

# ГЕНЕРАЦИЯ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ЧАСТОТНО-ПЕРЕПУТАННЫХ СОСТОЯНИЙ ДВУХФОТОННОГО СВЕТА

Д. А. Калашников<sup>a</sup>, В. П. Карасев<sup>b</sup>, К. Г. Катамадзе<sup>c</sup>, С. П. Кулик<sup>c\*</sup>, А. А. Соловьев<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Казанский физико-технический институт им. Е. К. Завойского Российской академии наук  
420029, Казань, Россия

<sup>b</sup> Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
119992, Москва, Россия

<sup>c</sup> Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
119992, Москва, Россия

Поступила в редакцию 13 июля 2008 г.

Рассматривается новый метод генерации поляризационно-частотных перепутанных состояний пар фотонов. Используется частотно-невырожденный режим спонтанного параметрического рассеяния света, когда пары фотонов (бифотоны) рождаются с одинаковыми поляризациями, распространяются преимущественно в одном направлении, но отличаются по частоте. Перепутывание достигается путем когерентного наложения пар, излученных из двух нелинейных кристаллов, причем поляризация бифотонов, полученных из первого кристалла, меняется с помощью преобразователя, помещенного между двумя кристаллами. Показано, что такая схема позволяет контролировать степень перепутывания путем выбора частот бифотонов.

PACS: 03.67.Bg, 42.50.Dv, 42.50.Ex

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Пары коррелированных фотонов, генерируемых в процессе спонтанного параметрического рассеяния (СПР) света, на сегодняшний день являются наиболее удобным инструментом в различных задачах квантовой оптики, квантовой связи и квантовой информации. Сильные корреляции, которые не имеют количественного аналога при классическом описании электромагнитного поля, в квантовой информации и квантовой связи принято обозначать термином «перепутывание». В случае чистых состояний перепутанными называют такие, для которых волновая функция системы не факторизуется:

$$|\Psi_{12}\rangle \neq |\Psi_1\rangle \otimes |\Psi_2\rangle. \quad (1)$$

В левой части соотношения (1) стоит волновая функция составной системы, а в правой — прямое произведение волновых функций подсистем 1 и 2. Волновая функция бифотонов представляет собой ли-

нейную суперпозицию вкладов всевозможных пространственно-частотных мод поля, задействованных в процессе СПР:

$$|\Psi\rangle = \varepsilon|0\rangle + \frac{1}{2} \sum_{\lambda=H,V} \sum_{\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i} |1_{\lambda, \mathbf{k}_s}, 1_{\lambda, \mathbf{k}_i}\rangle, \quad (2)$$

и удовлетворяет условию (1). Кет-вектор  $|1_{\lambda, \mathbf{k}_s}, 1_{\lambda, \mathbf{k}_i}\rangle$  в правой части (2) обозначает двухфотонное фоковское состояние, при котором в модах  $\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i$  имеется по одному фотону, индекс  $\lambda$  отвечает за поляризацию, а слагаемое  $\varepsilon|0\rangle$  ( $\varepsilon \approx 1$ ) указывает на преобладающий вклад вакуумной компоненты.

Как правило, в эксперименте реализуется так называемое поляризационно-пространственное перепутывание, когда подсистемы различаются по направлению разлета фотонов (1 и 2) и характеризуются поляризационными степенями свободы. В этом случае выражение для волновой функции принимает одну из следующих форм:

$$|\Psi_{12}\rangle = c|H_1\rangle|V_2\rangle + d|V_1\rangle|H_2\rangle, \quad (3a)$$

$$|\Phi_{12}\rangle = c|H_1\rangle|H_2\rangle + d|V_1\rangle|V_2\rangle, \quad (3б)$$

\*E-mail: sergei.kulik@gmail.com

в зависимости от выбора типа пространственного синхронизма и конфигурации нелинейных ( $\chi^{(2)} \neq 0$ ) кристаллов. Поляризационные состояния в правых частях формул (3) получаются однократным действием операторов рождения в поляризационных модах  $H_{1,2}$  и  $V_{1,2}$  на вакуумное состояние, например,  $|H_1\rangle = a_1^\dagger|0\rangle$ ,  $|V_2\rangle = b_2^\dagger|0\rangle$  и т. д.

Существует несколько способов получения состояний вида (3). При использовании частотно-вырожденного синхронизма типа II (сигнальный и холостой фотоны имеют ортогональные поляризации) ориентация кристалла выбирается так, чтобы в определенных направлениях излучались коррелированные фотоны обеих поляризаций. Так, коллинеарный режим СПР с последующим разделением пространственных мод светоделителем был предложен в работе [1], а неколлинеарный — в работе [2]. Синхронизм типа I, когда фотоны имеют одинаковые поляризации, позволяет генерировать состояния (3б), если используются два ортогонально ориентированных одинаковых кристалла [3]. Размещение двух кристаллов в разных плечах интерферометра Маха–Цандера, что физически эквивалентно схеме [3], предложено в работе [4]. Схема с двукратным прохождением накачки через один кристалл при частотно-вырожденном неколлинеарном режиме СПР рассматривалась в работе [5]. Состояния вида (3б) получались за счет совмещения пространственных мод бифотонного поля, рожденных на разных проходах, с помощью зеркала. Поворот поляризации на  $90^\circ$  бифотонов, рожденных на первом проходе, достигался последовательным преобразованием: пластинка  $\lambda/4$ –зеркало–пластинка  $\lambda/4$ . Впоследствии упомянутые схемы неоднократно модифицировались и использовались в ряде протоколов квантовой информации и квантовой связи, а также для генерации новых классов двухфотонных перепутанных состояний — таких как аналог «скалярного света» [6], кластерных и «гиперперепутанных» состояний [7].

Наиболее общая волновая функция пары фотонов, описывающая их поляризационное состояние, представляет собой так называемый кукварт (ququart) или вектор-состояние, принадлежащий четырехмерному гильбертову пространству:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= c_1|1\rangle + c_2|2\rangle + c_3|3\rangle + c_4|4\rangle = \\ &= c_1|H_1H_2\rangle + c_2|H_1V_2\rangle + c_3|V_1H_2\rangle + c_4|V_1V_2\rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

Индексы при поляризационных состояниях отвечают за внешние степени свободы поля — частоты или направления распространения. Очевидно, что состояния (3) представляют частный случай (4).

Частотно-невырожденный режим СПР дает возможность получения так называемых частотно-поляризационных перепутанных состояний. Такой режим удобен тем, что коррелированные фотоны распространяются в одном направлении, следовательно, перепутывание можно передать из одной пространственной точки в другую по одному каналу [8, 9], что требуется в квантовой связи, например, при квантовой телепортации [10]. При этом формально вид состояний (3) не меняется: индексы «1», «2» теперь относятся к разным частотным модам. Последовательное описание поляризационных свойств пространственно-временных многомодовых квантовых световых полей было выполнено в работах Карасева [11, 12]. Кукварты на основе частотно-невырожденных бифотонов и их возможное использование в квантовой связи исследовались в серии работ [13–17].

В последнее время большое внимание уделяется задачам о достижении полного контроля над квантовым состоянием (4)<sup>1</sup>. Фактически речь идет о создании универсального источника пар фотонов, в котором комплексные амплитуды  $c_i$  управлялись бы экспериментатором, в зависимости от решаемой задачи. Например, для источника перепутанных состояний (3а) пар фотонов задача сводится к контролю над степенью перепутывания, которую можно определить, согласно [18], через коэффициенты  $c_2$  и  $c_3$  ( $c_1 = c_4 = 0$ ):

$$c_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + |\varepsilon|^2}}, \quad c_3 = \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + |\varepsilon|^2}}. \quad (5)$$

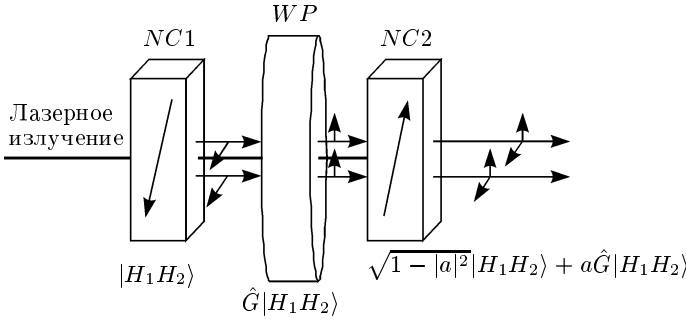
Состояние является максимально перепутанным, если  $\varepsilon = 1$ , и факторизованным, если  $\varepsilon = 0$ .

В более общем (невырожденном) случае, когда все коэффициенты  $c_i$  в разложении (4) отличны от нуля, удобной мерой перепутывания служит величина  $C$ , введенная Вутерсом [19, 20]:

$$C = 2|c_2c_3 - c_1c_4|, \quad 0 \leq C \leq 1. \quad (6)$$

В настоящей работе рассматривается новый источник перепутанных пар фотонов, невырожденных по частоте. Контроль над степенью перепутывания (6) осуществляется путем управления спектром бифотонного поля, что можно осуществить несколькими способами, в зависимости от выбора параметров задачи. Одним из стимулов выполненных экспериментов послужило недавнее сообщение о наблюдении высокой степени перепутывания пар фотонов,

<sup>1</sup> Такие задачи принято объединять термином «quantum state engineering».



**Рис. 1.** Схема, иллюстрирующая идею метода генерации поляризационно-частотных перепутанных двухфотонных состояний.  $NC1$ ,  $NC2$  — два одинаковых нелинейных кристалла,  $WP$  — поляризационный преобразователь

которые генерировались в полидоменных кристаллах дигидрофосфата калия [21]. Рассматриваемая в данной статье модель, по-видимому, является базовой для объяснения ряда особенностей эффекта, прежде всего, спектральной зависимости степени перепутывания.

## 2. ИДЕЯ МЕТОДА

Пусть пучок лазерной накачки  $(\mathbf{k}_p, \omega_p)$  проходит через два одинаково ориентированных кристалла толщиной  $L$ . Поместим в зазор между кристаллами пластинку  $WP$  из анизотропного материала, например, кристаллического кварца, ориентированную под углом  $45^\circ$  к плоскости, содержащей оптические оси кристаллов (рис. 1). Кристаллы ориентированы так, что в каждом из них возбуждается СПР в коллинеарном частотно-невырожденном режиме и состояние бифотонов оказывается, например,  $|H_1H_2\rangle$  (нижние индексы относятся к центральным частотам в спектре сигнального и холостого излучения). Однако бифотоны, родившиеся в первом кристалле, испытывают поляризационное  $SU(2)$ -преобразование в пластинке:

$$\hat{G} \equiv \hat{G}_1 \otimes \hat{G}_2 = \begin{pmatrix} t_1 & r_1 \\ -r_1^* & t_1^* \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} t_2 & r_2 \\ -r_2^* & t_2^* \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Коэффициенты  $t_{1,2}$  и  $r_{1,2}$  определяются оптической толщиной

$$\delta_{1,2} = \pi(n_o^{1,2} - n_e^{1,2})l/\lambda_{1,2}$$

и ориентацией  $\chi$  пластинки:

$$t_{1,2} = \cos \delta_{1,2} + i \sin \delta_{1,2} \cos 2\chi \xrightarrow{\chi=45^\circ} \cos \delta_{1,2}, \quad (8a)$$

$$r_{1,2} = i \sin \delta_{1,2} \sin 2\chi \xrightarrow{\chi=45^\circ} i \sin \delta_{1,2}. \quad (8б)$$

После пластинки-преобразователя состояние остается факторизованным: его поляризационное представление имеет вид  $|\Psi_{ph}\rangle = |P(\lambda_1)P(\lambda_2)\rangle$ .

На выходе системы из двух кристаллов поляризационное состояние двухфотонного поля имеет вид

$$|\Psi\rangle = \sqrt{1 - |a|^2} |H_1H_2\rangle + a\Psi_{ph}. \quad (9)$$

Комплексный коэффициент  $a$  возникает из-за поляризационного преобразования  $\hat{G}_1$ , осуществляемого пластинкой над классическим полем накачки. Его учет в виде нормировочного множителя необходим, поскольку только вертикально поляризованная компонента накачки дает вклад в СПР.

Состояние (9) может быть выражено в терминах невырожденного разложения (4) или кварцита, причем в общем случае оно является перепутанным. Действительно, нетрудно заметить, что для тех длин волн  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ , на которых пластинка является «полуволновой», т. е.

$$\delta_1 = \delta_2 = \frac{\pi}{2}, \quad (10)$$

итоговое состояние окажется следующим:

$$|\Psi\rangle = \sqrt{1 - |a|^2} |H_1H_2\rangle + a|V_1V_2\rangle, \quad (11)$$

и при выполнении условия

$$a = \exp\{i\varphi\} \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (12a)$$

состояние становится максимально перепутанным. Условие (12a) достигается выбором толщины пластинки

$$\delta_p = \pi(n_o^p - n_e^p)l/\lambda_p = \pi m, \quad m = 1, 2, \dots, \quad (12б)$$

при которой она становится «волновой» на длине волны накачки. Таким образом, максимально перепутанное состояние в рассматриваемой схеме получается, когда, во-первых, поляризация всех спектральных компонент бифотонов, родившихся в первом кристалле, преобразуется в ортогональную и, во-вторых, образуется равновесная суперпозиция вкладов  $|H_1H_2\rangle$  и  $|V_1V_2\rangle$ . Если же хотя бы одно из условий (10), (12a) нарушается, двухфотонное состояние оказывается немаксимально перепутанным с промежуточным (между нулем и единицей) значением мер  $\varepsilon$ ,  $C$  и др.<sup>2)</sup>

<sup>2)</sup> Существует несколько других мер перепутывания, таких как энтропия, число Шмидта, параметр Федорова, однако в данной работе преимущественно будет рассматриваться параметр  $C$ .

Для пластинки с фиксированной толщиной  $l$  условие (126) однозначно задает коэффициент  $a$  в формулах (9), (11). Таким образом, единственным свободным параметром, определяющим вид (9), остается оптическая толщина  $\delta(\lambda_{1,2})$ , которая зависит от длины волны явно. Кроме того, слабая неявная зависимость проявляется за счет дисперсии двулучепреломления  $n_o^{1,2} - n_e^{1,2} = \Delta n(\lambda_{1,2})$ . Поляризационное преобразование, осуществляемое пластинкой, удобно рассматривать в терминах ее «поляризационного спектра». Операционально такие спектры получались бы, если широкополосный пучок света пропускаться бы через систему вертикальный поляризатор – пластинка, установленная под углом  $45^\circ$  к вертикали – вертикальный поляризатор. В этом случае зависимость интенсивности прошедшего света от длины волны, как следует из (8), имела бы вид

$$I_{1,2} = (\cos \delta_{1,2})^2 \quad (13)$$

с характерным периодом  $\Delta\lambda_P \approx \lambda^2/\Delta nl$ . Следовательно, в задаче возникает два спектральных параметра: ширина спектра бифотонов  $\Delta\lambda_{biphoton}$  и  $\Delta\lambda_P$ . Известно [22], что  $\Delta\lambda_{biphoton}$  в невырожденном режиме зависит от дисперсии групповых скоростей сигнального и холостого фотонов

$$I_{biphoton} \approx \left| \frac{\sin(DL\Omega)}{DL\Omega} \right|^2,$$

где  $L$  — длина кристалла,

$$\Omega = \frac{\omega_p}{2} - \omega_1 = \omega_2 - \frac{\omega_p}{2},$$

$$D = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} = \frac{\partial k_1}{\partial \omega_1} - \frac{\partial k_2}{\partial \omega_2},$$

так что  $\Delta\lambda_{biphoton} \approx 2\pi\lambda^2/cDL$ . Соотношение между  $\Delta\lambda_{biphoton}$  и  $\Delta\lambda_P$  определяет наблюдаемые особенности поляризационных эффектов в рассматриваемой схеме.

1.  $\Delta\lambda_{biphoton} \ll \Delta\lambda_P$ . Все спектральные компоненты бифотонов испытывают одинаковые поляризационные преобразования — типичный для квантовой оптики случай так называемых «одномодовых» преобразований. Варьирование степени перепутывания возможно при изменении ориентации кристалла за счет перестройки центральных частот в спектре бифотонов.

2.  $\Delta\lambda_{biphoton} \gg \Delta\lambda_P$ . Соответствие так называемому «многомодовому» поляризационному преобразованию. В этом случае при высоком спектральном разрешении регистрирующей аппаратуры возможна смена поляризационного состояния бифото-

на-куварта при сканировании частоты в пределах  $\Delta\lambda_{biphoton}$  и неизменной ориентации кристалла.

3.  $\Delta\lambda_{biphoton} \approx \Delta\lambda_P$  — промежуточный случай.

В работе экспериментально были реализованы и исследованы все три режима. Три перечисленных случая иллюстрируются на рис. 2, где приведены измеренные спектральные распределения бифотонного поля и поляризационные спектры использовавшихся кварцевых пластин.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТ

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 3. Использовались два кристалла йодата лития ( $\text{LiIO}_3$ ) длиной 10 мм каждый, вырезанные под частотно-вырожденный коллинеарный синхронизм I типа. Выбор центральных частот  $\omega_1, \omega_2$  ( $\omega_1 + \omega_2 = \omega_p$ ) в спектрах сигнального и холостого излучений осуществлялся небольшим наклоном кристалла по отношению к направлению распространения излучения накачки. Кристаллы располагались так, что их оптические оси были ориентированы антипараллельно (см. ниже). Излучение непрерывного аргонового лазера на длине волны 351 нм направлялось в оптический тракт установки посредством поворотной призмы ( $P$ ) и пары зеркал ( $M1$  и  $M2$ ). Призма Глана–Томпсона ( $V$ ) выделяла вертикальную составляющую поляризации накачки так, что в обоих кристаллах генерировалось одинаковое поляризационное состояние вида  $|H_1 H_2\rangle$ . Между кристаллами помещались кварцевые пластинки ( $WP$ ) различной толщины, вырезанные параллельно оптической оси и повернутые на угол  $\chi = 45^\circ$  относительно вертикали. Пластинки осуществляли поляризационное преобразование состояний бифотонов, родившихся в первом кристалле. После второго кристалла находилось УФ-зеркало ( $UVM$ ), которое отсекало излучение накачки. Далее помещался дополнительный кристалл  $\text{LiIO}_3$  такой же длины, как и первые два, который служил для компенсации эффекта пространственного сноса пучка бифотонов (см. ниже).

Для восстановления матрицы плотности использовался корневой метод статистического восстановления квантовых состояний, предложенный Богдановым [23, 24] и апробированный ранее на модельных состояниях бифотонов-кувартов [13, 15]. При этом неизвестное состояние, выходящее из образца, подвергается набору унитарных поляризационных преобразований и проекционных измерений. Заданные поляризационные преобразования выполнялись при помощи пары пластинок известной толщи-

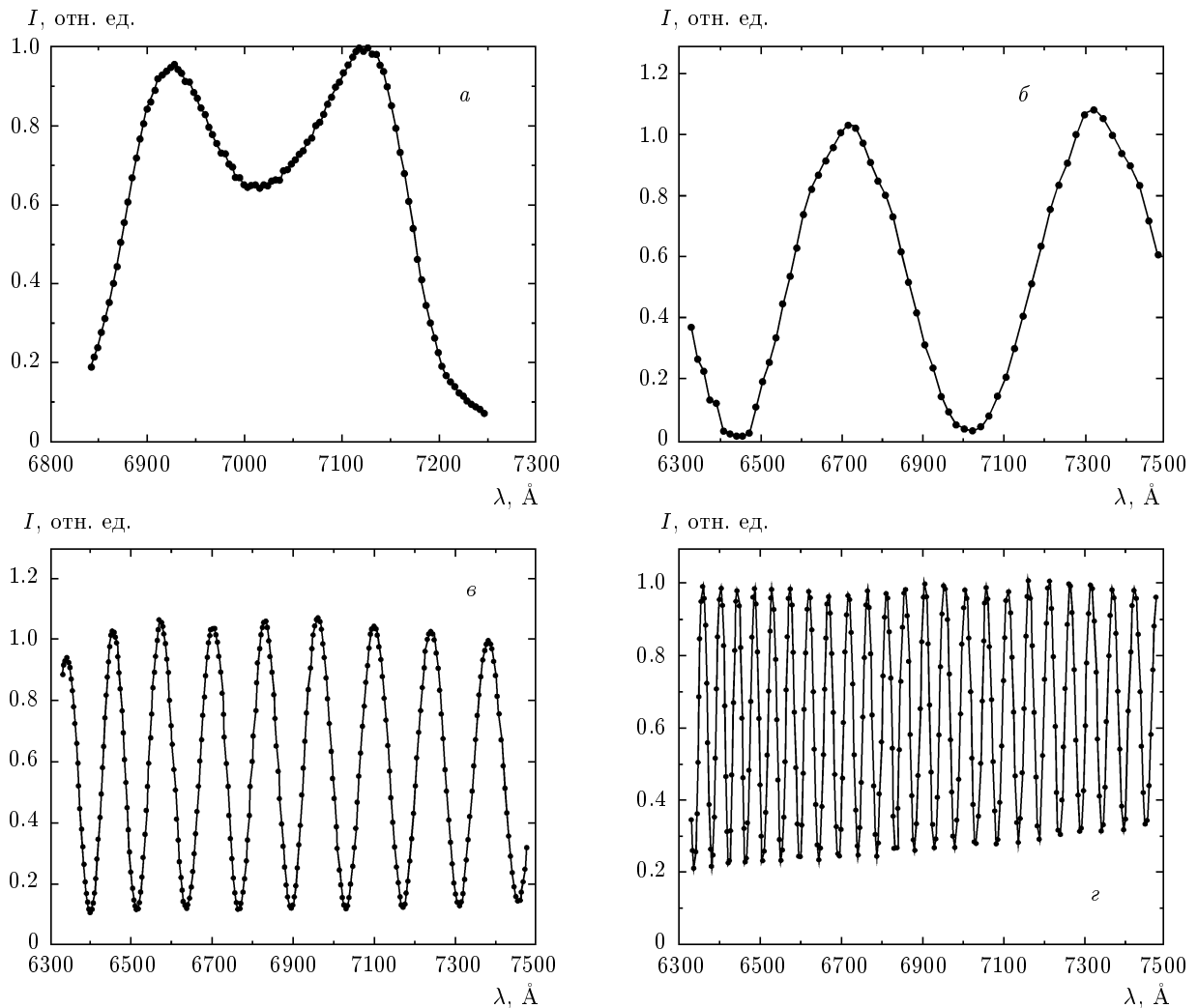


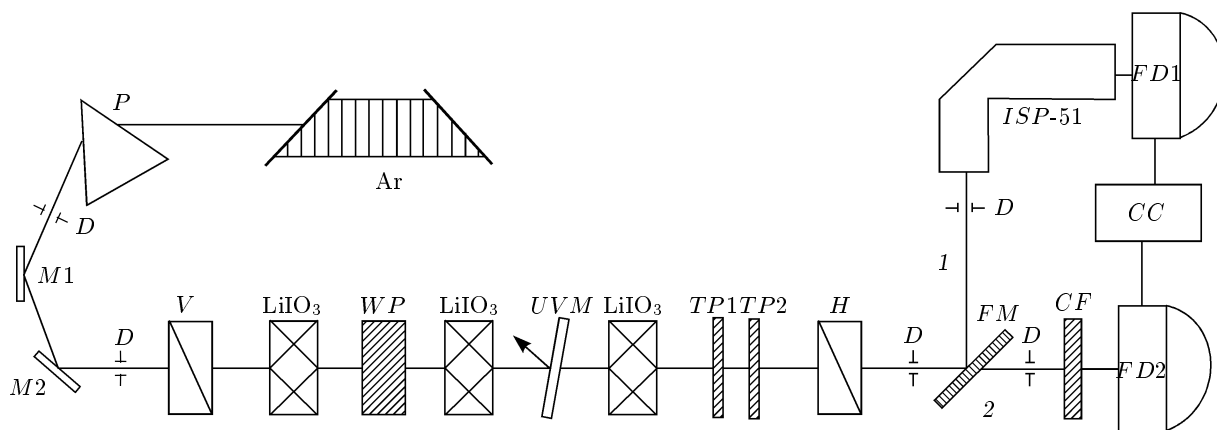
Рис. 2. Спектральные зависимости интенсивности, иллюстрирующие основные режимы, исследованные в работе.  $a$  — спектр квазиневырожденного по частоте бифотонного поля;  $б-г$  — поляризационные спектры кварцевых (кристаллических) пластин для  $l = 0.820$  ( $б$ ),  $3.725$  ( $в$ ),  $10.06$  ( $г$ ) мм

ны, вырезанных из кристаллического кварца ( $TP1$  и  $TP2$ ). Затем преобразованное состояние проецировалось на состояние с горизонтальной поляризацией при помощи призмы Глана–Томпсона ( $H$ ), после чего сигнальные и холостые фотоны разделялись полупрозрачным зеркалом ( $FM$ ) и направлялись в два канала схемы Брауна–Твисса. Система регистрации собрана на основе лавинных фотодиодов  $FD1$  и  $FD2$ , работающих в счетном режиме.

Измерительная схема фиксирует число отсчетов  $R_{1,2}$  детекторов за фиксированное время  $T$ , пропорциональное средней интенсивности света с горизонтальной поляризацией  $R_1 \propto \langle I_1 \rangle$ ,  $R_2 \propto \langle I_2 \rangle$ , а также коррелятор интенсивностей, пропорциональный числу совпадений фотоотсчетов  $R_c \propto \langle I_1 I_2 \rangle$ . Про-

водя измерение  $R_c$  при различных положениях пластинок, можно восстановить неизвестное состояние, возникающее на выходе образца. При этом число состояний, задаваемых ориентациями пластинок  $TP1$  и  $TP2$ , должно быть не менее  $2K - 2$ , где  $K = 4$  — размерность гильбертова пространства для системы из двух поляризационных кубитов, представляющих собой бифотон. Для повышения точности статистического восстановления состояний предпочтительнее использовать избыточное число измерений, т. е. большее число промежуточных состояний.

Пластинки из кристаллического кварца были вырезаны в плоскости, содержащей оптическую ось. Толщина первой ( $TP1$ ) составляла 537 мкм, второй ( $TP2$ ) — 439 мкм. Углы поворота пластинок выбира-



**Рис. 3.** Схема экспериментальной установки. Ar — аргоновый лазер, работающий на длине волны 351 нм; P — поворотная призма; D — диафрагмы; M1 и M2 — поворотные зеркала; V — призма Глана–Томпсона, выделяющая вертикальную компоненту поляризации излучения накачки; LiIO<sub>3</sub> — кристалл йодата лития; WP — кварцевая пластинка; UVM — ультрафиолетовое зеркало; TP1 и TP2 — томографические пластинки из кристаллического кварца толщиной соответственно 537 мкм и 439 мкм; H — призма Глана–Томпсона, выделяющая горизонтальную составляющую бифотонного излучения; FM — полупрозрачное зеркало; CF — отсекающий фильтр серии КС; ISP-51 — спектрограф; FD1 и FD2 — лавинные фотодиоды; CC — схема совпадений

лись из соображений обеспечения избыточной статистики для более точного восстановления состояния. Так, для пластинки TP1 значения углов поворота составляли  $\alpha = 0, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ , а пластинка TP2 совершала полный поворот  $0 \leq \beta \leq 360^\circ$  через каждые  $10^\circ$ . Таким образом, серия измерений включала 148 различных комбинаций ориентации пластинок TP1 и TP2.

В канале (1) с помощью спектрографа ИСП-51 проводилась частотная селекция заданной спектральной моды излучения СПР, затем излучение регистрировалось лавинным фотодиодом FD1. В канале (2) перед лавинным фотодиодом FD2 располагался лишь широкополосный фильтр CF серии КС и таким образом детектор регистрировал широкий частотный спектр<sup>3)</sup>. Импульсы с детекторов поступали на дискриминатор-формирователь. Система регистрации сигналов позволяла проводить сканирование по задержке с шагом 1 нс импульсов, поступающих с обоих детекторов при помощи электронной линии задержки, через которую импульсы поступали на схему совпадений CC, с временным разрешением около 5 нс. Количество импульсов за время T

регистрировалось счетчиками, в дальнейшем проводилась статистическая обработка зарегистрированных событий.

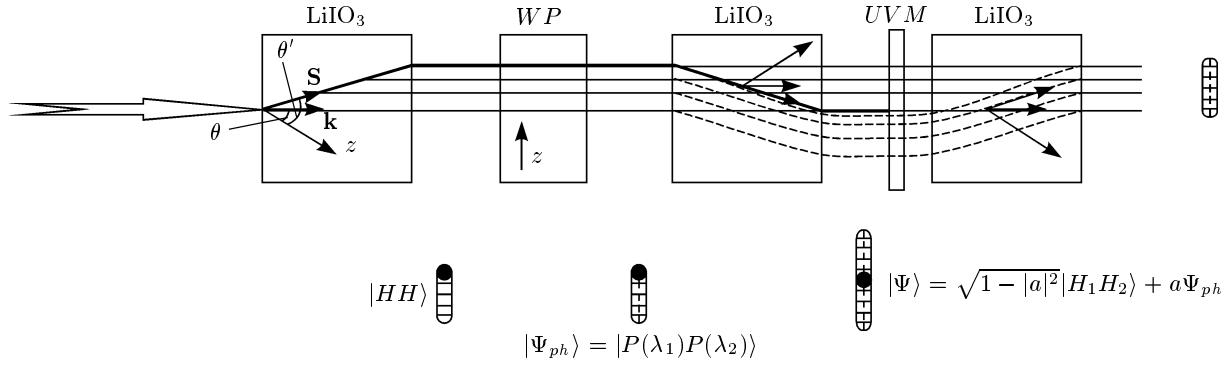
#### 4. КОМПЕНСАЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СНОСА ПУЧКОВ

При анализе схем, в которых приготавливаются перепутанные состояния, важную роль играет учет перекрытия пространственно-временных вкладов в волновую функцию. Потеря контроля над перекрытием компонент приводит к эффективному увеличению числа степеней свободы и выходу за рамки выбранной размерности гильбертова пространства. В эксперименте это ведет к усреднению наблюдаемого состояния по «лишним» степеням свободы и проявляется при измерениях в виде смешанного состояния. Так, «различимость» пары фотонов по любому параметру, кроме поляризационного, приводит к переходу от кутрита к кукварту за счет снятия вырождения по индексам «1» и «2»:

$$c'_1|HH\rangle + c'_2|HV\rangle + c'_2|VV\rangle \rightarrow c_1|H_1H_2\rangle + c_1|H_1V_2\rangle + c_1|V_1H_2\rangle + c_1|V_1V_2\rangle. \quad (14)$$

Другой пример — необходимость введения компенсаторов групповых задержек при генерации состояния Белла от двух кристаллов с синхронизмом типа I и импульсной накачке [8] или компенсаторов по-

<sup>3)</sup> Выбор такого режима измерения оправдывался тем, что частотную перестройку можно осуществлять только в одном канале (содержащем спектрограф). Вклад в совпадения фотоотсчетов давали лишь частотно-сопряженные моды  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_p \equiv \text{const}$ , что обеспечивалось автоматически при широкополосной регистрации во втором канале.



**Рис. 4.** Схема, иллюстрирующая пространственный снос пучков при СПР и его компенсацию.  $\text{LiIO}_3$  — нелинейные кристаллы: первые два служат для генерации бифотонов с горизонтальной поляризацией, последний — для компенсации сноса;  $WP$  — кварцевая пластинка, осуществляющая поляризационные преобразования над бифотонами и накачкой;  $UVM$  — фильтр, отсекающий излучение на длине волны накачки.  $\theta, \theta'$  — углы, между волновым вектором ( $\mathbf{k}$ ), вектором Умова – Пойтинга ( $\mathbf{S}$ ) и оптической осью кристаллов ( $z$ ). Штриховые линии — ход лучей при сносе во втором кристалле и его компенсация при помощи третьего кристалла. В нижней части рисунка показаны сечения пространственных областей, занимаемые бифотонами и накачкой в плоскости, перпендикулярной рисунку: горизонтальные и пунктирные вертикальные линии соответствуют горизонтальной (исходной) и вертикальной поляризациям бифотонов, кружки — сечения пучка накачки

перечного сноса при использовании кристалла типа II [2, 9].

Рассмотрим процесс генерации и распространения бифотонов через последовательность анизотропных кристаллов — как линейных (кварцевые пластинки), так и нелинейных (кристаллы  $\text{LiIO}_3$ ). Луч накачки с вертикальной поляризацией является необыкновенной волной для кристалла  $\text{LiIO}_3$ , поэтому направление распространения фронта  $\mathbf{k}_p$  не совпадает с вектором распространения энергии  $\mathbf{S}_p$  (рис. 4). Если оптическая ось кристалла образует с волновым вектором угол  $\theta$ , а с вектором Пойтинга угол  $\theta'$ , то связь между этими углами дается формулой [25]

$$\text{tg } \theta' = \frac{n_o^2}{n_e^2} \text{tg } \theta. \quad (15)$$

Бифотоны с обыкновенной поляризацией генерируются на всем пути распространения пучка накачки в кристалле, и в силу условий синхронизма  $\mathbf{S}_{1,2} \parallel \mathbf{k}_p$ . Таким образом, пространственная область, в которой локализовано бифотонное поле на выходе из первого кристалла, определяется как размерами поперечного сечения пучка накачки, так и углом ее сноса (15). В преобразующей фазовой пластинке поляризация бифотонного излучения изменяется и в общем случае возникает как вертикальная, так и горизонтальная составляющие. При распространении через второй кристалл луч накачки отклоняется в противоположную сторону, поскольку второй кристалл

ориентирован так, что его ось антипараллельна оси первого кристалла. Процесс генерации бифотонов происходит аналогично процессу в первом кристалле. Поскольку бифотоны, рожденные в первом кристалле, также проходят через второй кристалл, горизонтально поляризованная составляющая пучка не изменяется, а вертикально поляризованная составляющая отклоняется так же, как и луч накачки. Таким образом, после двух кристаллов имеется некоторая область перекрытия бифотонных полей, излученных из первого и второго кристаллов. С целью максимального перекрытия этих областей после УФ-зеркала помещается третий кристалл, такой же длины, как и два предыдущих, и который ориентирован так же, как и первый. В этом случае обе пространственные области, занимаемые бифотонами, излученными из первого и второго кристаллов, будут совпадать. Следовательно, отпадает необходимость выделения перекрывающейся части диафрагмами и перепутанное состояние будет генерироваться максимально эффективно.

Заметим, что в известной схеме генерации перепутанных состояний использование двух ортогонально ориентированных кристаллов с синхронизмом типа I [3] не решает проблему поперечного сноса. Размещением дополнительных компенсаторов удастся лишь симметризовать конфигурацию двух пространственных областей [9], но не совместить их полностью!

### 5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

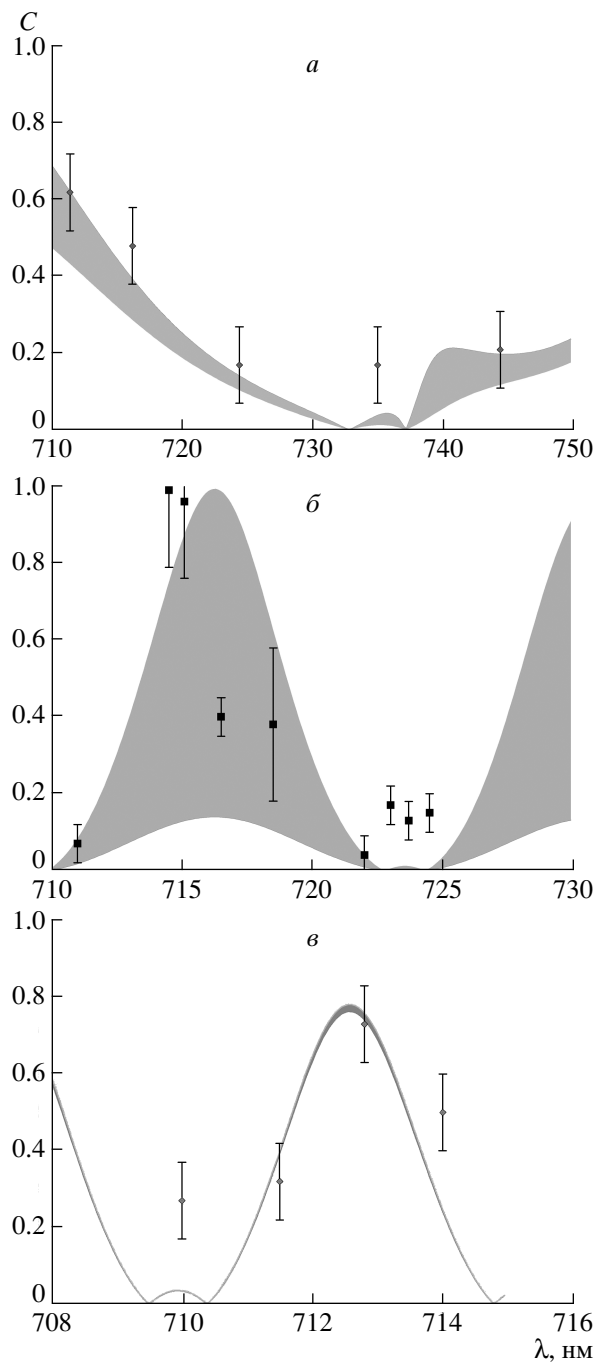
Критерием сравнения экспериментов с компенсационной схемой и без являлся параметр  $F$  (fidelity), который для чистых состояний принимает вид

$$F_{pure} = |\langle \Psi_{th} | \Psi_{exp} \rangle|^2. \quad (16)$$

Как видно из таблицы, для экспериментов с установленным третьим (компенсационным) кристаллом параметр  $F$  больше, что свидетельствует о лучшем совпадении расчетных и экспериментальных (восстановленных) состояний. Действительно, как отмечалось выше, неполная компенсация пространственного сноса пучков проявляется в виде смеси искомого состояния с дополнительными, а процедура восстановления проводилась в предположении чистоты состояний.

Для оценки зависимости степени перепутывания от длины волны процедура статистического восстановления состояния проводилась в разных участках спектра как при смене ориентации кристаллов (условия 1 и 3 разд. 2), так и при фиксированной ориентации (условие 2). Длины волн подбирались так, чтобы охватить один или несколько теоретически рассчитанных периодов изменения степени перепутывания. Как следует из рис. 2, чем толще преобразующая пластинка  $QP$ , тем меньше период изменения степени перепутывания как функции длины волны  $C(\lambda)$ . На рис. 5 *a, б* приводятся графики изменения величины  $C$  для случая, когда между кристаллами стоят пластинки толщиной соответственно 820 мкм и 3725 мкм. Для таких (относительно тонких) пластинок изменение параметра  $C$  возможно лишь при изменении ориентации кристаллов. Это, очевидно, не очень удобно с экспериментальной точки зрения, поскольку условие пространственного синхронизма для выбранного спектрального диапазона чрезвычайно чувствительно к ориентации и трудно достигнуть хорошей воспроизводимости результатов.

Используя более толстую пластинку, можно варьировать степень перепутывания в более узком диапазоне длин волн, поскольку поляризационные свойства пластинки быстро меняются с изменением длины волны (рис. 2*г*). Это дает возможность управлять параметром  $C$ , выбирая длину волны бифотонного излучения при фиксированной ориентации кристалла («постселекция»). Для этого необходимо подобрать оптическую толщину пластинки так, чтобы период изменения  $C$  был значительно меньше ширины спектра СПР. С этой целью в эксперименте использовалась кварцевая пластинка толщиной 10.06 мм с характерным периодом изменения поля-



**Рис. 5.** Зависимости параметра перепутывания  $C$  от длины волны для разной оптической толщины пластинки-преобразователя: *a* —  $l = 820$  мкм (условие 1:  $\Delta\lambda_{biphoton} \ll \Delta\lambda_P$ ), *б* —  $l = 3725$  мкм (условие 3:  $\Delta\lambda_{biphoton} \approx \Delta\lambda_P$ ), *в* —  $l = 10060$  мкм (условие 2:  $\Delta\lambda_{biphoton} \gg \Delta\lambda_P$ ). Серым тоном выделены области, неконтролируемые в эксперименте



Таблица. Результаты вычисления  $F$  для разных длин волн для пластинки толщиной  $l = 3.725$  мм

Длина волны $\lambda_1$ , нм	711.0	714.5	715.1	723.7	724.5
$F$ без компенсации	0.86	0.81	0.68	0.93	0.89
$F$ с компенсацией	0.95	0.93	0.78	0.99	0.98

ризационного спектра около 5 нм (рис. 2а). Такая ситуация отвечает условию 2 (разд. 2). В этом случае требуется высокое спектральное разрешение для точного выделения частотных мод, а также необходимо проводить пространственную селекцию излучения. Однако возникает существенная трудность при расчетах поляризационных преобразований, поскольку результат сильно зависит от оптической толщины преобразователя: необходимо знать как геометрическую толщину пластинки, так и ее показатели преломления. Например, погрешность в пятом знаке показателя преломления приводит к набегу фаз  $\pi/2$  при толщине  $l \approx 10$  мм. Измерение же геометрической толщины пластинки должно быть выполнено с точностью до  $10^{-5}$  см, что представляет определенную экспериментальную проблему — такую точность обеспечивают лишь интерферометрические методы, которые, в свою очередь, требуют знания показателей преломления. В конечном счете, точность определения оптической толщины кварцевых пластинок была основным фактором при сравнении экспериментальных и расчетных спектральных зависимостей.

Серым тоном на рис. 5 показаны те области, которые дает расчет при варьировании параметров преобразователей в указанных пределах, а также при учете неточности установки угла поворота пластинки до 1%. Эти области фактически были вне экспериментальных возможностей контроля параметров установки. Их площадь определялась как неточностью задаваемых параметров (ориентации и оптической толщины пластинок), так и неустойчивостью процедуры статистического восстановления состояний к этим параметрам [26]. Так, относительно большая площадь на рис. 5б, по-видимому, связана с тем, что на всех парах сопряженных длин волн пластинка  $l = 3.725$  мм близка к волновой и спектр собственных значений аппаратной матрицы в процедуре восстановления состояния становится вырожденным.

Обратим внимание на расхождение экспериментальных и теоретических значений для малых значений величины  $C$ . Этот факт мы связываем с неадекватным соответствием меры  $C$  «количеству пере-

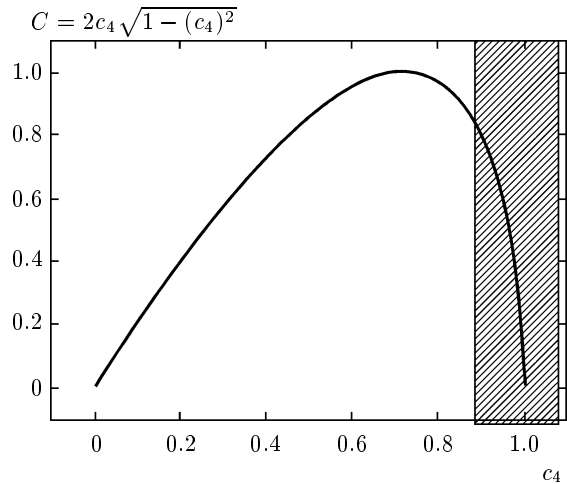


Рис. 6. Зависимость параметра перепутывания  $C$  от действительной амплитуды  $c_4$  при  $c_2 = c_3 = 0$ . Заштрихована область резкого изменения  $C$  вблизи больших амплитуд  $c_4 \approx 1$

путывания» вблизи ее экстремальных значений (0 и 1). Например, предположим, что в формуле (4)  $c_2 = c_3 = 0$ , а  $c_1, c_4$  — действительные величины. Условие нормировки дает одну независимую амплитуду  $c_4^2 = 1 - c_1^2$  и слагаемое  $c_1 c_4$ , входящее в определение (6), резко меняется вблизи нуля при  $c_4 \approx 1$  (рис. 6). Таким образом, если одна из амплитуд  $c_1, c_4$  много больше другой<sup>4</sup>), то ошибка в определении этой компоненты будет приводить к существенному разбросу параметра  $C$  при малых его значениях (т. е. порядка  $10^{-1}$ ).

Дополнительным источником ошибок, приводящих к увеличению статистического разброса данных, приведенных на рис. 5, служила нестабильность мощности лазера, флуктуировавшей за время экспозиции. Каждая точка на рис. 5 представляет собой результат статистического восстановления состояния, проведенного по 148 измерениям (см. выше). Общее время, затрачиваемое на полное измере-

<sup>4</sup>) Это соответствует преобладающему вкладу одной поляризационной компоненты ( $|V_1 V_2\rangle$ ) в разложении (4) и приводит к состоянию, близкому к факторизованному.

ние для пары фиксированных длин волн, составляло около 50 мин, а характерное время стабильной работы лазера было около 20 мин. Снятие же полной спектральной зависимости требовало нескольких часов постоянной работы установки. За это время происходило усреднение всех флуктуаций мощности накачки, а также температуры кристаллов и кварцевых пластин, что приводило к росту статистических ошибок. Выбор такого времени экспозиции диктовался компромиссом между общим оптимальным числом зарегистрированных событий — совпадений фотоотсчетов — (порядка  $10^4$ ) [13, 24] и характерным временным масштабом аппаратных флуктуаций установки (20 мин).

Заметим, что СПР из двух нелинейных кристаллов, с (анти)параллельными оптическими осями должно сопровождаться интерференцией второго по полю порядка [27–29]. Этот эффект проявляется в виде пространственной и частотной модуляций интенсивности бифотонного поля  $R_{1,2}$ , что в некоторых случаях расценивается как препятствие при анализе моментов четвертого порядка, поскольку дает дополнительную модуляцию совпадений фотоотсчетов  $R_c$ . Однако в нашем случае восстанавливалась вся волновая функция (4) и процессы интерференции моментов второго и четвертого порядков можно было анализировать независимо. Отметим лишь, что интерференция второго порядка отчетливо проявлялась в полученных спектрах в соответствии с условиями, сформулированными ранее в работах [27–29].

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение хочется обратить внимание, что исследованный в работе эффект, по-видимому, имеет ту же физическую природу, что и наблюдаемые «аномалии» степени перепутывания в полидоменных кристаллах дигидрофосфата калия, обнаруженные в работе [21] — параметр  $C$  достигал значения 0.8! Из соображений симметрии было известно, что в каждом домене могли генерироваться бифотоны с одинаковыми поляризациями — случай, рассматривающийся в настоящей работе. При дальнейшем распространении бифотоны испытывали поляризационные преобразования и на выходе образца возникала когерентная суперпозиция двухфотонных полей с разными состояниями поляризации. Из-за дисперсии и сложной пространственной структуры образца поляризационные преобразования сильно

зависят от длины волны и, как следствие, степень поляризации должна зависеть от соотношения между спектральным составом бифотонов и характерным «спектральным масштабом» неоднородной среды. Такие эксперименты еще не были выполнены — результаты работы [21] ограничивались измерением параметра  $C$  на паре фиксированных (сопряженных) длин волн. Вместе с тем, на сильную спектральную зависимость поляризационных свойств полидоменных сегнетоэлектриков обращалось внимание в ряде экспериментальных работ, в которых исследовалось как упругое [30], так и неупругое рассеяние света [31]. Из приведенных выше результатов очевидно, что модель поляризационных преобразований в (сильно) диспергирующей среде должна лечь в основу теоретических расчетов распространения/генерации двухфотонного поля в пространственно-неоднородных средах, включая природные полидоменные сегнетоэлектрики ( $\chi^{(2)} \neq 0$ ) [29, 31, 32] и оптические волокна ( $\chi^{(3)} \neq 0$ ) [33, 34].

Авторы выражают благодарность Е. В. Моревой, А. Н. Пенину и П. А. Прудковскому за обсуждение результатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 08-02-00741-а, 06-02-39015-ГФЕН-а, 06-02-16769-а), а также Программы поддержки ведущих научных школ (грант НШ-796.2008.2). Экспериментальные результаты были получены в МГУ благодаря поддержке визита Д. А. К. РФФИ (грант № 07-02-90800-моб\_ст).

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. V. Sergienko, Y. H. Shih, and M. Rubin, *J. Opt. Soc. Amer. B* **40**, 859 (1993).
2. P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A. V. Sergienko, and Y. H. Shih, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4337 (1995).
3. P. G. Kwiat, E. Waks, A. G. White, I. Appelbaum, and P. H. Eberhard, *Phys. Rev. A* **60**, R773 (1999).
4. А. В. Бурлаков, Д. Н. Клышко, С. П. Кулик, М. В. Чехова, *Письма в ЖЭТФ* **69**, 788 (1999).
5. G. M. D'Ariano, P. Mataloni, and M. F. Sacchi, *Phys. Rev. A* **71**, 062337 (2005).
6. А. В. Бурлаков, С. П. Кулик, Ю. О. Рытиков, М. В. Чехова, *ЖЭТФ* **122**, 738 (2002).

7. M. Barbieri, F. De Martini, P. Mataloni, G. Vallone, and A. Cabello, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 140407 (2006); G. Vallone, E. Pomarico, P. Mataloni, F. De Martini, and V. Berardi, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 180502 (2007).
8. Y. Kim, S. P. Kulik, and Y. Shih, *Phys. Rev. A* **63**, 060301 (2001).
9. P. Trojek and H. Weinfurter, arXiv:0804.3799.
10. Y. Kim, S. Kulik, and Y. Shih, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1370 (2001).
11. V. P. Karassiov, *J. Phys. A* **26**, 4345 (1993).
12. В. П. Карасев, С. П. Кулик, *ЖЭТФ* **131**, 37 (2007).
13. Ю. И. Богданов, Р. Ф. Галеев, С. П. Кулик, Г. А. Масленников, Е. В. Морева, *Письма в ЖЭТФ* **82**, 180 (2005).
14. С. П. Кулик, Е. В. Морева, Г. А. Масленников, *ЖЭТФ* **129**, 1 (2006).
15. G. A. Maslennikov, S. P. Kulik, E. V. Moreva, and S. S. Straupe, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 023602 (2006).
16. Yu. I. Bogdanov, R. F. Galeev, G. A. Maslennikov, and E. V. Moreva, *Phys. Rev. A* **73**, 063810 (2006).
17. С. П. Кулик, А. П. Шурупов, *ЖЭТФ* **131**, 842 (2007).
18. A. G. White, D. F. V. James, P. H. Eberhard, and P. G. Kwiat, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3103 (1999).
19. S. Hill and W. Wooters, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 5022 (1997).
20. W. Wooters, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2245 (1998).
21. Д. А. Калашников, В. П. Карасев, С. П. Кулик, А. А. Соловьев, Г. О. Рытиков, *Письма в ЖЭТФ* **87**, 66 (2008).
22. A. V. Belinsky and D. N. Klyshko, *Laser Phys.* **4**, 663 (1994).
23. Ю. И. Богданов, *Основная задача статистического анализа данных: корневой подход*, МИЭТ, Москва (2002).
24. Ю. И. Богданов, *Опт. и спектр.* **96**, 735 (2004).
25. М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков, *Теория волн*, Наука, Москва (1979).
26. E. V. Moreva, Yu. I. Bogdanov, A. K. Gavrichenko, I. Tikhonov, and S. P. Kulik, *Appl. Math. Inf. Sci.*, в печати (2009).
27. Д. Н. Клышко, *ЖЭТФ* **104**, 2676 (1993).
28. A. N. Penin, D. N. Klyshko, S. P. Kulik, M. V. Chekhova, D. V. Strekalov, and Y. H. Shih, *Phys. Rev. A* **56**, 3214 (1997).
29. A. N. Penin, A. V. Burlakov, M. V. Chekhova, D. A. Korystov, Yu. B. Mamaeva, and O. A. Karabutova, *Laser Phys.* **12**, 1 (2002).
30. A. V. Belinsky, G. Kh. Kitaeva, S. P. Kulik, and A. N. Penin, *Phys. Rev. B* **51**, 3362 (1995).
31. R. M. Hill, G. F. Hermann, and S. K. Ichiki, *J. Appl. Phys.* **36**, 3672 (1965).
32. П. А. Прудковский, *Письма в ЖЭТФ* **86**, 741 (2007).
33. L. J. Wang, C. K. Hong, and S. R. Friberg, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **3**, 346 (2001); X. Li, P. L. Voss, J. E. Sharping, and P. Kumar, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 053601 (2005).
34. J. E. Sharping, J. Chen, X. Li, and P. Kumar, *Opt. Express* **12**, 3086 (2004); J. Fulconis, O. Alibart, W. J. Wadsworth, P. St. J. Russell, and J. G. Rarity, *New J. Phys.* **8**, 67 (2006).