. Причины для роста T_c в таких условиях пока неясны, однако очевидно, что наличие примесей и неоднородностей в атомном окружении CuO_2 -слоев воздействует на сверхпроводящее состояние либо непосредственно, либо косвенно через апический кислород. В многослойных купратах влияние таких неоднородностей сказывается, видимо, более мягко. В двухслойных соединениях вместо одного CuO_6 -октаэдра присутствуют две CuO_5 -пирамиды, разделенные относительно большим интервалом (0.3 нм). Пространство между слоями служит своеобразным буфером и сглаживает возможные искажения в одной из пирамид, что относится, вероятно, и к упомянутым выше искривлениям CuO_2 -плоскости. Это обеспечивает более стабильное сверхпроводящее состояние и более высокие T_c .

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Существование экспериментальной зависимости температуры перехода в сверхпроводящее состояние ВТСП-купратов от количества CuO_2 -слоев в одной элементарной ячейке однозначно говорит о наличии взаимосвязи между механизмом сверхпроводимости и эффектами, связанными с добавлением CuO_2 -слоев. Одним из таких эффектов является появление возможности внутричечных перескоков между медно-кислородными слоями и других межслойных взаимодействий. В данной работе в обобщенном приближении среднего поля показано, что учет межслойных перескоков в виде возмущения приводит к уменьшению максимальной T_c в двухслойных купратах. Поэтому можно сказать, что основной эффект включения межслойных перескоков — расщепление зон и, как следствие, перераспределение плотности состояний — не является причиной увеличения T_c в многослойных структурах. Другое следствие наличия связи между CuO_2 -слоями — двухпиковая структура

концентрационной зависимости T_c — не реализуется для двухслойных купратов вследствие малости величины межслойных перескоков $t_{\perp} \approx 0.027$ эВ. Причиной малости t_{\perp} может быть как слабое перекрытие орбиталей соседних CuO_2 -плоскостей, так и внутриячейные межслойные магнитные корреляции антиферромагнитного типа. Таким образом, более вероятной причиной увеличения T_c с ростом числа CuO_2 -слоев представляется влияние различного рода неоднородностей. По сравнению с однослойными купратами в двухслойных меняется кривизна CuO_2 -плоскостей, состав и структура их атомного окружения, способ допирования, распределение допированных носителей, расположение дефектов и примесей и многое другое. Логично предположить, что в случае двухслойных соединений увеличение T_c может быть следствием одного или нескольких из перечисленных факторов.

Работа выполнена в рамках программы «Квантовая физика конденсированных сред» Президиума РАН (№ 18.7), интеграционного проекта СО РАН–УРО РАН (грант № 40), РФФИ (грант № 09-02-00127), гранта Президента РФ (МК-1683.2010.2) и проекта ФЦП (ГК П891); один из авторов (Е. И. Ш.) благодарит за поддержку фонд некоммерческих программ «Династия».

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Lagues et al., *Science* **262**, 1850 (1993).
2. I. Bozovic, J. N. Eckstein, and G. F. Virshup, *Physica C* **235–240**, 178 (1994).
3. G. Logvenov, A. Gozar, and I. Bozovic, *Science* **326**, 699 (2009).
4. В. В. Капаев, Ю. В. Копаев, *Письма в ЖЭТФ* **68**, 211 (1998).
5. Z. P. Han et al., *Physica C* **226**, 106 (1994).
6. S. Chakravarty, A. Sudbo, P. W. Anderson, and S. Strong, *Science* **261**, 337 (1993).
7. T. Schneider and J. M. Singer, *Eur. Phys. J. B* **7**, 517 (1999).
8. И. А. Макаров, С. Г. Овчинников, *Письма в ЖЭТФ* **93**, 372 (2011).
9. D. L. Feng, N. P. Armitage, D. H. Lu et al., *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5550 (2001).
10. A. A. Kordyuk, S. V. Borisenko, M. S. Golden et al., *Phys. Rev. B* **66**, 014502 (2002).
11. С. Г. Овчинников, И. А. Макаров, Е. И. Шнейдер, *ЖЭТФ* **139**, 334 (2011).
12. S. G. Ovchinnikov and I. S. Sandalov, *Physica C* **161**, 607 (1989).
13. A. F. Barabanov, R. O. Kuzian, and L. A. Maksimov, *J. Phys.: Condens. Matter* **39**, 129 (1991).
14. Л. П. Булаевский, Э. Л. Нагаев, Д. Л. Хомский, *ЖЭТФ* **54**, 1562 (1968).
15. K. A. Chao, J. Spalek, and A. M. Oles, *J. Phys. C* **10**, L271 (1977).
16. N. M. Plakida, V. Yu. Yushankhay, and I. V. Stasyuk, *Physica C* **162–164**, 787 (1989).
17. V. Yu. Yushankhay, N. M. Plakida, and P. Kalinay, *Physica C* **174**, 401 (1991).
18. В. В. Вальков, Д. М. Дзедзисавили, *ЖЭТФ* **127**, 686 (2005).
19. M. M. Korshunov and S. G. Ovchinnikov, *Eur. Phys. J. B* **57**, 271 (2007).
20. Y.-D. Chuang, A. D. Gromko, and A. Fedorov, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 117002 (2001).
21. M. C. Asensio, J. Avila, L. Roca et al., *Phys. Rev. B* **67**, 014519 (2003).
22. S. V. Dordevic, E. J. Singley, J. H. Kim et al., *Phys. Rev. B* **69**, 094511 (2004).
23. S. Sahrakorpi, M. Lindroos, R. S. Markiewicz, and A. Bansil, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 157601 (2005).
24. A. Kaminski, S. Rosenkranz, H. M. Fretwell et al., *Phys. Rev. B* **73**, 174511 (2006).
25. T. Kondo, R. Khasanov, Y. Sassa, A. Bendounan et al., *Phys. Rev. B* **80**, 100505 (2009).
26. T. R. Chien et al., *Physica C* **229**, 273 (1994).
27. J. Hofer et al., *Physica C* **297**, 103 (1998).
28. M. A. Hubbard et al., *Physica C* **259**, 309 (1996).
29. T. Schneider et al., *Eur. Phys. J. B* **3**, 413 (1998).
30. T. Shibauchi et al., *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2263 (1994).
31. V. Vulcanescu et al., *Physica C* **259**, 131 (1996).
32. A. F. Barabanov, L. A. Maksimov, and L. E. Zhukov, *Physica C* **212**, 375 (1993).
33. R. T. Scalettar, J. W. Cannon, D. J. Scalapino et al., *Phys. Rev. B* **50**, 13419 (1994).

34. В. В. Вальков, А. С. Кравцов, Вестник КГУ 1, 51 (2004).
35. M. Mori, T. Tohyama, and S. Maekawa, Phys. Rev. B **66**, 064502 (2002).
36. M. Mori, T. Tohyama, and S. Maekawa, J. Phys. Soc. Jpn. **75**, 034708 (2006).
37. S. Okamoto and T. A. Maier, Phys. Rev. Lett. **101**, 156401 (2008).
38. E. Berg, D. Orgad, and S. A. Kivelson, Phys. Rev. B **78**, 094509 (2008).
39. O. K. Andersen, A. I. Liechtenstein, O. Jepsen et al., J. Phys. Chem. Sol. **56**, 1573 (1995).
40. Y.-D. Chuang, A. D. Gromko, A. V. Fedorov et al., Phys. Rev. B **69**, 094515 (2004).
41. V. I. Belinicher, A. L. Chernyshev, and V. A. Shubin, Phys. Rev. B **53**, 335 (1996).
42. R. Hayn, A. F. Barabanov, and J. Schulenburg, Z. Phys. B **102**, 359 (1997).
43. N. M. Plakida and V. S. Oudovenko, Phys. Rev. B **59**, 11949 (1999).
44. Р. О. Зайцев, В. А. Иванов, ФТТ **29**, 1475 (1987).
45. K. Byczuk and J. Spalek, Phys. Rev. B **53**, R518 (1996).
46. L. S. Bilbro, R. V. Aguilar, G. Logvenov et al., Nature Phys. **7**, 298 (2007).
47. V. Yu. Yushankhay, G. M. Vujicic, and R. B. Zakula, Phys. Lett. A **151**, 254 (1990).
48. M. Okawa, K. Ishizaka, H. Uchiyama et al., Phys. Rev. B **79**, 144528 (2009).
49. C. Howald, P. Fournier, and A. Kapitulnik, Phys. Rev. B **64**, 100504(R) (2001).
50. B. W. Hoogenboom, C. Berthod, M. Peter et al., Phys. Rev. B **67**, 224502 (2003).
51. S. V. Borisenko, A. A. Kordyuk, T. K. Kim et al., Phys. Rev. B **66**, 140509(R) (2002).
52. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, Письма в ЖЭТФ **82**, 217 (2005).
53. E. Z. Kuchinskii and M. V. Sadovskii, ЖЭТФ **130**, 447 (2006).
54. N. Harrison, R. D. McDonald, and J. Singleton, Phys. Rev. Lett. **99**, 206406 (2007).
55. E. Z. Kuchinskii and M. V. Sadovskii, Письма в ЖЭТФ **88**, 224 (2008); X. J. Chen and H. Q. Lin, Phys. Rev. B **69**, 104518 (2004).
56. M. A. Hossain, J. D. F. Mottershead, D. Fournier et al., Nature Phys. **4**, 527 (2008).
57. J. Meng, G. Liu, W. Zhang et al., Nature **462**, 08521 (2009).
58. J. M. Tranquada, D. E. Cox, W. Kunmann et al., Phys. Rev. Lett. **60**, 156 (1988).
59. A. Barabanov and O. Starykh, J. Phys. Soc. Jpn. **61**, 704 (1992).
60. А. Ф. Барабанов, В. М. Березовский, ЖЭТФ **106**, 1156 (1994).
61. T. Dahm, V. Hinkov, S. V. Borisenko et al., Nature Phys. **5**, 207 (2009).
62. Н. М. Плакида, Л. Антон, С. Адам и др., Письма в ЖЭТФ **124**, 367 (2003).
63. Е. И. Шнейдер, С. Г. Овчинников, ЖЭТФ **136**, 1177 (2009).
64. D. J. Pringle, G. V. M. Williams, and J. L. Tallon, Phys. Rev. B **62**, 12527 (2000).
65. Q. Xiong, Y. Y. Xue, Y. Cao et al., Phys. Rev. B **50**, 10346(R) (1994).
66. X.-J. Chen, B. Liang, C. Ulrich et al., Phys. Rev. B **76**, 140502(R) (2007).
67. C. Meingast et al., J. Low Temp. Phys. **105**, 1391 (1996).
68. U. Welp, M. Grimsditch, S. Fleshler et al., Phys. Rev. Lett. **69**, 2130 (1992).
69. C. Meingast, O. Kraut, T. Wolf et al., Phys. Rev. Lett. **67**, 1634 (1991).
70. M. Kund and K. Andres, Physica C **205**, 32 (1993).
71. J. S. Schilling, in *Treatise on High- T_c Superconductivity*, ed. by J. R. Schrieffer, Springer, Berlin (2006).
72. H. Eisaki, N. Kaneko, D. L. Feng et al., Phys. Rev. B **69**, 064512 (2004).