

ПОГЛОЩЕНИЕ ГАММА-КВАНТОВ В ВАКУУМНОЙ МАГНИТОСФЕРЕ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ. II. ФОРМИРОВАНИЕ «МОЛНИЙ»

*Я. Н. Истомин**, *Д. Н. Собынин***

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 1 декабря 2010 г.

Поглощение фотона высокой энергии внешнего космического гамма-фона во внутренней магнитосфере нейтронной звезды приводит к запуску процессов генерации вторичной электрон-позитронной плазмы и формированию «молнии» — удлиняющейся и одновременно расширяющейся плазменной трубки. Ее распространение вдоль магнитных силовых линий происходит со скоростью, близкой к скорости света. Высокая интенсивность генерации электрон-позитронной плазмы приводит к динамической экранировке продольного электрического поля, которая обеспечивается не разделением зарядов, а нарастанием электрического тока в «молнии». Радиус «молнии» сравним с радиусом полярной шапки радиопульсара. Число электрон-позитронных пар, рожденных в «молнии» за время ее существования, достигает 10^{28} . Плотность образующейся плазмы сравнима или даже превышает плотность в полярных областях обычных пульсаров. Это позволяет предположить возможность наблюдения радиоизлучения от отдельных «молний». Время формирования радиоизлучения ограничено временем жизни «молнии», поэтому возможные одиночные короткие радиовспышки могут быть связаны с вращающимися радиотранзиентами (RRAT).

1. ВВЕДЕНИЕ

Представленная работа является продолжением нашей предыдущей работы [1], в которой вычислен источник электрон-позитронных пар для случая сильного электрического поля в вакуумной магнитосфере нейтронной звезды. Интерес к данной теме связан с появлением новых наблюдательных данных по нестационарным источникам радиоизлучения, таким как выключающиеся пульсары [2] и вращающиеся радиотранзиенты (RRAT) [3, 4]. Данные источники, как и обычные радиопульсары, ассоциируются с нейтронными звездами. При этом соответствующее поверхностное магнитное поле велико и, например, для RRAT J1819–1458 достигает $5 \cdot 10^{13}$ Гс [3, 5], т. е. превышает швингеровское поле. Еще более сильное поле имеется у магнитаров, для которых также характерна нестационарность радиоизлучения, наблюдаемая на низких [6–9] и на высоких [10–12] радиочастотах. Отметим, что наличие

столь сильного магнитного поля и электрон-позитронной плазмы меняет кинематику квантовых процессов [13, 14]. Например, существенным становится расщепление фотонов [15, 16], которое, однако, не подавляет генерацию электрон-позитронной плазмы в сверхсильном магнитном поле, а следовательно, и соответствующее радиоизлучение [17, 18], хотя само радиоизлучение может наблюдаться не постоянно. В частности, имеются данные о «выключении» магнитара без сопутствующей переменности в рентгеновском диапазоне [12]. Поскольку, по современным представлениям, за наблюдаемое радиоизлучение нейтронных звезд ответственны потоки плазмы, истекающей из магнитосферы (см., например, обзор [19]), активность всех упомянутых радиоисточников свидетельствует о возможном прекращении генерации плазмы в их магнитосфере [20]. Это подкрепляется и измеренным различием в темпе замедления вращения выключающихся пульсаров PSR B1931+24 и PSR J1832+0029 в периоды «работы» и «молчания» [21]. Если же плазма отсутствует, а свободного выхода заряда с поверхности

*E-mail: istomin@lpi.ru

**E-mail: sobyanin@lpi.ru

звезды не происходит, что подтверждается замедлением вращения в период «молчания» пульсара [20], то заполнение магнитосферы может происходить в результате поглощения фотонов внешнего космического гамма-фона [22–24]. Необходимость учета влияния этих фотонов на процессы рождения частиц была показана в работе [25]. В ней отмечено, что в модели Рудермана–Сазерленда [26] для запуска каждой новой «искры» в полярном зазоре магнитосферы пульсара необходим приток новых зарядов, который может обеспечиваться поглощением фотонов диффузного гамма-фона.

Пусть мы имеем первичный галактический фотон, энергия и направление распространения которого таковы, что поперечная компонента импульса превышает $2m_e c$, где m_e — масса электрона, c — скорость света. Тогда этот фотон может родить в магнитном поле электрон-позитронную пару [27]. Частицы пары в результате перехода на нулевой уровень Ландау излучают синхротронные фотоны и, ускоряясь в сильном электрическом поле, имеющемся в магнитосфере, начинают излучать изгибные фотоны. Поглощение этих фотонов в магнитном поле приводит к рождению очередного поколения частиц. Развивающийся каскад приведет к формированию «молнии» — плазменной трубки, распространяющейся практически вдоль силовых линий магнитного поля. Данная работа посвящена детальному исследованию процессов формирования данной трубки в магнитосфере нейтронной звезды и генерации электрон-позитронной плазмы в ней.

Дальнейшее изложение построено следующим образом. В разд. 2 приводятся основные уравнения, описывающие движение частиц и эволюцию электромагнитного поля, и выполняется переход в уравнениях Максвелла к комплексным переменным. В разд. 3 исследуется динамическая экранировка электрического поля в «молнии». В разд. 4 вычисляются самосогласованный лоренц-фактор частиц и продольное электрическое поле в центре «молнии». В разд. 5 и 6 вычисляются распределения электронов и позитронов и полное число рожденных электрон-позитронных пар, соответственно, до начала экранировки и при экранировке электрического поля. В разд. 7 вычисление конкретизируется для случая степенной зависимости электрического поля от радиальной координаты. В разд. 8 оценивается радиус формирующейся «молнии» и определяется параметр множественности. В Заключение приводятся основные результаты и выводы работы.

2. ДВИЖЕНИЕ РОЖДАЮЩИХСЯ ЧАСТИЦ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Движение электронов и позитронов в магнитосфере нейтронной звезды является ультрарелятивистским. Из-за наличия сильного ускоряющего электрического поля электроны и позитроны движутся в противоположные стороны. Можно записать соотношение

$$\mathbf{v}_{\pm} = \pm \mathbf{b} + \mathbf{e} \times \mathbf{b}, \quad (1)$$

где \mathbf{v}_{+} — скорость позитронов, \mathbf{v}_{-} — скорость электронов, $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$ — единичный вектор, направленный вдоль силовой линии магнитного поля, $\mathbf{e} = \mathbf{E}/B$ — вектор электрического поля, нормированный на величину магнитного поля. Формула (1) описывает ультрарелятивистское движение заряженных частиц вдоль магнитных силовых линий и дрейфовое движение поперек них. Описанное рассмотрение корректно даже в неэкранированном вакуумном электромагнитном поле Дойча [28], а наличием центростремительного дрейфа можно пренебречь [22].

Уравнения непрерывности для плотности электронов и позитронов имеют вид

$$\frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} + \nabla \cdot n_{\pm} \mathbf{v}_{\pm} = Q(n_{+} + n_{-}), \quad (2)$$

где n_{+} и n_{-} — плотности числа соответственно позитронов и электронов, Q — полное число электрон-позитронных пар, рождаемых за единицу времени, приходящееся на одну частицу. Эти уравнения являются основными для описания генерации электрон-позитронной плазмы.

Здесь, как и в предыдущей работе [1], будем пользоваться безразмерной системой единиц. Будем измерять напряженности электрического и магнитного полей в единицах критического поля

$$B_{cr} = \frac{m_e^2 c^3}{e \hbar} \approx 4.414 \cdot 10^{13} \text{ Гс},$$

где e — заряд позитрона. Длина будет измеряться в единицах комптоновской длины волны электрона $\lambda = \hbar/m_e c \approx 3.862 \cdot 10^{-11}$ см, время — в единицах ее отношения к скорости света $\lambda/c \approx 1.288 \cdot 10^{-21}$ с. Отметим полезные соотношения $1 \text{ см} \approx 2.590 \cdot 10^{10}$ и $1 \text{ с} \approx 7.763 \cdot 10^{20}$.

Уравнения Максвелла в безразмерных единицах в цилиндрических координатах r, φ, z имеют вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rE_r)}{\partial r} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi\alpha\rho_e, \quad (3)$$

$$\frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = \frac{\partial B_r}{\partial t}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\frac{\partial B_\varphi}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rE_\varphi)}{\partial r} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rB_r)}{\partial r} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0, \quad (7)$$

$$-\frac{\partial B_\varphi}{\partial z} = 4\pi\alpha j_r + \frac{\partial E_r}{\partial t}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} = 4\pi\alpha j_\varphi + \frac{\partial E_\varphi}{\partial t}, \quad (9)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rB_\varphi)}{\partial r} = 4\pi\alpha j_z + \frac{\partial E_z}{\partial t}. \quad (10)$$

Здесь z — продольная координата, отсчитываемая вдоль направления магнитного поля, r — радиальная координата, φ — азимутальный угол, t — время, \mathbf{E} и \mathbf{B} — напряженности электрического и магнитного полей, $\rho_e = n_+ - n_-$ и $\mathbf{j} = n_+ \mathbf{v}_+ - n_- \mathbf{v}_-$ — плотности заряда и тока, $\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137$ — постоянная тонкой структуры. В силу предполагаемой локальной цилиндрической симметрии плазменной трубки мы положили $\partial/\partial\varphi \equiv 0$. Формирующаяся плазменная трубка из-за имеющейся кривизны магнитных силовых линий будет изогнута, поэтому применимость данных уравнений дается условием $R \ll \rho$, где R — радиус плазменной трубки, ρ — радиус кривизны магнитной силовой линии. В конце работы показано, что радиус трубки ограничивается 100 м (см. формулу (68)), в то время как радиус кривизны магнитных силовых линий превышает радиус нейтронной звезды $R_S \approx 10$ км. Следовательно, указанное условие всегда выполнено.

Вычислим скорости движения электронов и позитронов. Для этого обратимся к формуле (1). Скорость частицы складывается из продольной компоненты, дающей движение по магнитной силовой линии, и поперечной компоненты, определяемой электрическим дрейфом в скрещенных полях. По порядку величины первая компонента равна 1, а вторая — E/B . Первоначально, пока количество рожденных частиц мало, полное электромагнитное поле задается внешним электрическим полем \mathbf{E}^{ext} и внешним магнитным полем \mathbf{B}^{ext} . Когда же начинает формироваться плазменная трубка, возникает также собственное электромагнитное поле. Зададим соответственно собственное электрическое поле \mathbf{E}^{int} и соб-

ственное магнитное поле \mathbf{B}^{int} . Все скалярные компоненты данных полей равны между собой по порядку величины. Формирующееся собственное электрическое поле будет экранировать внешнее продольное электрическое поле, но, очевидно, не сможет его превысить по абсолютной величине. Мы можем записать $B^{int} \sim E^{int} \lesssim E^{ext}$ или, переходя к компонентам суммарного поля, которое определяет скорости частиц, $B_r \sim B_\varphi \sim E_r \sim E_\varphi \sim E_z \sim E_z^{ext}$, $B_z \sim B_z^{ext}$. Кроме того, необходимо учесть, что продольная компонента B_z суммарного магнитного поля превалирует над ортогональными компонентами B_r и B_φ . В силу этого, полное магнитное поле B совпадает с компонентой B_z с точностью до членов, квадратичных по отношению $B_r/B_z \sim B_\varphi/B_z$. Используя данные оценки, раскладывая выражения в формуле (1) по отношению E_z^{ext}/B_z^{ext} до первого порядка включительно и отбрасывая члены следующих порядков, запишем компоненты скорости электронов и позитронов:

$$v_r^\pm = \pm b_r + e_\varphi, \quad v_\varphi^\pm = \pm b_\varphi - e_r, \quad v_z^\pm = \pm 1. \quad (11)$$

В уравнение (2) входят скорости движения частиц, их концентрации, а также источник частиц Q , который зависит от продольных компонент электрического и магнитного полей. В уравнения Максвелла, кроме продольных компонент, входят ортогональные компоненты полей, которые сами по себе нам не требуются. Для того чтобы исключить их из рассмотрения, введем четыре новые искомые функции

$$V_r^\pm = \pm B_r + E_\varphi, \quad V_\varphi^\pm = \pm B_\varphi - E_r,$$

пропорциональные ортогональным компонентам скорости частиц: $V_r^\pm = Bv_r^\pm$, $V_\varphi^\pm = Bv_\varphi^\pm$. Также удобно перейти от переменных z, t к новым переменным

$$t_\pm = t \pm z.$$

Теперь можно переписать уравнения Максвелла (3)–(10), задавая в качестве неизвестных величин функции V_r^\pm , V_φ^\pm , E_z , B_z , зависящие от переменных t_+, t_-, r :

$$2 \frac{\partial V_r^\pm}{\partial t_\mp} = -4\pi\alpha j_\varphi - \frac{\partial B_z}{\partial r}, \quad (12)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rV_r^\pm)}{\partial r} = -2 \frac{\partial B_z}{\partial t_\pm}, \quad (13)$$

$$2 \frac{\partial V_\varphi^\pm}{\partial t_\mp} = 4\pi\alpha j_r \pm \frac{\partial E_z}{\partial r}, \quad (14)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rV_\varphi^\pm)}{\partial r} = \pm 4\pi\alpha(j_z \mp \rho_e) \pm 2 \frac{\partial E_z}{\partial t_\pm}. \quad (15)$$

Введем комплексный вектор электромагнитного поля $\mathbf{F} = \mathbf{E} + i\mathbf{B}$, комплексную поперечную скорость $v_\perp^\pm = v_r^\pm + iv_\varphi^\pm$ и комплексную поперечную плотность электрического тока $j_\perp = j_r + ij_\varphi$. Тогда уравнения (12)–(15) примут более компактный вид:

$$\begin{aligned} 2 \frac{\partial V_\perp^\pm}{\partial t_\mp} &= i \left(4\pi\alpha j_\perp \pm \frac{\partial F_z^\pm}{\partial r} \right), \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(rV_\perp^\pm)}{\partial r} &= \pm 2i \left(4\pi\alpha n_\mp + \frac{\partial F_z^\pm}{\partial t_\pm} \right), \end{aligned} \quad (16)$$

где введена величина $V_\perp^\pm = Bv_\perp^\pm$, а также продольная компонента $F_z^\pm \equiv F_z$ комплексного вектора электромагнитного поля и соответствующая ей комплексно-сопряженная компонента $F_z^- = F_z^*$. Также нетрудно получить необходимые нам в дальнейшем уравнения для продольных компонент F_z^\pm :

$$\begin{aligned} \square F_z^\pm &= 4\pi\alpha \left(4 \frac{\partial n_\mp}{\partial t_\mp} \mp \frac{1}{r} \frac{\partial(rj_\perp)}{\partial r} \right), \\ \square &= \Delta - \partial^2/\partial t^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Они удобны тем, что содержат зависимость продольной компоненты комплексного электромагнитного поля только от плотностей электронов и позитронов и от плотности комплексного поперечного тока. Однако поперечный ток не задан независимо, а выражается через плотности частиц и их скорости следующим образом:

$$j_\perp = \frac{1}{B} (n_+ V_\perp^+ - n_- V_\perp^-). \quad (18)$$

Далее будем раскладывать все входящие в уравнения величины по радиальной координате r . Если условно обозначить некоторую искомую величину как \mathcal{Y} , то ее разложение в общем виде представляется степенным рядом

$$\mathcal{Y} = \sum_{n=0}^{\infty} \mathcal{Y}^{(n)} \frac{r^n}{n!},$$

где величины

$$\mathcal{Y}^{(n)} = \left. \frac{\partial^n \mathcal{Y}}{\partial r^n} \right|_{r=0}$$

зависят только от координат z, t или t_+, t_- и не зависят от r . Очевидно, плотности позитронов и электронов, плотности заряда и тока, а также продольные компоненты электромагнитного поля раскладываются по четным степеням r , а поперечные компоненты электромагнитного поля и скоростей частиц — по нечетным степеням, например:

$$\begin{aligned} F_z &= F_z^{(0)} + F_z^{(2)} \frac{r^2}{2} + O(r^4), \quad n_\pm = n_\pm^{(0)} + O(r^2), \\ v_\perp^\pm &= v_\perp^{\pm(1)} r + O(r^3). \end{aligned}$$

Раскладывая все величины, входящие в уравнение, в ряды по r и приравнивая члены при одинаковых степенях r , получим бесконечный набор уравнений, среди которых будем ограничиваться рассмотрением уравнения низшего порядка.

Для нахождения разложения тока j_\perp нам понадобится разложение уравнения (16):

$$V_\perp^{\pm(1)} = \pm i \left(4\pi\alpha n_\mp^{(0)} + \frac{\partial F_z^{\pm(0)}}{\partial t_\pm} \right).$$

Теперь с помощью формулы (18) легко получаем

$$j_\perp^{(1)} = \frac{i}{B^{(0)}} \left(n_+^{(0)} \frac{\partial F_z^{+(0)}}{\partial t_+} + n_-^{(0)} \frac{\partial F_z^{-(0)}}{\partial t_-} + 8\pi\alpha n_+^{(0)} n_-^{(0)} \right).$$

Уравнения непрерывности для нахождения плотностей позитронов и электронов

$$2 \frac{\partial n_\pm}{\partial t_\pm} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rn_\pm v_r^\pm)}{\partial r} = Qj_z \quad (19)$$

после разложения принимают вид

$$\frac{\partial n_\pm^{(0)}}{\partial t_\pm} + n_\pm^{(0)} v_r^{\pm(1)} = \frac{1}{2} Q^{(0)} j_z^{(0)}. \quad (20)$$

Из разложения уравнения (17) следует уравнение для продольной компоненты электромагнитного поля:

$$2F_z^{(2)} + \square_\parallel F_z^{(0)} = 8\pi\alpha \left(\frac{\partial n_+^{(0)}}{\partial t_+} + \frac{\partial n_-^{(0)}}{\partial t_-} - ij_\varphi^{(1)} \right), \quad (21)$$

где введен оператор Даламбера по продольной координате

$$\square_\parallel = \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2}.$$

Теперь осталось выразить производные плотностей позитронов и электронов через источник частиц и

радиальные потоки с помощью соотношений (20) и подставить полученные выражения в формулу (21). Выделение мнимой части комплексной плотности тока j_{\perp} позволяет получить азимутальную плотность тока

$$j_{\varphi}^{(1)} = \frac{1}{B^{(0)}} \left(n_{+}^{(0)} \frac{\partial E_z^{(0)}}{\partial t_{+}} + n_{-}^{(0)} \frac{\partial E_z^{(0)}}{\partial t_{-}} + 8\pi\alpha n_{+}^{(0)} n_{-}^{(0)} \right).$$

Разложения радиальных скоростей позитронов и электронов получаются из соотношения $v_r^{\pm(1)} = V_r^{\pm(1)}/B^{(0)}$ после выделения действительной части величин $V_{\perp}^{\pm(1)}$:

$$V_r^{\pm(1)} = -\frac{\partial B_z^{(0)}}{\partial t_{\pm}}.$$

Наконец, получаем уравнение для продольной компоненты комплексного вектора электромагнитного поля:

$$2F_z^{(2)} + \square_{\parallel} F_z^{(0)} = 8\pi\alpha \left[Q^{(0)} j_z^{(0)} - \frac{i}{B^{(0)}} \left(n_{+}^{(0)} \frac{\partial F_z^{(0)}}{\partial t_{+}} + n_{-}^{(0)} \frac{\partial F_z^{(0)}}{\partial t_{-}} + 8\pi\alpha n_{+}^{(0)} n_{-}^{(0)} \right) \right]. \quad (22)$$

Данное уравнение удобно тем, что содержит только продольные компоненты $E_z^{(0)}$ и $B_z^{(0)}$ электромагнитного поля и плотности электронов и позитронов. Радиальные и азимутальные компоненты электромагнитного поля и скоростей частиц оказались исключенными.

3. ДИНАМИЧЕСКАЯ ЭКРАНИРОВКА ПРОДОЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

В работе [29] показано, что первое слагаемое в правой части уравнения (22) превалирует над остальными слагаемыми. Отметим, что убедиться в этом можно только после проведения вычисления самосогласованного источника электрон-позитронных пар с учетом динамической экранировки внешнего продольного электрического поля. Обратимся к левой части уравнения (22). Первоначально данное выражение равно $\square F_z$. Оператор Даламбера представляется в виде суммы

$$\square = \Delta_{\perp} + \square_{\parallel},$$

где введен двумерный оператор Лапласа по радиальной координате

$$\Delta_{\perp} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r}.$$

Пусть характерное продольное расстояние и характерное время, на которых изменяется электромагнитное поле, равны соответственно Z и T . По радиальной координате поле меняется на расстояниях порядка радиуса R формирующейся плазменной трубки. Тогда символически можно записать

$$\Delta_{\perp} \sim \frac{1}{R^2}, \quad \square_{\parallel} \sim \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{T^2}.$$

Будем предполагать, что, во-первых, изменение электромагнитного поля происходит квазистационарным образом и, во-вторых, характерные продольные масштабы изменения поля значительно превышают соответствующие поперечные масштабы. Тогда это означает, что $\square_{\parallel} \ll \Delta_{\perp}$. Оговоренные условия позволяют формально положить в формуле (22) $\square_{\parallel} = 0$ и получить окончательное уравнение для продольной компоненты комплексного электромагнитного поля:

$$F_z^{(2)} = 4\pi\alpha Q^{(0)} j_z^{(0)}.$$

После выделения действительной и мнимой частей имеем

$$E_z^{(2)} = 4\pi\alpha Q^{(0)} j_z^{(0)}, \quad B_z^{(2)} = 0. \quad (23)$$

Радиальное распределение продольного электрического поля внутри плазменной трубки имеет вид

$$E_z \approx E_z^{(0)} + E_z^{(2)} \frac{r^2}{2}, \quad r \leq R.$$

Зададим некоторое электрическое поле $E_z^{bound} = E_z|_{r=R}$ на границе трубки. Чтобы определить данное поле, нужно учесть, что на бесконечности продольное электрическое поле равно внешнему, $E_z|_{r=\infty} = E_z^{ext}$. Далее обратимся к уравнению (5). Входящая в него радиальная производная $\partial E_z/\partial r$ по порядку величины превышает производные $\partial E_r/\partial z$ и $\partial B_{\varphi}/\partial t$. Это следует из оценок поля, отмеченных после формулы (10), и из неравенств $Z \gg R$, $R \ll T$. Мы приходим к равенству $\partial E_z/\partial r = 0$, интегрирование которого приводит нас к граничному условию $E_z^{bound} = E_z^{ext}$. Итак, продольное электрическое поле на границе плазменной трубки приближенно равно внешнему продольному электрическому полю, имеющемуся в магнитосфере в отсутствие электрон-позитронной плазмы. Тогда продольное электрическое поле в центре трубки равно

$$E_z^{(0)} = E_z^{ext} - E_z^{(2)} \frac{R^2}{2}. \quad (24)$$

Аналогичные рассуждения верны и для продольного магнитного поля. Следует только обратиться к формуле (9) и учесть, что вне плазменной трубки $j_\varphi = 0$. Тогда граничное магнитное поле $B_z^{bound} = B_z|_{r=R}$ совпадает с внешним продольным магнитным полем B_z^{ext} . Из формулы (23) вытекает равенство $B_z^{(0)} = B_z^{bound}$ или иначе

$$B_z^{(0)} = B_z^{ext}. \quad (25)$$

Рассмотрим плазменную трубку в квазистационарном режиме. Очевидно, что существующий в плазменной трубке продольный электрический ток вызывает появление отличного от нуля азимутального магнитного поля B_φ . В силу того что частицы движутся главным образом по силовым линиям магнитного поля, появление азимутальной компоненты магнитного поля приводит к появлению азимутальной компоненты v_φ скорости частиц. Здесь, вообще говоря, следует также учесть существование дополнительной дрейфовой компоненты скорости, обусловленной наличием радиального электрического поля E_r (см. формулу (11)). Для качественных соображений это несущественно, поскольку можно рассмотреть области в плазменной трубке, в которых плотности электронов и позитронов сравнимы между собой, но сами по себе достаточно велики. Тогда радиальное электрическое поле будет мало, в то время как в трубке будет течь определенный электрический ток, вызывающий закручивание магнитных силовых линий. Появится азимутальная компонента электрического тока j_φ , которая, в свою очередь, приведет к изменению продольного магнитного поля. Данное изменение будет неравномерным по радиальной координате. Следовательно, вторая производная магнитного поля все-таки отлична от нуля. Однако она мала по сравнению со второй производной продольного электрического поля. Это обусловлено достаточной эффективностью рождения вторичной электрон-позитронной плазмы из-за большой величины Q . Поэтому соотношение (25) необходимо понимать в том смысле, что изменение продольного магнитного поля за счет появления собственного экранирующего электромагнитного поля плазменной трубки мало по сравнению с вызываемым тем же собственным полем изменением продольного электрического поля.

Теперь, возвратившись к уравнению (23), можно понять механизм экранировки продольного электрического поля. Здесь существенно, что интенсивность рождения электрон-позитронных пар в первую очередь определяет вторые пространственные производные продольного электрического

поля. Другими словами, с ростом интенсивности генерации плазмы возрастает кривизна двумерной цилиндрически-симметричной поверхности $E_z(r)$. Вследствие выполнения граничного условия $E_z^{bound} = E_z^{ext}$ прогиб поверхности вызывает уменьшение продольного электрического поля в центре плазменной трубки. Из-за наличия зависимости величины прогиба поверхности от интенсивности генерации плазмы данный механизм можно назвать механизмом динамической экранировки. Он отличается от механизма обычной статической экранировки, связанной с разделением зарядов. Существование экранировки, отличной от статической, показано в работе [30]. Рассмотренная в ней экранировка электрического поля в «искрах», образующихся в полярном зазоре, также названа динамической.

Проинтегрируем уравнение (19) по радиальной координате с весом πr от 0 до ∞ :

$$\frac{\partial N_\pm}{\partial t_\pm} = \pi \int_0^R Q j_z r dr. \quad (26)$$

Здесь посредством N_+ и N_- обозначены соответственно линейные плотности позитронов и электронов. Как и ранее, разложим все величины по r . Введем также линейную плотность заряда $N_\rho = N_+ - N_-$ и электрический ток $J_z = N_+ + N_-$. Тогда можно записать соотношения

$$\begin{aligned} N_\pm &= n_\pm^{(0)} \pi R^2, & N_\rho &= \rho_e^{(0)} \pi R^2, \\ J_z &= j_z^{(0)} \pi R^2. \end{aligned} \quad (27)$$

Уравнение (26) преобразуется к виду

$$\frac{\partial N_\pm}{\partial t_\pm} = \frac{Q^{(0)} J_z}{2}. \quad (28)$$

Также можно перейти от переменных N_\pm к переменным N_ρ и J_z и получить

$$\frac{\partial N_\rho}{\partial t} + \frac{\partial J_z}{\partial z} = 0, \quad (29)$$

$$\frac{\partial J_z}{\partial t} + \frac{\partial N_\rho}{\partial z} = 2Q^{(0)} J_z. \quad (30)$$

Итак, чтобы найти распределение электронов и позитронов вдоль продольной координаты и вычислить полное число частиц, рожденных за время существования плазменной трубки, требуется найти отнесенный к одной частице источник электрон-позитронных пар $Q^{(0)}$.

4. ЛОРЕНЦ-ФАКТОР ЧАСТИЦ

Формулы (23), (24) и (27) позволяют учесть динамическую экранировку продольного электрического поля:

$$E_z^{(0)} = E_z^{ext} - 2\alpha Q^{(0)} J_z.$$

В качестве $Q^{(0)}$ следует брать эффективный локальный источник

$$Q^{eff} = \frac{\alpha}{3\xi_0} \frac{\gamma_0^3}{\rho^2}, \quad (31)$$

вычисленный для центра плазменной трубки [1]. Источник Q^{eff} зависит от логарифмического фактора $\xi_0 \sim 0.1$ и от стационарного лоренц-фактора

$$\gamma_0 = \left(\frac{3}{2\alpha} E_{\parallel} \rho^2 \right)^{1/4}, \quad (32)$$

который, в свою очередь, является функцией продольного электрического поля $E_{\parallel} \equiv E_z$. Для центра трубки имеем $E_z = E_z^{(0)}$. Описанная зависимость позволяет вычислить самосогласованным образом лоренц-фактор γ_0 и продольное электрическое поле $E_z^{(0)}$ в центре плазменной трубки. Лоренц-фактор γ_0 находится из уравнения

$$\gamma_0^4 + \frac{\alpha}{\xi_0} J_z \gamma_0^3 - \gamma_{ext}^4 = 0, \quad (33)$$

где γ_{ext} определяется формулой (32), в которой необходимо положить $E_{\parallel} = E_z^{ext}$.

Уравнение (33) является алгебраическим уравнением четвертой степени. Его можно привести к виду (см. подробнее [31])

$$\left(\gamma_0^2 + \left(\frac{\alpha}{2\xi_0} J_z - K \right) \gamma_0 + \left(\frac{1}{2} Y - L \right) \right) \times \\ \times \left(\gamma_0^2 + \left(\frac{\alpha}{2\xi_0} J_z + K \right) \gamma_0 + \left(\frac{1}{2} Y + L \right) \right) = 0, \quad (34)$$

где в качестве K и L можно взять

$$K = \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2\xi_0} J_z \right)^2 + Y}, \quad L = -\sqrt{\frac{1}{4} Y^2 + \gamma_{ext}^4}.$$

Здесь Y является одним из решений алгебраического уравнения третьей степени

$$Y^3 + D_1 Y + D_2 = 0, \quad (35)$$

где

$$D_1 = 4\gamma_{ext}^4, \quad D_2 = \left(\frac{\alpha}{2\xi_0} J_z \right)^2 D_1.$$

Поскольку $D_1 > 0$, данное уравнение имеет один действительный и два комплексно-сопряженных корня. Условимся под Y понимать действительный корень уравнения (35). Формула Кардано дает

$$Y = \sqrt[3]{-\frac{D_2}{2} + \sqrt{\frac{D_2^2}{4} + \frac{D_1^3}{27}}} - \sqrt[3]{\frac{D_2}{2} + \sqrt{\frac{D_2^2}{4} + \frac{D_1^3}{27}}},$$

где и для левого, и для правого кубических корней следует брать действительные значения. Очевидно, что $Y < 0$.

Вернемся к уравнению (34). Квадратное уравнение, получающееся при равенстве нулю левой скобки, нас интересовать не будет, потому что, как легко убедиться, оно имеет отрицательный дискриминант. Это соответствует наличию двух комплексно-сопряженных корней. Квадратное уравнение, получающееся при приравнении к нулю правой скобки, имеет два действительных корня разных знаков. Выбирая положительный корень, получаем требуемое выражение для лоренц-фактора:

$$\gamma_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{2\xi_0} J_z + K \right) \times \\ \times \left(-1 + \sqrt{1 - \left(\frac{Y}{K} \right)^2 \left(\frac{1}{2} Y + L \right)^{-1}} \right). \quad (36)$$

Соответствующее суммарное продольное электрическое поле в центре плазменной трубки равно

$$E_z^{(0)} = \frac{2}{3} \alpha \frac{\gamma_0^4}{\rho^2}. \quad (37)$$

Выражение (36) трудно использовать, поэтому построим его приемлемую аппроксимацию. Для этого рассмотрим поведение лоренц-фактора γ_0 при малых и при больших токах J_z . Если ток J_z мал, то в уравнении (33) можно пренебречь вторым слагаемым и получить

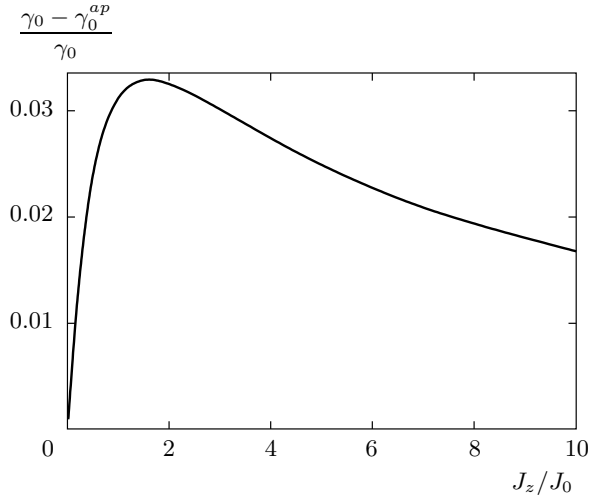
$$\gamma_0 = \gamma_{ext}, \quad J_z \rightarrow 0. \quad (38)$$

Как и должно быть, при малых токах экранировка внешнего продольного электрического поля исчезает. Если же ток J_z велик, то в уравнении (33) можно пренебречь первым слагаемым:

$$\gamma_0 = \gamma_{ext} \left(\frac{J_z}{J_0} \right)^{-1/3}, \quad J_z \gg J_0. \quad (39)$$

Здесь мы ввели ток экранировки

$$J_0 = \frac{\xi_0}{\alpha} \gamma_{ext}, \quad (40)$$



Зависимость точности аппроксимации γ_0^{ap} лоренц-фактора γ_0 от отношения электрического тока J_z , текущего в «молнии», к току экранировки J_0

при превышении которого экранировка продольного электрического поля становится существенной. Если $\gamma_{ext} \sim 10^8$ и $\xi_0 \sim 0.1$, то $J_0 \sim 10^9$. Для построения аппроксимации будем исходить из выражения (39). Его недостаток состоит в наличии расходимости при $J_z \rightarrow 0$. Чтобы удовлетворить требованию (38), введем в формуле (39) смещение аргумента J_z на величину тока экранировки J_0 :

$$\gamma_0^{ap} \approx \gamma_{ext} \left(1 + \frac{J_z}{J_0}\right)^{-1/3}. \quad (41)$$

Легко видеть, что данная аппроксимация удовлетворяет асимптотикам (38) и (39). Точность аппроксимации можно оценить, вычислив величину $(\gamma_0 - \gamma_0^{ap})/\gamma_0$, где γ_0 есть точное решение (36). Данная величина, очевидно, зависит только от отношения J_z/J_0 . График зависимости приведен на рисунке. Мы видим, что аппроксимация довольно точна, а максимальное отличие γ_0^{ap} от γ_0 достигает 3.3% при $J_z/J_0 \approx 1.62$. Это позволяет использовать в дальнейших вычислениях вместо точного решения γ_0 его аппроксимацию γ_0^{ap} .

С помощью формулы (37) можно получить зависимость продольного электрического поля $E_z^{(0)}$ от продольного тока J_z :

$$E_z^{(0)} = E_z^{ext} \left(1 + \frac{J_z}{J_0}\right)^{-4/3}.$$

Данная зависимость показывает, что включение экранировки происходит при токах $J_z \sim J_0$. Теперь с помощью формулы (31) получаем

$$Q^{(0)} = \frac{Q_0}{1 + J_z/J_0}, \quad (42)$$

где введен источник

$$Q_0 = Q^{eff} \Big|_{\gamma_0 = \gamma_{ext}}, \quad (43)$$

равный эффективному источнику частиц при полном отсутствии экранировки внешнего продольного электрического поля. Пусть $E_{\parallel} \sim 10^{-6}$ и $\gamma_{ext} \sim 10^8$. Тогда время ускорения частицы до стационарного лоренц-фактора равно $\tau_{st} = \gamma_{ext}/E_{\parallel} \sim 10^{14}$, что при $\xi_0 \sim 0.1$ дает оценку $Q_0 \sim 10^{-13}$.

5. РОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ ДО ЭКРАНИРОВКИ

Приступим к нахождению продольного распределения плотностей электронов и позитронов и соответствующего полного числа рожденных частиц. Для этого учтем зависимость (42) и перепишем уравнение (30) в виде

$$\frac{\partial J_z}{\partial t} + \frac{\partial N_{\rho}}{\partial z} = \frac{2Q_0 J_z}{1 + J_z/J_0}. \quad (44)$$

Уравнение (29), представляющее собой очевидное следствие закона сохранения заряда, мы записывать не будем. В правой части уравнения (44) стоит полный источник частиц, т. е. полное количество электронов и позитронов, рождающихся за единицу времени в отрезке плазменной трубки, имеющем единичную длину. При малом продольном токе J_z уравнение (44) преобразуется к виду

$$\frac{\partial J_z}{\partial t} + \frac{\partial N_{\rho}}{\partial z} = 2Q_0 J_z, \quad J_z \ll J_0,$$

т. е. интенсивность рождения электрон-позитронных пар такая же, как и во внешнем электромагнитном поле без экранировки. Если же ток превышает значение J_0 , то

$$\frac{\partial J_z}{\partial t} + \frac{\partial N_{\rho}}{\partial z} = 2Q_0 J_0, \quad J_z \gg J_0. \quad (45)$$

В данном случае интенсивность рождения пар достигает некоторого значения насыщения, а зависимость от суммарного продольного тока исчезает. Значит, при большом продольном токе $J_z \gg J_0$, когда процессы экранировки продольного электрического поля выходят на первый план, суммарная интенсивность рождения электрон-позитронных пар формально совпадает с интенсивностью рождения пар в случае полного отсутствия экранировки, но с фиксированным продольным током $J_z = J_0$. Итак,

здесь мы наблюдаем эффект насыщения источника частиц, а критический ток J_0 можно называть током насыщения.

Дифференцированием уравнения (44) по времени с учетом закона сохранения заряда (29) можно исключить из рассмотрения линейную плотность заряда и рассматривать уравнение для продольного тока J_z :

$$\square_{\parallel} J_z = -\frac{2Q_0}{(1 + J_z/J_0)^2} \frac{\partial J_z}{\partial t}.$$

Для данного уравнения следует рассматривать задачу Коши с начальными условиями

$$J_z|_{t=0} = J_z^{init}, \quad \left. \frac{\partial J_z}{\partial t} \right|_{t=0} = \frac{2Q_0 J_z^{init}}{1 + J_z^{init}/J_0} - \frac{\partial N_{\rho}^{init}}{\partial z},$$

где

$$N_{\rho}^{init} = N_{\rho}|_{t=0}.$$

Начальная линейная плотность заряда N_{ρ}^{init} и начальный ток J_z^{init} являются некоторыми произвольными функциями продольной координаты z .

Пусть изначально $J_z^{init} \ll J_0$. Пока $J_z < J_0$, размножение плазмы будет описываться линейным уравнением гиперболического типа:

$$\square_{\parallel} J_z = -2Q_0 \frac{\partial J_z}{\partial t}, \quad J_z \ll J_0.$$

Его решение имеет вид

$$\begin{aligned} J_z(z, t) = & \frac{e^{Q_0 t}}{2} \left[\int_{z-t}^{z+t} I_0(Q_0 \sqrt{t^2 - (z-z')^2}) \times \right. \\ & \times \left(\left. \frac{\partial J_z}{\partial t} \right|_{t=0}(z') - Q_0 J_z|_{t=0}(z') \right) dz' + \\ & + \int_{z-t}^{z+t} \frac{Q_0 t}{\sqrt{t^2 - (z-z')^2}} I_1(Q_0 \sqrt{t^2 - (z-z')^2}) \times \\ & \left. \times J_z|_{t=0}(z') dz' + J_z|_{t=0}(z-t) + J_z|_{t=0}(z+t) \right], \quad (46) \end{aligned}$$

где $I_0(z)$ и $I_1(z)$ — функции Бесселя мнимого аргумента соответственно нулевого и первого порядков. С помощью решения (46) и закона сохранения заряда (29) получаем линейную плотность заряда

$$N_{\rho}(z, t) = N_{\rho}^{init}(z) - \int_0^t \frac{\partial J_z(z, t')}{\partial z} dt'. \quad (47)$$

Отсюда также можно получить выражения для линейных плотностей электронов и позитронов

$$N_{\pm} = \frac{J_z \pm N_{\rho}}{2}. \quad (48)$$

Для рассматриваемого нами случая следует брать

$$J_z^{init} = N_{+}^{init} + N_{-}^{init}, \quad N_{\rho}^{init} = N_{+}^{init} - N_{-}^{init},$$

где N_{\pm}^{init} определяются формулой

$$N_{\pm}^{init} = \frac{3}{2l_1} \theta(l_1 - |z|). \quad (49)$$

Здесь $\theta(x)$ — тета-функция, l_1 — расстояние от первичной электрон-позитронной пары, рожденной фотоном внешнего космического гамма-фона, на котором рождаются вторичные электрон-позитронные пары [1].

Решение (46) имеет смысл рассматривать при токах J_z , малых по сравнению с током экранировки J_0 . Чтобы оценить момент времени, до которого это возможно делать, заметим, что при больших временах решение (46), являясь симметричным относительно начальной точки $z = 0$, имеет в этой точке максимум. Тогда требуемое время, которое мы обозначим как t_{scr} , определяется из уравнения

$$J_z(0, t_{scr}) = J_0. \quad (50)$$

Будем считать, что $t \gg \tau_1 \approx l_1$, где τ_1 — время, соответствующее расстоянию l_1 . Тогда из формулы (46) вытекает равенство

$$\begin{aligned} J_z(0, t) = & 3Q_0 e^{Q_0 t} \left(I_0(Q_0 t) + I_1(Q_0 t) \right), \\ & t \gg \tau_1. \end{aligned} \quad (51)$$

Мы также предположим, что $Q_0 t \gg 1$. При условии $\tau_1 \sim \tau_{st}$ из формулы (31) следует, что $t \gg \tau_1 \xi_0$. Поскольку $\xi_0 \ll 1$, данное условие ничем нас не ограничивает, если $t \gg \tau_1$. Тогда асимптотика функций Бесселя мнимого аргумента [32]

$$I_{\nu}(z) = \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}}, \quad z \rightarrow \infty,$$

позволяет переписать выражение (51) в виде

$$J_z(0, t) = 6\sqrt{\frac{Q_0}{2\pi t}} e^{2Q_0 t}, \quad Q_0 t \gg 1.$$

Теперь уравнение (50) можно привести к эквивалентному виду

$$\xi_{scr} = \Lambda_{scr} + \frac{1}{2} \ln \xi_{scr}, \quad (52)$$

где

$$\Lambda_{scr} = \ln \frac{J_0 \sqrt{\pi}}{6Q_0}.$$

При $J_0 \sim 10^9$ и $Q_0 \sim 10^{-13}$ имеем $\Lambda_{scr} \approx 50$. При $\Lambda_{scr} \gg 1$ уравнение (52) имеет приближенное решение

$$\xi_{scr} \approx \Lambda_{scr} + \frac{1}{2} \ln \Lambda_{scr}.$$

При упомянутых выше значениях источника Q_0 и линейной плотности продольного тока экранировки J_0 имеем $\xi_{scr} \approx 52$, что соответствует $Q_0 t_{scr} \gg 1$. Тогда искомое время экранировки равно

$$t_{scr} = \frac{\xi_{scr}}{2Q_0}, \tag{53}$$

при этом $t_{scr} \sim 10^{14}-10^{15}$. Отношение

$$\frac{t_{scr}}{\tau_{st}} = \xi_0 \xi_{scr}$$

приблизительно равно $t_{scr}/\tau_{st} \approx 5 > 1$. Осталось определить полное число N_{Σ}^{scr} электрон-позитронных пар, рожденных до момента экранировки. Интегрируя уравнение

$$\frac{dN_{\Sigma}(t)}{dt} = 2Q_0 N_{\Sigma}(t),$$

записанное для полного количества электрон-позитронных пар

$$N_{\Sigma}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} N_{\pm}(z, t) dz, \tag{54}$$

и выбирая в качестве начального условия $N_{\Sigma}^{init} = 3$ (см. формулы (49) и (54)), получаем

$$N_{\Sigma}^{scr} = 3e^{2Q_0 t_{scr}}.$$

Наконец, воспользовавшись формулами (52) и (53), можно вывести окончательное выражение

$$N_{\Sigma}^{scr} = \sqrt{\pi \xi_{scr}} \frac{J_0}{2Q_0}. \tag{55}$$

При $J_0 \sim 10^9$, $Q_0 \sim 10^{-13}$ и $\xi_0 \sim 0.1$ получаем $N_{\Sigma}^{scr} \sim 10^{22}$.

6. РОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ ПРИ ЭКРАНИРОВКЕ

По прошествии времени τ_{scr} за счет эффекта насыщения суммарный источник электрон-позитронных пар обратится в константу (см. формулу (45)).

Однако следует учесть, что данный источник постоянен лишь на масштабах расстояний, малых по сравнению с масштабами изменения внешнего магнитосферного электромагнитного поля, совпадающими с радиусом нейтронной звезды. В предыдущем разделе это не требовало особого учета, потому что $t_{scr} \ll R_S$. Дальнейшее же развитие процессов генерации плазмы будет происходить на масштабах порядка R_S — масштабах, которых в конце концов достигнет длина плазменной трубки. Введем время

$$t_0 = \tau_1 + t_{scr},$$

по прошествии которого (от момента появления первичной электрон-позитронной пары) генерация плазмы будет происходить при насыщении. Можно считать, что $t_0 \approx t_{scr}$. Обозначим как

$$Q_{\Sigma}(z) = Q_0 J_0$$

суммарный источник электрон-позитронных пар. При этом будем считать его некоторой произвольной функцией продольной координаты z . Это можно сделать, потому что $Q_{\Sigma}(z)$ зависит только от внешних параметров магнитосферного электромагнитного поля, но не от плотностей электронов и позитронов в плазменной трубке. Напомним, что точка рождения первичной электрон-позитронной пары фиксирует некоторую силовую линию магнитного поля. Рождающиеся вторичные частицы будут двигаться практически вдоль рассматриваемой силовой линии, и их положение можно задавать некоторой продольной координатой z . Фиксирование силовой линии при известных внешних электромагнитных полях полностью определяет функцию $Q_{\Sigma}(z)$. Также введем продольную координату z_0 , соответствующую точке рождения первичной электрон-позитронной пары. Не ограничивая общности, будем считать $z_0 = 0$. Для расчета линейных плотностей электронов и позитронов удобнее непосредственно использовать уравнения (28) и записать

$$\frac{\partial N_{\pm}}{\partial t_{\pm}} = \frac{1}{2} Q_{\Sigma}(z) \theta(t_0 + t - |z|). \tag{56}$$

При этом будем считать начальным момент времени t_0 , чтобы иметь возможность записывать начальные условия, полученные из расчетов предыдущего раздела, как условия при $t = 0$. Непосредственное интегрирование уравнений (56) дает линейные плотности позитронов

$$N_+(z, t) = N_+|_{t=0}(-t_-) + \left[\theta(t_0 + t_+) \int_{-(t_0+t_-)/2}^z + \theta(t_0 + t_-) \int_{-t_-}^z + \theta(t_0 - t_-) \times \int_{-t_-}^{-(t_0+t_-)/2} - \int_{-t_-}^z \right] Q_\Sigma(y) dy,$$

электронов

$$N_-(z, t) = N_-|_{t=0}(t_+) + \left[\theta(t_0 + t_+) \int_z^{t_+} + \theta(t_0 + t_-) \int_z^{(t_0+t_+)/2} + \theta(t_0 - t_+) \int_{(t_0+t_+)/2}^{t_+} - \int_z^{t_+} \right] Q_\Sigma(y) dy$$

и продольный ток

$$J_z(z, t) = N_+|_{t=0}(-t_-) + N_-|_{t=0}(t_+) + \left[\theta(t_0 + t_+) \int_{-(t_0+t_-)/2}^{t_+} + \theta(t_0 + t_-) \int_{-t_-}^{(t_0+t_+)/2} + \theta(t_0 - t_+) \int_{(t_0+t_+)/2}^{t_+} + \theta(t_0 - t_-) \int_{-t_-}^{-(t_0+t_-)/2} - \int_{-t_-}^{t_+} \right] Q_\Sigma(y) dy. \quad (57)$$

Выражение для линейной плотности заряда N_ρ нам не понадобится. В качестве $N_+|_{t=0}(z)$ и $N_-|_{t=0}(z)$ необходимо брать выражения N_+ и N_- , получаемые из формул (46)–(48) после подстановки $t = t_{scr}$.

Полное число рожденных электрон-позитронных пар равно половине выражения, получающегося интегрированием формулы (57) по продольной координате z :

$$N_\Sigma(t) = N_\Sigma|_{t=0} + N_\Sigma^{sat},$$

где

$$N_\Sigma^{sat} = \left[t \int_{-t_0-t}^{t_0+t} + \int_{-t_0-t}^{-t_0} (t_0 + y) + \int_{t_0}^{t_0+t} (t_0 - y) \right] \times Q_\Sigma(y) dy \quad (58)$$

— полное число электрон-позитронных пар, рожденных после начала экранировки продольного электрического поля. В данной формуле роль количества

электрон-позитронных пар в начальный момент времени играет число пар, рожденных до момента начала экранировки, т. е. $N_\Sigma|_{t=0} = N_\Sigma^{scr}$ (см. формулу (55)). Осталось воспользоваться формулами (40) и (43) и записать функцию

$$Q_\Sigma(z) = \frac{\gamma_{ext}}{2\alpha\tau_{st}},$$

где γ_{ext} и τ_{st} рассматриваются как функции продольной координаты z . Вспоминая зависимость времени ускорения частицы от стационарного лоренц-фактора и внешнего продольного электрического поля E_z^{ext} , окончательно находим

$$Q_\Sigma(z) = \frac{E_z^{ext}}{2\alpha}. \quad (59)$$

При $E_z^{ext} \sim 10^{-6}$ имеем $Q_\Sigma(z) \sim 10^{-4}$.

7. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ДИПОЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Дальнейший расчет конкретного количества электрон-позитронных пар требует знания зависимости внешнего продольного электрического поля E_z^{ext} от параметра z вдоль магнитной силовой линии. Данная зависимость полностью определяется точкой рождения первичной электрон-позитронной пары в магнитосфере нейтронной звезды. Однако для качественных оценок можно обойтись следующими соображениями. Пусть первичная электрон-позитронная пара родилась на расстоянии r от центра звезды. Тогда полная длина силовой линии, фиксированной точкой рождения пары, также будет порядка r . При этом длина ее части, находящейся над поверхностью нейтронной звезды, по порядку величины равна $r - R_S$. Для простоты можно считать, что рождающиеся вторичные частицы будут двигаться по радиальной координате. Из выражений для электромагнитного поля Дойча [28] видно, что электрическое поле меняется вдоль радиальной координаты степенным образом. Для дальнейших оценок будем считать, что

$$E^{ext}(r) \sim \frac{k_\Omega m R_S^2}{r^4}, \quad (60)$$

где m — модуль магнитного момента нейтронной звезды, $k_\Omega = 1/R_L$ — волновое число, соответствующее угловой частоте Ω вращения нейтронной звезды, $R_L = c/\Omega$ — радиус светового цилиндра, записанный в размерных единицах.

Сперва вычислим полное число рожденных электрон-позитронных пар для общей модельной степенной зависимости

$$Q_{\Sigma}(z) = A_0(z + z_0)^{-u}. \quad (61)$$

Мы воспользовались тем, что при описанных выше предположениях $r = z + z_0$, где z_0 — расстояние от центра нейтронной звезды, на котором рождается первичная электрон-позитронная пара, из которой впоследствии формируется плазменная трубка. Будем также полагать, что $u > 2$. Тогда подстановка зависимости (61) в формулу (58) и последующее интегрирование приводят к выражению

$$N_{\Sigma}^{sat} = \frac{A_0}{(u-1)(u-2)} \times \\ \times \left[(z_0 - t_0 - t)^{-u+2} + (z_0 + t_0 + t)^{-u+2} - \right. \\ \left. - (z_0 - t_0)^{-u+2} - (z_0 + t_0)^{-u+2} \right]. \quad (62)$$

Воспользуемся тем, что время включения процессов экранировки продольного электрического поля мало (в безразмерных единицах) по сравнению с радиусом нейтронной звезды. Рассмотрим случай, когда расстояние от центра нейтронной звезды, на котором рождается первичная электрон-позитронная пара, велико по сравнению с радиусом звезды. Тогда можно записать неравенства

$$t_0 \ll R_S \ll z_0.$$

Если при этом взять

$$t = z_0 - t_0 - R_S,$$

то из формулы (62) вытекает, что

$$N_{\Sigma}^{sat} = \frac{A_0}{(u-1)(u-2)} R_S^{-u+2}.$$

Последняя величина представляет собой число электрон-позитронных пар, рожденных в режиме насыщения к моменту достижения плазменной трубкой поверхности нейтронной звезды. Теперь вернемся к выражению (59). Если учесть формулу (60), то ему соответствует $A_0 = k_{\Omega} m R_S^2 / 2\alpha$ и $u = 4$. Тогда

$$N_{\Sigma}^{sat} = \frac{k_{\Omega} m}{12\alpha}$$

— характерное число электрон-позитронных пар, рождающихся в плазменной трубке после начала экранировки продольного электрического поля, так что генерация плазмы происходит в режиме насыщения

суммарного источника. Легко видеть, что N_{Σ}^{sat} зависит только от дипольного магнитного момента нейтронной звезды и от угловой частоты ее вращения. Если выразить дипольный магнитный момент m нейтронной звезды через ее радиус R_S и напряженность магнитного поля B_0 на ее магнитном полюсе, то

$$N_{\Sigma}^{sat} = \frac{B_0 R_S^3}{24\alpha R_L}. \quad (63)$$

При $R_S \approx 2.6 \cdot 10^{16}$ (10 км в размерных единицах), $R_L = 10^4 R_S$ и $B_0 \sim 0.01$ имеем $N_{\Sigma}^{sat} \sim 10^{28}$. Если же под B_0 подразумевать напряженность магнитного поля на магнитном экваторе нейтронной звезды, то тогда правую часть формулы (63) следует формально удвоить.

Итак, можно записать полное число электрон-позитронных пар, рожденных в плазменной трубке от момента рождения первичной пары фотоном внешнего космического гамма-фона до момента достижения плазменной трубкой поверхности нейтронной звезды,

$$N_{\Sigma} = N_{\Sigma}^{scr} + N_{\Sigma}^{sat},$$

где N_{Σ}^{scr} определяется формулой (55), а N_{Σ}^{sat} — формулой (63). Учитывая неравенство

$$N_{\Sigma}^{scr} \ll N_{\Sigma}^{sat},$$

окончательно можно записать

$$N_{\Sigma} \approx N_{\Sigma}^{sat}.$$

Осталось проверить, что за все время генерации плазмы можно пользоваться эффективным источником Q^{eff} . Для этого нужно, чтобы выполнялось условие $N_{\tau} \gg 1$, где $\tau = \tau_{st}$ — время задержки. Данное неравенство выполняется, если лоренц-фактор частиц превышает 10^3 [1]. Величина продольного тока оценивается по формуле

$$J_z \lesssim 2 \frac{N_{\Sigma}^{sat}}{R_S}. \quad (64)$$

По порядку величины $J_z \sim 10^{11} - 10^{12}$, что соответствует $J_z / J_0 \sim 10^2 - 10^3$. Следовательно, продольное электрическое поле E_z уменьшается на три порядка по сравнению с первоначальным внешним электрическим полем, что для $E_z^{ext} \sim 10^{-6}$ соответствует $E_z^f \sim 10^{-9}$. Из формулы (41) вытекает, что лоренц-фактор уменьшается по сравнению с первоначальным всего лишь на порядок, $\gamma_0^f \approx 0.1 \gamma_{ext}$, и при $\gamma_{ext} \sim 10^8$ он равен $\gamma_0^f \sim 10^7$.

Отметим интересное соотношение

$$\frac{N_{\Sigma}}{n_{GJ}V_S} \approx \frac{1}{16},$$

где $V_S = 4\pi R_S^3/3$ — объем нейтронной звезды, n_{GJ} — плотность Гольдрайха–Джулиана у ее поверхности. Оно показывает, что начальное заполнение магнитосферы весьма эффективно. Достаточно всего лишь 10–100 поглощенных фотонов внешнего космического гамма-фона для заполнения внутренних областей магнитосферы нейтронной звезды. Формирующиеся при этом «молнии» содержат число частиц, сравнимое с числом частиц в полностью заполненных плазмой внутренних областях магнитосферы. Если же мы рассмотрим всю магнитосферу вплоть до светового цилиндра R_L , то число частиц в ней по порядку величины равно $3n_{GJ}V_S \ln(R_L/R_S)$. При $R_L/R_S \sim 10^3$ – 10^4 для заполнения всей магнитосферы необходимо около 300–500 поглощенных фотонов.

8. РАДИУС ПЛАЗМЕННОЙ ТРУБКИ И МНОЖЕСТВЕННОСТЬ

Оценим величину множественности

$$\lambda_m = \frac{n}{n_{GJ}}, \quad (65)$$

где n — объемная плотность числа электрон-позитронных пар в плазменной трубке, n_{GJ} — плотность Гольдрайха–Джулиана, в безразмерных единицах равная

$$n_{GJ} = \frac{|\mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{B}|}{2\pi\alpha}.$$

Для оценок можно пренебречь наличием в этой формуле зависимости от угла между векторами $\mathbf{\Omega}$ и \mathbf{B} и записать

$$n_{GJ} \approx \frac{1}{2\pi\alpha} \frac{B}{R_L}. \quad (66)$$

Нам известны характерные значения продольного тока J_z . Для оценки объемной плотности n требуется знать радиус формирующейся трубки.

Радиус плазменной трубки легко оценить, зная характерную скорость движения ее границы. Эта скорость определяется двумя факторами. Первый фактор — наличие электрического дрейфа частиц на границе трубки в скрещенных электрическом и магнитном полях (см. формулу (1)). По порядку величины скорость электрического дрейфа может достигать $E/B \sim 10^{-4}$ (в единицах скорости света).

Второй фактор — это наличие движения границы трубки из-за конечной длины свободного пробега фотона l_f . Дело в том, что фотон, испущенный частицей практически по касательной к силовой линии магнитного поля, из-за кривизны самой силовой линии рождает электрон-позитронную пару уже на другой силовой линии, смещенной относительно первоначальной линии на расстояние

$$l_{\perp} = \frac{l_f^2}{2\rho},$$

что соответствует ортогональной скорости движения границы

$$v_{\perp} = \frac{l_f}{2\rho}.$$

Для оценок в качестве l_f можно взять $l_{max} = \rho\chi_{max}$, где величина χ_{max} связана с минимальным продольным лоренц-фактором рождающихся частиц как $\gamma_{min} = 1/\chi_{max}$ [17]. Тогда получим следующую качественную оценку:

$$v_{\perp} = \frac{1}{2\gamma_{min}}, \quad (67)$$

из которой для $\gamma_{min} \sim 10^2$ получаем $v_{\perp} \sim 10^{-2}$. Мы видим, что наличие конечной длины свободного пробега может значительно увеличить скорость движения границы по сравнению с тем, что может дать обычная скорость электрического дрейфа. Зависимость радиуса трубки от времени будет давать формулой

$$R = v_{\perp} t,$$

где для простоты скорость движения границы считается постоянной. При этой оценке на временах $t \sim R_S$ радиус трубки будет достигать значений

$$R \lesssim 100 \text{ м}. \quad (68)$$

Теперь для оценки множественности возьмем оценку электрического тока из формулы (64), в которой взята длина трубки, равная R_S . Соответствующее время равно $t = R_S/2$. Тогда объемная плотность числа электрон-позитронных пар равна

$$n = \frac{2}{v_{\perp}^2} \frac{J_z}{\pi R_S^2}.$$

С помощью формул (63)–(66) окончательно получаем

$$\lambda_m \approx \frac{2}{3v_{\perp}^2}.$$

Мы взяли B_0 как магнитное поле на магнитном экваторе нейтронной звезды, поэтому формула (63) была видоизменена в соответствии со сделанным после нее замечанием. Мы видим, что для определения характерных значений множественности достаточно знать только скорость расширения формирующейся плазменной трубки. Нижняя граница множественности выводится с помощью формулы (67) после подстановки $\gamma_{min} \sim 100$. Верхняя граница получится, если в качестве скорости движения границы взять характерное значение дрейфовой скорости $E/B \sim 10^{-4}$. Итак, имеем

$$10^4 < \lambda_m < 10^8.$$

Верхнее значение, очевидно, является сильно завышенным из-за отсутствия учета конечности длины свободного пробега фотона, и реальное значение множественности ближе к нижнему значению.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Поглощение фотона высокой энергии внешнего космического гамма-фона во внутренней магнитосфере нейтронной звезды приводит к запуску процессов генерации вторичной электрон-позитронной плазмы и формированию «молнии» — удлиняющейся и одновременно расширяющейся плазменной трубки. Ее распространение вдоль магнитных силовых линий происходит со скоростью, близкой к скорости света. Ортогональная скорость движения боковой границы трубки может достигать 0.01 скорости света. Такая скорость обеспечивается рождением пар на магнитных силовых линиях, смещенных относительно силовых линий, по которым движутся частицы, излучающие фотоны. Смещение определяется конечной длиной свободного пробега фотонов и кривизной магнитных силовых линий.

Существование сильного продольного электрического поля обеспечивает ускорение частиц и излучение ими изгибных и синхротронных фотонов, также, в свою очередь, рождающих электрон-позитронные пары. Сначала рождение плазмы происходит во внешнем вакуумном электромагнитном поле, а экранировка этого поля отсутствует. Спустя время $t_{scr} \sim 10^{-7}$ – 10^{-6} с электрический ток в «молнии» сравнивается с током экранировки $J_0 \sim 10^{11}$ А. Заметим, что ток экранировки сравним с характерным электрическим током, текущим через полярную область магнитосферы обычного радиопульсара. К моменту достижения тока экранировки в «молнии» рождается около 10^{22} электрон-позитронных

пар. Далее за счет возрастающей интенсивности генерации электрон-позитронной плазмы начинается динамическая экранировка продольного электрического поля. Она обеспечивается не статическим разделением зарядов, а нарастанием электрического тока в «молнии». Подчеркнем, что рождение электрон-позитронной плазмы в «молнии» носит существенно нестационарный характер, а механизм динамической экранировки электрического поля в стационарном случае невозможен.

Основное рождение плазмы происходит в режиме экранировки, когда продольное электрическое поле в «молнии» и источник электрон-позитронных пар определяются самосогласованным образом из следующего условия: продольное электрическое поле зависит от интенсивности генерации электрон-позитронных пар, которая сама зависит от электрического поля в «молнии». Временем жизни «молнии» можно считать время достижения ею поверхности нейтронной звезды. После этого механизм экранировки может измениться из-за влияния поверхности нейтронной звезды. Рождение плазмы может даже прекратиться, например, из-за начала статической экранировки электрического поля. Электрический ток, текущий в «молнии» при достижении ею поверхности нейтронной звезды, на два–три порядка выше тока экранировки. Несмотря на то что продольное электрическое поле к концу формирования «молнии» уменьшается на три порядка по сравнению с первоначальным вакуумным электрическим полем, лоренц-фактор частиц уменьшается всего лишь на порядок и достигает величин 10^6 – 10^7 . Данное значение сильно превышает характерный лоренц-фактор частиц вторичной плазмы в магнитосфере обычного пульсара.

Если считать, что рождение электрон-позитронной плазмы эффективно в магнитном поле выше 10^8 Гс, то магнитному полю 10^{12} – 10^{14} Гс на поверхности нейтронной звезды соответствует расстояние $(10$ – $100)R_S$, при превышении которого генерация плазмы начинает подавляться. Следовательно, длина «молний» может достигать 1000 км. Радиус «молний» равен 100 м. Интересно отметить, что радиус «молний» сравним с радиусом полярных областей магнитосферы нейтронной звезды, образованных открытыми силовыми линиями. Число электрон-позитронных пар, рожденных в «молнии» за время ее существования, достигает 10^{28} . Это соответствует ограничению на множественность $\lambda_m > 10^4$, которая сравнима или даже превышает множественность в полярных областях обычных пульсаров.

Мы видим, что параметры генерируемой плазмы сравнимы с параметрами электрон-позитронной плазмы, имеющейся в полярных областях обычных радиопульсаров. Действительно, множественность сравнима со множественностью в магнитосфере радиопульсара. Лоренц-фактор частиц значительно превышает лоренц-фактор вторичной плазмы у пульсаров и магнитаров. Кривизна магнитных силовых линий сравнима с таковой в полярной шапке радиопульсара, если «молния» образуется в области открытых силовых линий, или значительно превышает ее, если «молния» образуется в области магнитного экватора. Кроме того, ширина «молнии» сравнима с шириной полярной шапки радиопульсара. В силу имеющейся аналогии, данные факторы позволяют предположить возможность генерации радиоизлучения отдельными «молниями».

Если рассмотреть нейтронную звезду, расположенную на расстоянии порядка расстояния до типичного пульсара, то можно предположить возможность наблюдения радиовспышек от «молний» в существующих радиоастрономических обсерваториях. Более того, можно ожидать, что спектральная плотность потока радиоизлучения, формирующегося в «молнии», будет превышать плотность потока излучения от обычных радиопульсаров за счет больших величин лоренц-фактора частиц, множественности и плотности плазмы. Одним из факторов, обуславливающих такие параметры, является следующее различие между механизмами генерации плазмы в «молнии» и в полярной шапке радиопульсара. Если рассмотреть обычный радиопульсар с относительно слабым (по сравнению с критическим) магнитным полем, то, кроме первичных частиц, ускоренных в полярном зазоре, имеется еще минимум два поколения вторичных частиц: первое поколение вторичных частиц, рожденных изгибными фотонами от первичных частиц, и второе поколение частиц, рожденных синхротронными фотонами, излученными в результате перехода частиц первого поколения на нулевой уровень Ландау. Однако электрическое поле, близкое к вакуумному, имеется только в полярном зазоре до расстояний около 100 м над поверхностью нейтронной звезды. Над зазором электрическое поле экранируется. В случае же «молнии», даже несмотря на динамическую экранировку, мы имеем довольно значительное продольное электрическое поле, постоянно ускоряющее вновь рождающиеся частицы. Эти частицы, какому бы поколению они формально ни принадлежали, после ускорения сразу же начинают играть роль первичных частиц. Очевидно, электрическое поле в «молнии» не может строго обра-

титься в нуль. Если бы это произошло, то экранировка электрического поля сразу бы исчезла, а само поле стало бы близким к вакуумному полю Дойча. Следовательно, электрическое поле всегда ненулевое, а генерация плазмы происходит постоянно, пока существует «молния».

За радиоизлучение пульсаров ответственны стационарные потоки электрон-позитронной плазмы, истекающей из магнитосферы, но генерация плазмы в «молнии» нестационарна. Следовательно, радиоизлучение от «молний», если его возможно наблюдать, должно связываться с наблюдательными проявлениями нестационарных источников радиоизлучения, ассоциируемых с нейтронными звездами. Время формирования радиоизлучения ограничено временем жизни «молнии». Если предположить, что ширина радиовспышки по порядку величины сравнима с отношением длины «молнии» к скорости света, то для длины «молнии» 1000 км имеем ширину вспышки 3.3 мс. Радиовспышки сравнимой ширины наблюдаются у вращающихся радиотранзиентов. Например, продолжительность одиночной вспышки RRAT J1819–1458 равна 3 мс при наблюдениях на частоте 1.4 ГГц [3]. Здесь мы отвлекаемся от уширения импульса из-за рассеяния, которое важно при наблюдении RRAT на более низких радиочастотах [33]. Что касается спектральной плотности потока излучения, то она достигает 10 Ян на частоте 1.4 ГГц [34], значительно превышая таковую у типичных радиопульсаров.

Итак, можно предположить возможность наблюдения радиовспышек от «молний» как радиовспышек RRAT. Исследование наблюдательных проявлений «молний» в магнитосфере нейтронной звезды и их возможной связи с радиовспышками RRAT выходит за рамки данной работы и требует отдельного рассмотрения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-02-01021-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Н. Истомин, Д. Н. Собьянин, ЖЭТФ 140, 681 (2011).
2. M. Kramer, A. G. Lyne, J. T. O'Brien et al., Science 312, 549 (2006).
3. M. A. McLaughlin, A. G. Lyne, D. R. Lorimer et al., Nature 439, 817 (2006).

4. M. A. McLaughlin, A. G. Lyne, E. F. Keane et al., *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **400**, 1431 (2009).
5. A. Esamdin, C. S. Zhao, Y. Yan et al., *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **389**, 1399 (2008).
6. Yu. P. Shitov, V. D. Pugachev, and S. M. Kutuzov, *ASP Conf. Ser.* **202**, 685 (2000).
7. В. М. Малофеев, О. И. Малов, Д. А. Теплых и др., *Астрон. ж.* **82**, 273 (2005).
8. V. M. Malofeev, O. I. Malov, and D. A. Teplykh, *Astrophys. Space Sci.* **308**, 211 (2007).
9. В. М. Малофеев, Д. А. Теплых, О. И. Малов, *Астрон. ж.* **87**, 1082 (2010).
10. F. Camilo, S. M. Ransom, J. P. Halpern et al., *Nature* **442**, 892 (2006).
11. F. Camilo, S. M. Ransom, J. P. Halpern et al., *Astrophys. J.* **666**, L93 (2007).
12. L. Levin, M. Bailes, S. Bates et al., *Astrophys. J.* **721**, L33 (2010).
13. Д. А. Румянцев, М. В. Чистяков, *ЖЭТФ* **128**, 740 (2005).
14. Д. А. Румянцев, М. В. Чистяков, *ЯФ* **72**, 334 (2009).
15. V. N. Baier, A. I. Milstein, and R. Zh. Shaisultanov, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1691 (1996).
16. M. V. Chistyakov, A. V. Kuznetsov, and N. V. Mikheev, *Phys. Lett. B* **434**, 67 (1998).
17. Я. Н. Истомин, Д. Н. Собыянин, *Письма в Астрон. ж.* **33**, 740 (2007).
18. Ya. N. Istomin and D. N. Sobyenin, *AIP Conf. Proc.* **983**, 298 (2008).
19. В. С. Бескин, *УФН* **169**, 1169 (1999).
20. A. V. Gurevich and Ya. N. Istomin, *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **377**, 1663 (2007).
21. A. G. Lyne, in *Neutron Stars and Pulsars*, ed. by W. Becker, *Astrophys. Space Sci. Library*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2009), Vol. 357, p. 67.
22. Я. Н. Истомин, Д. Н. Собыянин, *ЖЭТФ* **136**, 458 (2009).
23. Я. Н. Истомин, Д. Н. Собыянин, *Астрон. ж.* **87**, 379 (2010).
24. Я. Н. Истомин, Д. Н. Собыянин, *Астрон. ж.* **87**, 397 (2010).
25. C. S. Shukre and V. Radhakrishnan, *Astrophys. J.* **258**, 121 (1982).
26. M. A. Ruderman and P. G. Sutherland, *Astrophys. J.* **196**, 51 (1975).
27. Н. П. Клеников, *ЖЭТФ* **26**, 19 (1954).
28. A. J. Deutsch, *Ann. Astrophys.* **18**, 1 (1955).
29. Д. Н. Собыянин, *Дисс. . . канд. физ.-матем. наук, МФТИ, Москва* (2010).
30. В. С. Бескин, *Астрон. ж.* **59**, 726 (1982).
31. Д. К. Фаддеев, *Лекции по алгебре*, Наука, Москва (1984), с. 67.
32. А. Ф. Никифоров, В. Б. Уваров, *Специальные функции математической физики*, Наука, Москва (1984), с. 180.
33. Ю. П. Шитов, А. Д. Кузьмин, Д. В. Думский и др., *Астрон. ж.* **86**, 607 (2009).
34. E. F. Keane, D. A. Ludovici, R. P. Eatough et al., *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **401**, 1057 (2010).