

СВЯЗАННЫЕ МНОГОВОЛНОВЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В АПЕРИОДИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ

А. А. Новиков^{a*}, А. С. Чиркин^{b**}

^a *Международный лазерный центр, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119992, Москва, Россия*

^b *Физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119992, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 2 мая 2007 г.

Исследован новый вид связанных нелинейно-оптических взаимодействий, который можно осуществить в кристаллах с аперриодической модуляцией нелинейной восприимчивости. Условие квазисинхронизма реализуется одновременно для нескольких вовлеченных во взаимодействие традиционных трехчастотных процессов благодаря аперриодическому изменению нелинейности в пространстве. Изучен простой способ создания аперриодически поляризованных нелинейно-оптических кристаллов, основанный на методе суперпозиции модуляции нелинейности одновременно несколькими периодическими функциями, каждая из которых по отдельности соответствует своему квазисинхронному нелинейному процессу. Подробно изучена динамика энергообмена при взаимодействии пяти волн с разными частотами, состоящего из трех связанных параметрических трехчастотных процессов. Найдено соотношение между эффективными нелинейными коэффициентами связи волн и амплитудами волн накачек, для которого начальный этап взаимодействия носит характер параметрической неустойчивости. Показано, что вторичное упрошение связанных дифференциальных уравнений с пространственно-модулированными нелинейными коэффициентами, которое приводит их к системе уравнений с постоянными нелинейными коэффициентами, правильно описывает динамику взаимодействия волн на расстояниях около пятидесяти характерных нелинейных длин.

PACS: 42.25.-p, 42.15.Eq, 42.65.-k, 42.79.Nv

1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно [1, 2], для реализации эффективного взаимодействия световых волн в нелинейных кристаллах необходимо выполнение условий фазового синхронизма, для чего традиционно используют двулучепреломляющие кристаллы. В последние два десятилетия в связи с развитием техники создания нелинейно-оптических кристаллов с регулярной доменной структурой (РДС-кристаллов) широкое распространение получили так называемые квазисинхронные взаимодействия, в которых волновая расстройка взаимодействующих волн компенсируется вектором обратной решетки периодически изменяющегося в пространстве нелинейного коэф-

фициента связи волн, обеспечивая тем самым эффективный энергообмен между взаимодействующими волнами [2–4]. Применение квазисинхронных взаимодействий существенно расширяет возможности нелинейной оптики, позволяя использовать наибольшие нелинейные коэффициенты и реализовывать нелинейно-оптические процессы даже тогда, когда условия обычного фазового синхронизма за счет двулучепреломления не могут быть выполнены.

Путем подбора периода изменения нелинейного коэффициента в РДС-кристаллах в геометрии коллинеарного взаимодействия можно осуществить одновременно два связанных волновых процесса — так называемые последовательные взаимодействия (см. обзор [5]). Для этого вектор обратной решетки должен компенсировать волновые расстройки одновре-

*E-mail: alexey_novikov@bk.ru

**E-mail: aschirkin@rambler.ru

менно двух нелинейных процессов. В силу дисперсионных свойств такую компенсацию удается осуществить лишь в некоторых нелинейно-оптических кристаллах и для ограниченного числа длин взаимодействующих волн.

Одновременное осуществление двух и более нелинейно-оптических процессов возможно с использованием кристаллов, у которых нелинейный коэффициент в пространстве меняется по аperiodическому закону (так называемые аperiodически поляризованные кристаллы) [6–16]. При аperiodической модуляции нелинейного коэффициента кристалл обладает большим набором векторов обратной решетки, позволяющих скомпенсировать волновые расстройки для нескольких волновых процессов. На данный момент предложены аperiodические доменные структуры типа Фибоначчи [6–11], принцип построения которых основан на закономерности числовой последовательности Фибоначчи, а также структуры, аperiodическое построение которых основано на других, более сложных алгоритмах [12–15]. Для аperiodических структур типа Фибоначчи набор векторов обратной решетки определяется двумя целыми числами, оптимальный подбор которых необходим для компенсации волновых расстроек и, как следствие, осуществления нелинейного процесса [7, 9]. Для произвольных длин взаимодействующих волн выбор таких чисел может приводить к существенному уменьшению эффективного нелинейного коэффициента или/и вовсе к невозможности одновременного осуществления нескольких процессов из-за частотной дисперсии кристалла [7]. В связи с этим аperiodические структуры типа Фибоначчи при произвольных длинах волн накаток позволяют достаточно просто осуществить только один трехчастотный процесс. Сказанное относится и к аperiodическим структурам, сформированным по более сложным алгоритмам [12–15].

Настоящая работа посвящена систематическому изучению динамики многоволновых взаимодействий, которые можно реализовать в кристаллах с аperiodической нелинейной структурой, формируемой довольно простым методом [16], который будем называть методом суперпозиции модуляций (МСМ) (см. ниже разд. 3). Впервые, по-видимому, подобный подход был предложен в работе [17], где на его основе в кристалле ниобата лития была создана соответствующая нелинейная структура и одновременно осуществлены два нелинейных процесса: параметрическая генерация света и генерация второй оптической гармоники. Однако возможности МСМ в полной мере не были изучены.

Ниже продемонстрирована возможность управления величинами эффективных нелинейных коэффициентов в аperiodических кристаллах, созданных МСМ, и проведено сравнение этих нелинейных коэффициентов с их значениями в РДС-кристаллах (разд. 3). Кроме того, показано, что в кристалле ниобата лития можно сформировать аperiodическую доменную структуру, с использованием которой можно одновременно реализовать несколько связанных нелинейно-оптических процессов. Такие взаимодействия вызывают интерес как в прикладной, так и в квантовой нелинейной оптике соответственно для создания компактных многоцветных источников когерентного излучения и многомодовых перепутанных фотонных состояний. Последние являются ключевым ресурсом для квантовой информации.

В связи с этим в предлагаемой работе основное внимание уделено исследованию связанных параметрических процессов и изучению динамики энергообмена между волнами в этих процессах (разд. 4). Заключение (разд. 5), помимо обобщения основных результатов, содержит обсуждение возможности практической реализации изученного процесса в аperiodически поляризованном кристалле ниобата лития.

2. НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИЕ КРИСТАЛЛЫ С РЕГУЛЯРНОЙ ДОМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

В РДС-кристаллах модуляция нелинейного коэффициента достигается за счет того, что при переходе от одного домена к другому знак нелинейного коэффициента связи волн периодически меняется на противоположный. Это обусловлено связью знака квадратичной восприимчивости и направления вектора спонтанной поляризации домена. Зависимость нелинейного коэффициента от продольной координаты кристалла аналитически можно записать в виде

$$\chi^{(2)} = dg(z), \quad (1)$$

где d — коэффициент, связанный с квадратичной нелинейностью, а $g(z)$ — периодическая функция с периодом Λ , характеризующая изменение знака (модуляцию) нелинейного коэффициента по длине кристалла и принимающая значение $+1$ или -1 в соседних доменах кристалла с толщинами соответственно l_+ и l_- (см. рис. 1а). Ось z направлена вдоль направления распространения волн в процессе их нелинейного взаимодействия.

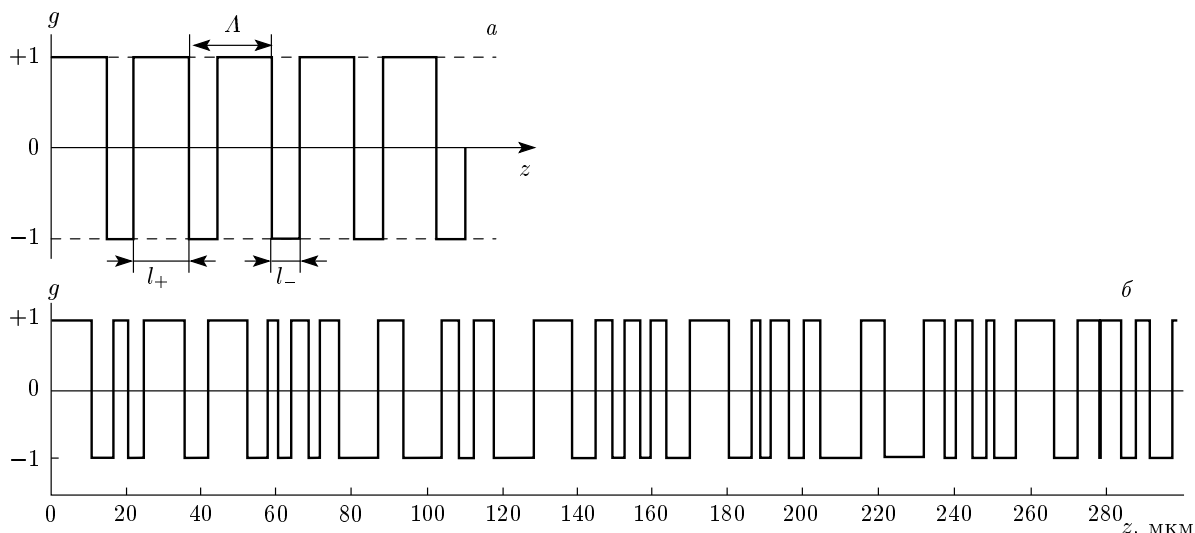


Рис. 1. Функции $g(z)$, характеризующие изменение знака нелинейного коэффициента связи волн: a — периодическое, b — аperiodическое (формула (9)). На рис. 1а $\Lambda = l_+ + l_-$ — период модуляции, l_+ (l_-) — толщина «положительного» («отрицательного») домена

Разложим функцию $g(z)$ в ряд Фурье:

$$g(z) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} g_p \exp(i2\pi pz/\Lambda), \quad (2)$$

где

$$g_p = \frac{1 - \exp(-i2\pi pl_+/\Lambda)}{i\pi p}$$

— спектральный коэффициент, p — целое число, $2\pi p/\Lambda$ — дискретный набор векторов обратной «нелинейной» решетки. Эффективное нелинейное взаимодействие световых волн реализуется, когда один из векторов набора компенсирует волновую расстройку Δk взаимодействующих волн, т. е. при условии нахождения такого числа m , что справедливо равенство

$$\Delta k = 2\pi m/\Lambda. \quad (3)$$

Соотношение (3) называют условием квазисинхронизма, а целое число m — порядком квазисинхронизма. При выполнении условия (3) нелинейное взаимодействие волн происходит так же, как в однородном по нелинейным свойствам кристалле с эффективной нелинейностью dg_m . При этом максимальное значение спектрального коэффициента g_m , равное $2/\pi m$, имеет место при $l_+ = l_- = \Lambda/2$ (при одинаковых толщинах «положительного» — с положительным знаком нелинейности — и «отрицательного» доменов. Таким образом возможна эффективная реализация коллинеарного трехчастотного взаимодействия волн, для компенсации волновой расстройки

которого всегда можно подобрать соответствующее значение периода модуляции Λ нелинейного коэффициента.

Более того, оказалось (см. обзор [5]), что в РДС-кристаллах можно реализовать два коллинеарных квазисинхронных процесса, если при одинаковом значении периода одновременно удовлетворить условию $\Delta k_j = 2\pi m_j/\Lambda$ ($j = 1, 2$ — номер процесса) для двух волновых расстроек. Это возможно при выполнении соотношения

$$\Delta k_1/\Delta k_2 = m_1/m_2, \quad (4)$$

которое можно достичь посредством подбора порядков квазисинхронизма $m_{1,2}$ и длин волн, участвующих во взаимодействии. При этом в силу обратной зависимости эффективного нелинейного коэффициента от порядка квазисинхронизма ($dg_{m_j} = 2d/\pi m_j$) числа $m_{1,2}$ нужно подбирать как можно меньшими по абсолютному значению. В связи с этим и из-за дисперсионных свойств кристаллов осуществление такого подбора для произвольных длин взаимодействующих волн удается выполнить лишь в частных случаях (см., например, [5]). Реализация более чем двух коллинеарных квазисинхронных нелинейных процессов в РДС-кристаллах представляется еще более затруднительной задачей. Вместе с тем такие взаимодействия могут быть осуществлены в кристаллах с аperiodической доменной структурой.

3. АПЕРИОДИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННЫЕ НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИЕ КРИСТАЛЛЫ И ВЕКТОРЫ ОБРАТНОЙ «НЕЛИНЕЙНОЙ» РЕШЕТКИ

Основная особенность аперiodически поляризованных кристаллов состоит в том, что функция $g(z)$, описывающая изменение знака нелинейного коэффициента, при разложении в ряд Фурье содержит такой набор векторов обратной «нелинейной» решетки, в котором достаточно просто найти векторы для компенсации волновой расстройки в каждом из нескольких нелинейных процессов. Однако, как уже отмечалось во Введении, основным недостатком кристаллов с аперiodической модуляцией нелинейного коэффициента, детально исследованных к настоящему моменту, является ограниченность их применения в силу дисперсионных свойств, что не дает возможности осуществить одновременно несколько нелинейных процессов.

Для одновременной реализации нескольких нелинейно-оптических волновых взаимодействий аперiodическая структура кристалла должна удовлетворять следующим требованиям: 1) иметь нужный набор значений векторов обратной решетки; 2) обладать высоким значением спектрального коэффициента, определяющего эффективный нелинейный коэффициент; 3) давать возможность использовать во взаимодействиях различные длины волн. Эти требования накладывают существенные математические ограничения на функцию $g(z)$, которая может принимать только значения $+1$ и -1 из-за связи знака коэффициента нелинейной восприимчивости с направлением вектора поляризации домена кристалла. В этом разделе изложена идея нового метода создания аперiodической структуры кристалла и исследованы ее свойства, позволяющие сравнительно просто удовлетворить перечисленным выше требованиям.

В аналитическом виде функция, характеризующая периодическое изменение нелинейного коэффициента в РДС-кристалле с одинаковыми толщинами «положительного» и «отрицательного» доменов ($l_+ = l_- = \Lambda/2$), может быть записана в виде

$$g(z) = \text{sign}[\sin(2\pi z/\Lambda)], \quad (5)$$

где функция $\text{sign}[x] = 1$ при $x \geq 0$ и $\text{sign}[x] = -1$ при $x < 0$.

Рассматриваемый в настоящей работе метод создания аперiodической структуры основан на обобщении соотношения (5) на случай произвольного

числа протекающих одновременно нелинейно-оптических процессов, а именно:

$$g(z) = \text{sign} \left[\sum_{j=1}^N a_j \sin \left(\frac{2\pi z}{\Lambda_j} + \varphi_j \right) \right], \quad (6)$$

где a_j и φ_j — соответственно амплитуда и фаза гармонической составляющей, N — число трехчастотных процессов, для которых одновременно должна компенсироваться волновая расстройка, $\Lambda_j = 2\pi/|\Delta k_j|$ — период модуляции, необходимый для реализации j -го процесса, Δk_j — волновая расстройка в j -м процессе. Обсуждаемый метод, имея в виду соотношение (6), будем называть МСМ. Следует ожидать, что в фурье-спектре аперiodической функции $g(z)$ (6) будут присутствовать такие векторы обратной «нелинейной» решетки, которые компенсируют соответствующие волновые расстройки Δk_j . Поскольку значения периодов Λ_j не связаны между собой, возможен подбор векторов обратной «нелинейной» решетки независимо от длин волн, участвующих в рассматриваемых процессах.

В качестве примера рассмотрим сначала кристалл с аперiodической функцией изменения нелинейного коэффициента вида

$$g(z) = \text{sign} \left[a_1 \sin \frac{2\pi z}{\Lambda_1} + a_2 \sin \frac{2\pi z}{\Lambda_2} \right], \quad (7)$$

с помощью которой возможно одновременное осуществление двух нелинейно-оптических процессов. На рис. 2, 3 представлен фурье-спектр этой функции:

$$F(K) = \frac{1}{L} \int_0^L g(z) \exp(-iKz) dz, \quad (8)$$

где K — пространственная частота спектра (непрерывный набор значений векторов обратной «нелинейной» решетки), L — длина кристалла. Для сравнения на тех же рисунках приведены фурье-спектры, соответствующие периодическим функциям (5) изменения нелинейного коэффициента для реализации отдельных квазисинхронных процессов. При расчетах спектров использованы следующие значения параметров: $L = 1$ см, периоды $\Lambda_1 = 6.5$ мкм и $\Lambda_2 = 1.5$ мкм. Значения этих периодов соответствуют волновым расстройкам для процессов генерации второй гармоники $\omega + \omega \rightarrow 2\omega$ и третьей гармоники $\omega + 2\omega \rightarrow 3\omega$ в кристалле ниобата лития при длине волны основного излучения $\lambda = 2\pi c/\omega = 1.064$ мкм (периоды вычислены с использованием дисперсионных соотношений работы [18]).

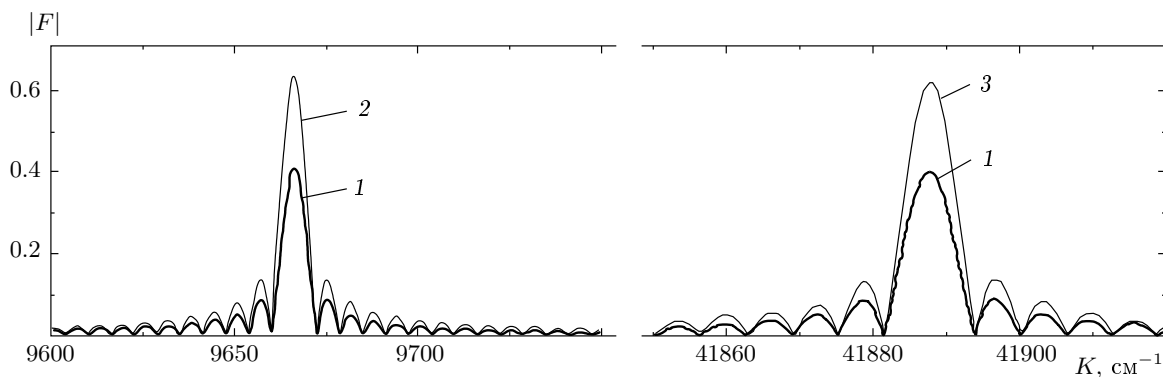


Рис. 2. Модуль фурье-спектра функции $g(z)$: 1 — $g(z) = \text{sign}[\sin(2\pi z/\Lambda_1) + \sin(2\pi z/\Lambda_2)]$, 2 — $g(z) = \text{sign}[\sin(2\pi z/\Lambda_1)]$, 3 — $g(z) = \text{sign}[\sin(2\pi z/\Lambda_2)]$

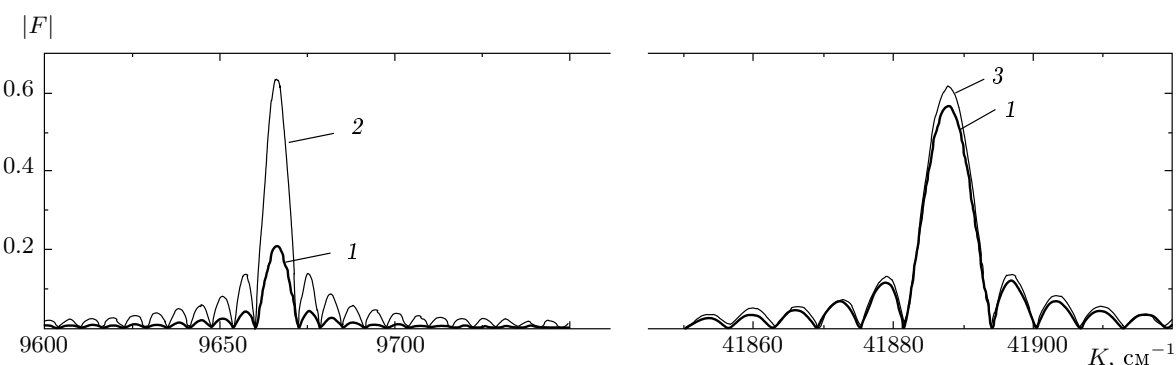


Рис. 3. Модуль фурье-спектра функции $g(z)$: 1 — $g(z) = \text{sign}[\sin(2\pi z/\Lambda_1) + 2 \sin(2\pi z/\Lambda_2)]$, 2 — $g(z) = \text{sign}[\sin(2\pi z/\Lambda_1)]$, 3 — $g(z) = \text{sign}[\sin(2\pi z/\Lambda_2)]$

Кривые на рис. 2, рассчитанные для $a_1 = a_2$, показывают, что величины спектральных коэффициентов $F(K)$ аperiodической функции $g(z)$ (7), соответствующих каждому из двух векторов обратной решетки $K = 2\pi/\Lambda_1$ и $K = 2\pi/\Lambda_2$, приблизительно равны между собой, т.е. $|F(2\pi/\Lambda_1)| \approx |F(2\pi/\Lambda_2)|$. Отношение величин спектральных коэффициентов для периодической (5) и аperiodической функций (7) составляет около 1.6, что свидетельствует о незначительном уменьшении нелинейных коэффициентов связи волн для каждого из двух одновременно происходящих процессов по сравнению с ситуацией, когда в РДС-кристалле реализуется только один нелинейный процесс.

Кривые на рис. 3 построены для соотношения амплитуд $2a_1 = a_2$, когда влияние периода Λ_2 сильнее проявляется в аperiodической структуре, что видно также из фурье-спектров. Таким образом, меняя значение амплитуд гармонических составля-

ющих в выражении (7), можно увеличивать или уменьшать эффективность одного из одновременно протекающих нелинейных процессов. Из рис. 2, 3 также следует, что ширины спектральных максимумов аperiodической функции (7) практически не отличаются от таковых для периодической функции РДС-кристалла.

Проведенные нами вычисления показали, что изменение фаз φ_j в выражении (6) не меняет модуля спектральных компонент аperiodической функции $g(z)$, приводя лишь к изменению их действительной и мнимой частей. Анализ также показал, что уменьшение длины кристалла приводит к увеличению ширины спектральных максимумов.

Из полученных результатов следует, что одновременное осуществление нескольких нелинейных взаимодействий в кристаллах с аperiodически меняющимся нелинейным коэффициентом приводит лишь к уменьшению эффективного нелинейного коэффи-

циента для каждого из процессов и не приводит к уменьшению ширины спектральных максимумов «нелинейной» решетки по сравнению со случаем, когда каждый из процессов реализуется по отдельности.

4. ДИНАМИКА СВЯЗАННЫХ КВАЗИСИНХРОННЫХ ПЯТИВОЛНОВЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Обратимся теперь к многоволновому взаимодействию, состоящему из трех связанных нелинейно-оптических процессов, протекающих одновременно в аперидически поляризованном кристалле. Предположим, что для взаимодействующих волн имеют место следующие соотношения частот: 1) $\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$, 2) $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2$, 3) $\omega_5 = 2\omega_1 = \omega_3 + \omega_4$. В рассматриваемом процессе в общем случае принимают участие пять волн с разными частотами, причем две частоты кратные (ω_1 и $\omega_5 = 2\omega_1$). В зависимости от частот интенсивных волн на входе кристалла (волн накачки) могут осуществляться различные взаимодействия. Остановимся на некоторых из них.

Пусть $\omega_2 = \omega_3 = \omega$ и интенсивная волна накачки имеет частоту ω . В этом случае в кристалле генерируются высшие гармоники: вторая (2ω), третья (3ω) и четвертая (4ω) гармоники излучения накачки. Такой процесс может быть интересен, например, тем, что суперпозиция одновременно генерируемых гармоник при определенных условиях приводит к формированию субфемтосекундных импульсов [19]. Если же частоты двух исходных волн не равны друг другу ($\omega_2 \neq \omega_3$), то в кристалле возбуждаются частоты $\omega_1 \neq \omega_4 \neq \omega_5$.

В настоящей работе мы подробно изучим динамику следующих трех связанных параметрических процессов: 1) невырожденного по частоте параметрического процесса $\omega_1 \rightarrow \omega_2 + \omega_3$, 2) генерацию суммарной частоты $\omega_1 + \omega_2 \rightarrow \omega_4$, 3) параметрического процесса $\omega_5 = 2\omega_1 \rightarrow \omega_3 + \omega_4$ (знак « \rightarrow » здесь условно обозначает направление протекания процесса). В этом случае на вход кристалла подаются интенсивные волны накачки с частотами ω_1 и ω_5 , а одна из участвующих во взаимодействии волн имеет малую интенсивность на входе кристалла (так называемый «затравочный» сигнал). Как известно (см., например, [20, 21]), в невырожденных по частоте параметрических процессах рождаются коррелированные фотоны с разными частотами. Поэтому рассматриваемое нами многоволновое взаимодействие

в квантовой оптике представляет интерес для получения трехчастотных перепутанных состояний [22].

Обсуждаемые процессы могут быть реализованы в нелинейно-оптическом кристалле, в котором нелинейный коэффициент связи волн изменяется с длиной по аперидическому закону ($N = 3$):

$$g(z) = \text{sign} \left[\sum_{j=1}^3 a_j \sin(2\pi z / \Lambda_j) \right]. \quad (9)$$

В (9) приняты фазы $\varphi_j = 0$ в силу их слабого влияния на модуль спектра функции $g(z)$.

На рис. 4 представлены спектры функции (9). Как и выше, для удобства сравнения на этом же рисунке приведены соответствующие спектры функции модуляции $g(z)$ для РДС-кристалла. Расчеты выполнены для кристалла ниобата лития длиной $L = 1$ см и периодами модуляции $\Lambda_1 = 21.2$ мкм, $\Lambda_2 = 14.3$ мкм и $\Lambda_3 = 8$ мкм, которые соответствуют взаимодействиям 1), 2) и 3) при длинах волн $\lambda_1 = 1.064$ мкм, $\lambda_2 = 2.129$ мкм, $\lambda_3 = 2.127$ мкм, $\lambda_4 = 0.709$ мкм, $\lambda_5 = 0.532$ мкм. Вид аперидической структуры, соответствующий этим периодам модуляции, для случая $a_1 = a_2 = a_3 = 1$ изображен на рис. 1б.

Из рис. 4 следует, что значения спектральных коэффициентов, соответствующих необходимым для реализации процесса векторам обратной решетки, в аперидически поляризованном кристалле примерно в 2 раза меньше, чем для РДС-кристалла, реализующего только один из процессов, и примерно в 1.2 раза меньше, чем в кристалле с аперидической структурой (7), рассчитанной для осуществления двух процессов. При этом закономерности для ширины спектральных максимумов остаются такими же, что и в предыдущем разделе.

Рассматриваемый пятиволновой процесс описывается следующими укороченными уравнениями для комплексных амплитуд взаимодействующих волн:

$$\frac{dA_1}{dz} = ig(z) (\beta_{11} A_2 A_3 e^{i\Delta k_1 z} + \beta_{21} A_2^* A_4 e^{-i\Delta k_2 z}), \quad (10)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = ig(z) (\beta_{12} A_1 A_3^* e^{-i\Delta k_1 z} + \beta_{22} A_4 A_1^* e^{-i\Delta k_2 z}), \quad (11)$$

$$\frac{dA_3}{dz} = ig(z) (\beta_{13} A_1 A_2^* e^{-i\Delta k_1 z} + \beta_{33} A_5 A_4^* e^{-i\Delta k_2 z}), \quad (12)$$

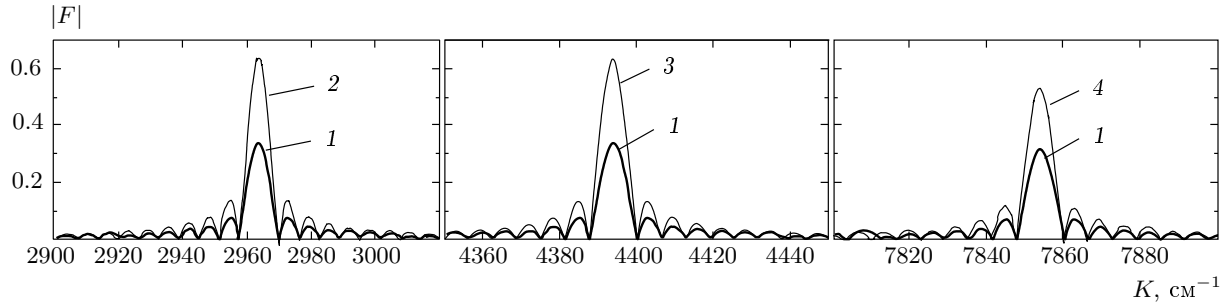


Рис. 4. Модуль фурье-спектра функции $g(z)$: $1 - g(z) = \text{sign} \left[\sum_{j=1}^3 \sin(2\pi z/\Lambda_j) \right]$, $2, 3 - g(z) = \text{sign} [\sin(2\pi z/\Lambda_2)]$, $4 - g(z) = \text{sign} [\sin(2\pi z/\Lambda_3)]$

$$\frac{dA_4}{dz} = ig(z) (\beta_{24}A_1A_2e^{i\Delta k_2z} + \beta_{34}A_5A_3^*e^{-i\Delta k_3z}), \quad (13)$$

$$\frac{dA_5}{dz} = ig(z)\beta_{35}A_3A_4e^{i\Delta k_3z}. \quad (14)$$

В системе уравнений (10)–(14) введены следующие обозначения: A_j — амплитуда волны с частотой ω_j ; $\Delta k_1 = k_1 - k_2 - k_3$, $\Delta k_2 = k_4 - k_1 - k_2$, $\Delta k_3 = k_5 - k_3 - k_4$ — волновые расстройки соответственно для процессов 1), 2), 3), удовлетворяющие условию квазисинхронизма $\Lambda_j = 2\pi/|\Delta k_j|$; $\beta_{lj} = 4\pi\omega_j d_j^{(l)}/cn_j$ — коэффициенты нелинейной связи волн [1, 2]; $d_j^{(l)}$ — эффективный нелинейный коэффициент для волны с частотой ω_j в l -м процессе (см. выше) (например, $d_3^{(1)} = 0.5\epsilon_3\chi(\omega_3 = \omega_1 - \omega_2)\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2$); χ — тензор 3-го ранга квадратичной восприимчивости; \mathbf{e}_j и n_j — соответственно единичный вектор поляризации и показатель преломления кристалла для волны с частотой ω_j ; c — скорость света в вакууме.

Для коэффициентов связи имеют место приближенные соотношения: $\beta_{11} \approx \beta_{12} + \beta_{13}$, $\beta_{24} \approx \beta_{21} + \beta_{22}$, $\beta_{35} \approx \beta_{33} + \beta_{34}$. Наличие двух слагаемых в правых частях уравнений (10)–(13) связано с тем, что волны соответствующих частот одновременно участвуют в двух трехчастотных процессах.

Из системы уравнений (10)–(14) нетрудно получить следующие законы сохранения:

$$\sum_{j=1}^5 I_j(z) = \text{const},$$

$$\frac{2}{\omega_1}I_1(z) + \frac{1}{\omega_2}I_2(z) + \frac{1}{\omega_3}I_3(z) + \frac{3}{\omega_4}I_4(z) + \frac{4}{\omega_5}I_5(z) = \text{const},$$

где

$$I_j(z) = cn_j|A_j(z)|^2/8\pi$$

— интенсивность волны с частотой ω_j .

На рис. 5–7 представлены результаты численного решения уравнений (10)–(14). Соотношения между нелинейными коэффициентами брались следующими: $\beta_{11} = \beta_{24} = \beta_{35}$, $\beta_{12} = \beta_{13}$, $\beta_{21} = 2\beta_{22}$, $\beta_{34} = 3\beta_{33}$. Как отмечалось выше, для реализации рассматриваемых взаимодействий необходимо наличие интенсивных волн на частотах ω_1 и ω_5 на входе кристалла. При расчетах мы полагали, что на входе кристалла волны накачек с частотами ω_1 и ω_5 имеют одинаковые интенсивности: $I_1(0) = I_5(0)$, а начальные интенсивности остальных волн существенно меньше этих значений. Для удобства компьютерных вычислений использовалось соотношение $I_{2,3,4}(0) = 10^{-4}I_{1,5}(0)$. Расчеты проведены для нескольких соотношений между действительными и мнимыми частями амплитуд волн. Как уже отмечалось, для реализации рассматриваемого взаимодействия достаточно, вообще говоря, затравочного сигнала на одной из трех усиливаемых частот. Длина кристалла нормировалась на характерную нелинейную длину $L_{nl} = (\beta_{11}\sqrt{I_1(0)})^{-1}$, а интенсивности были нормированы на величину $I_1(0)$.

Расчеты выполнены для двух соотношений между амплитудами a_j в выражении (9): $a_1 = a_2 = a_3$ (рис. 5, 7) и $2a_1 = 2a_2 = a_3$ (рис. 6). Из рис. 5, 6 следует, что в рассматриваемом процессе имеет место эффективный энергообмен между волнами. При этом динамика энергообмена имеет сложный характер, изменяющийся в зависимости от соотношения между действительными и мнимыми частями комплексных амплитуд интенсивных волн (т. е. от фаз волн) на входе кристалла.

Рисунок 7 наглядно иллюстрирует зависимость

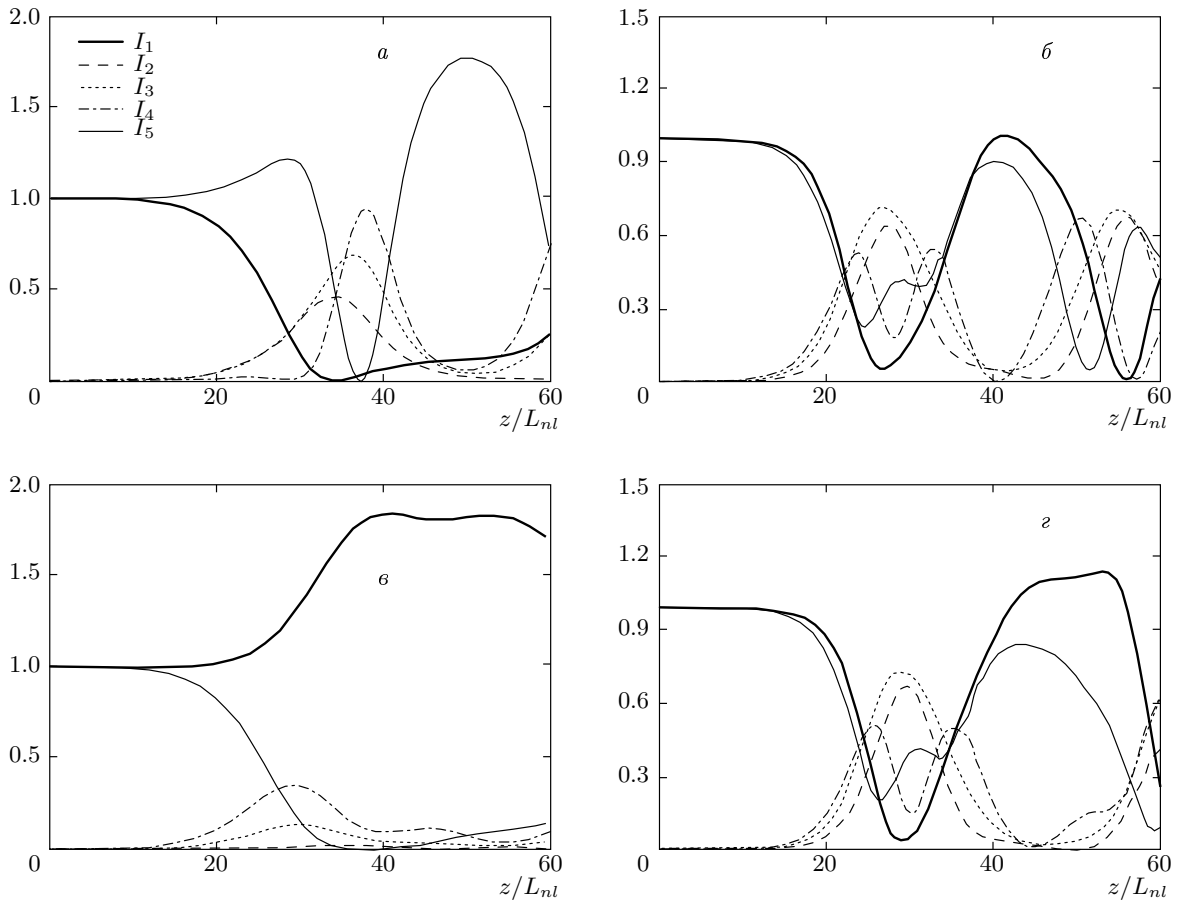


Рис. 5. Интенсивности I_j (нормированные на интенсивность $I_1(0)$) волн с частотами ω_j ($j = 1, 2, 3, 4, 5$) в зависимости от длины взаимодействия при $a_1 = a_2 = a_3$: *a* — $\text{Re } A_1(0) = \text{Re } A_5(0)$, $\text{Re } A_{2,3,4}(0) = 10^{-2} \text{Re } A_1(0)$, $\text{Im } A_j(0) = 0$; *б* — $\text{Re } A_1(0) = \text{Im } A_5(0)$, $\text{Re } A_{2,3,4}(0) = 10^{-2} \text{Re } A_1(0)$, $\text{Im } A_{1,2,3,4}(0) = \text{Re } A_5(0) = 0$; *в* — $\text{Im } A_1(0) = \text{Re } A_5(0)$, $\text{Re } A_{2,3,4}(0) = 10^{-2} \text{Im } A_1(0)$, $\text{Re } A_1(0) = \text{Im } A_{2,3,4,5}(0) = 0$; *г* — $\text{Im } A_1(0) = \text{Im } A_5(0)$, $\text{Re } A_{2,3,4}(0) = 10^{-2} \text{Im } A_1(0)$, $\text{Re } A_1(0) = \text{Re } A_5(0) = \text{Im } A_{2,3,4}(0) = 0$

интенсивностей волн с частотами ω_2 , ω_3 и ω_4 на начальном этапе взаимодействия от начальных параметров волн накачки с частотами ω_1 и ω_5 на входе кристалла. Видно, например, что интенсивность волны с частотой ω_3 всегда нарастает на начальном этапе. Однако интенсивности других волн могут как нарастать, так и затухать в зависимости от соотношения фаз накачек.

Анализ показал, что при соотношении $a_2 > a_{1,3}$ в формуле (9) эффективный энергообмен между взаимодействующими волнами не происходит (см. также ниже формулы (21) и (22)).

Таким образом, наряду с изменением эффективных коэффициентов связи волн, изменение параметров накачек можно использовать для управления динамикой волновых взаимодействий в исследуемом процессе.

Представленные на рис. 5–7 зависимости относятся к случаю, когда длина нелинейного взаимодействия существенно больше характерной длины изменения нелинейного коэффициента кристалла, т. е. при $L_{nl} \gg \max\{\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3\}$. Проведенные расчеты показали, что при длине нелинейного взаимодействия, сравнимой с периодами Λ_j , также имеет место эффективный энергообмен между волнами, но динамика взаимодействия оказывается несколько другой.

Вместе с тем условие $L_{nl} \gg \max\{\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3\}$ позволяет воспользоваться методом вторичного упрощения уравнений (10)–(14) [23]. В связи с этим были выполнены расчеты интенсивностей взаимодействующих волн при помощи «усредненных» уравнений (10)–(14), в которых изменяющиеся с продольной координатой z множители вида $g(z) \exp(i\Delta k_j z)$ и

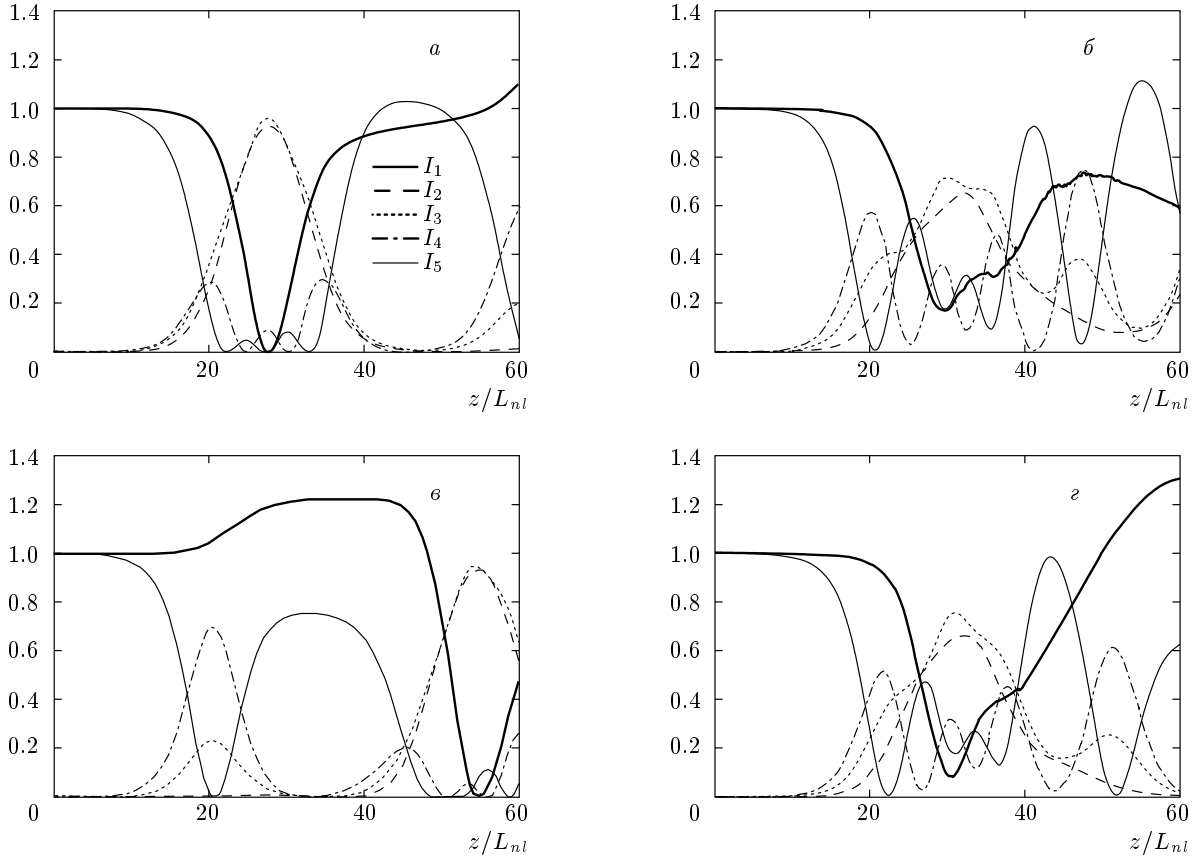


Рис. 6. Интенсивности I_j (нормированные на интенсивность $I_1(0)$) волн с частотами ω_j ($j = 1, 2, 3, 4, 5$) в зависимости от длины взаимодействия при $2a_1 = 2a_2 = a_3$: *а* — $\text{Re } A_1(0) = \text{Re } A_5(0)$, $\text{Re } A_{2,3,4}(0) = 10^{-2} \text{Re } A_1(0)$, $\text{Im } A_j(0) = 0$; *б* — $\text{Re } A_1(0) = \text{Im } A_5(0)$, $\text{Re } A_{2,3,4}(0) = 10^{-2} \text{Re } A_1(0)$, $\text{Im } A_{1,2,3,4}(0) = \text{Re } A_5(0) = 0$; *в* — $\text{Im } A_1(0) = \text{Re } A_5(0)$, $\text{Re } A_{2,3,4}(0) = 10^{-2} \text{Im } A_1(0)$, $\text{Re } A_1(0) = \text{Im } A_{2,3,4,5}(0) = 0$; *г* — $\text{Im } A_1(0) = \text{Im } A_5(0)$, $\text{Re } A_{2,3,4}(0) = 10^{-2} \text{Im } A_1(0)$, $\text{Re } A_1(0) = \text{Re } A_5(0) = \text{Im } A_{2,3,4}(0) = 0$

$g(z) \exp(-i\Delta k_j z)$ заменялись их усредненными (эффективными) значениями q_j и q_j^* по длине кристалла L :

$$q_j = \frac{1}{L} \int_0^L g(z) \exp(i\Delta k_j z) dz. \quad (15)$$

Такая замена часто используется для анализа динамики трехчастотных волновых взаимодействий в РДС-кристаллах (см., например, [2, 23]). С учетом соотношения (15) система уравнений (10)–(14) принимает вид

$$\frac{dA_1}{dz} = i (q_1 \beta_{11} A_2 A_3 + q_2^* \beta_{21} A_2^* A_4), \quad (16)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = i (q_1^* \beta_{12} A_1 A_3^* + q_2^* \beta_{22} A_4 A_1^*), \quad (17)$$

$$\frac{dA_3}{dz} = i (q_1^* \beta_{13} A_1 A_2^* + q_3^* \beta_{33} A_5 A_4^*), \quad (18)$$

$$\frac{dA_4}{dz} = i (q_2 \beta_{24} A_1 A_2 + q_3^* \beta_{34} A_5 A_3^*), \quad (19)$$

$$\frac{dA_5}{dz} = i q_3 \beta_{35} A_3 A_4. \quad (20)$$

Результаты решения уравнений (16)–(20) для рассматриваемого процесса представлены на рис. 8, где они сравниваются с точным решением системы (10)–(14). Из рис. 8 видно, что зависимости интенсивностей волн от продольной координаты, полученные методом вторичного упрощения, хорошо согласуются с результатами точных расчетов. Заметные расхождения между результатами расчетов начинают наблюдаться только на длинах взаимодействия, больших пятидесяти характерных нелинейных длин. В то же время вторичное упрощение системы уравнений позволяет не только существенно сократить время их численного решения, но и разрабатывать квантовую теорию многоволновых про-

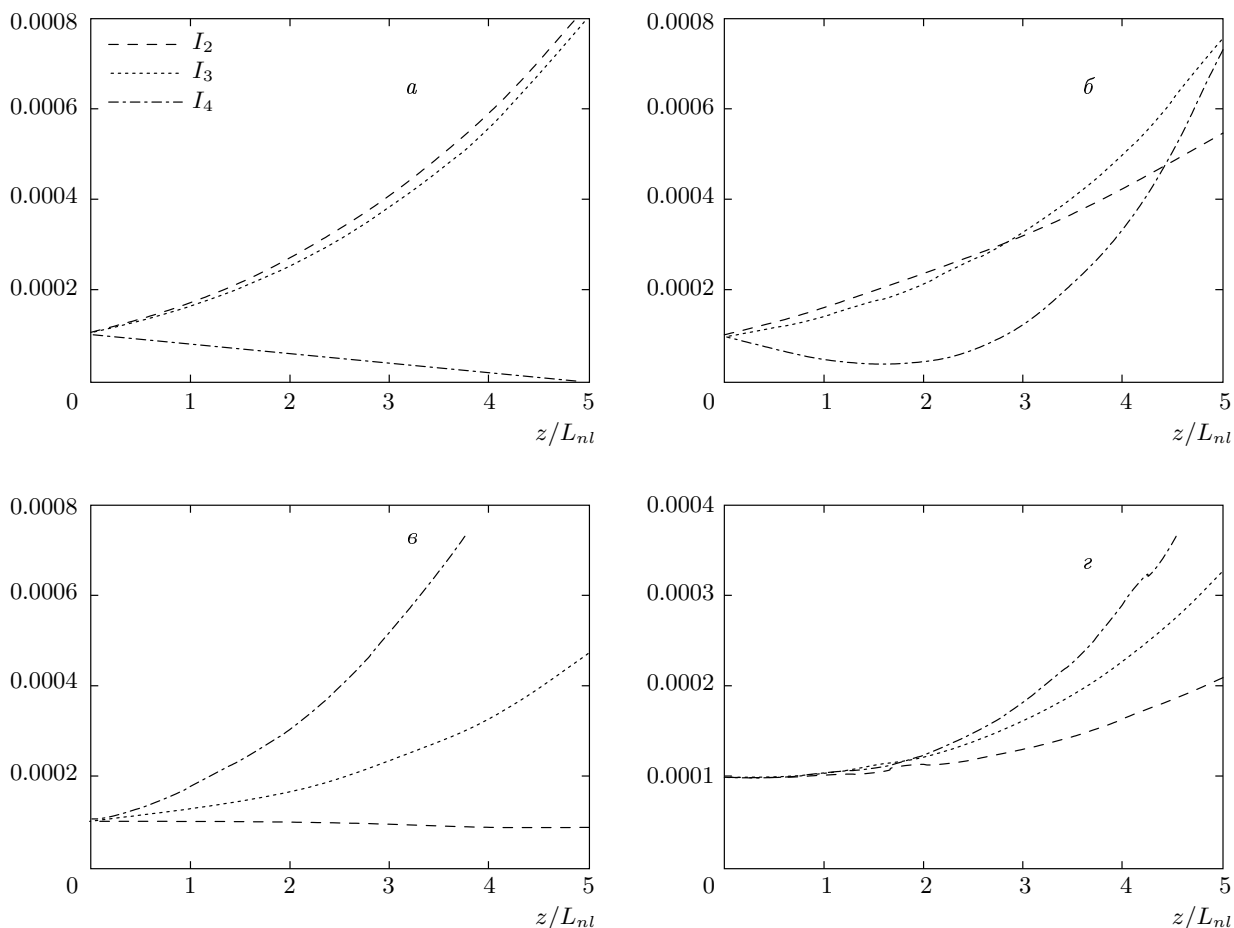


Рис. 7. Те же зависимости, что на рис. 5, но для начального этапа взаимодействия

цессов как для однородных нелинейных кристаллов (см. [22]).

Система уравнений (16)–(20) при постоянных амплитудах A_1 и A_5 (приближение заданного поля) допускает получение аналитического решения. В этом случае уравнения (17)–(19) можно свести к одному дифференциальному уравнению третьего порядка. Наглядное решение при этом получается при выполнении соотношения $\text{Arg}\{q_2 q_3 A_1^2 A_5^*\} = \pi/2$. Само решение, например, для амплитуды $A_2(z)$, имеет вид

$$A_2(z) = C_1 \text{ch}(\Gamma z) + C_2 \text{sh}(\Gamma z) + C_3, \quad (21)$$

где

$$\Gamma^2 = q_1^2 \beta_{12} \beta_{13} |A_1|^2 + |q_3|^2 \beta_{33} \beta_{34} |A_5|^2 - |q_2|^2 \beta_{22} \beta_{24} |A_1|^2. \quad (22)$$

Постоянные C_j определяются из граничных условий. При $\Gamma^2 > 0$ имеет место параметрическая неустойчивость, когда интенсивность рассматриваемой волны нарастает с увеличением расстояния.

Именно этому режиму взаимодействия соответствуют зависимости для $I_2(z)$, изображенные на рис. 7а,б,г.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе впервые проведены систематические исследования пятиволновых взаимодействий, которые включают два процесса параметрического преобразования частоты вниз и один процесс генерации суммарной частоты. Такие квазисинхронные взаимодействия в коллинеарной геометрии можно реализовать в нелинейно-оптических кристаллах с аperiodической доменной структурой, создаваемой методом суперпозиции модуляций [16, 17].

Изучен спектр нелинейных коэффициентов связи волн в аperiodических кристаллах и продемонстрирована возможность управления им с помо-

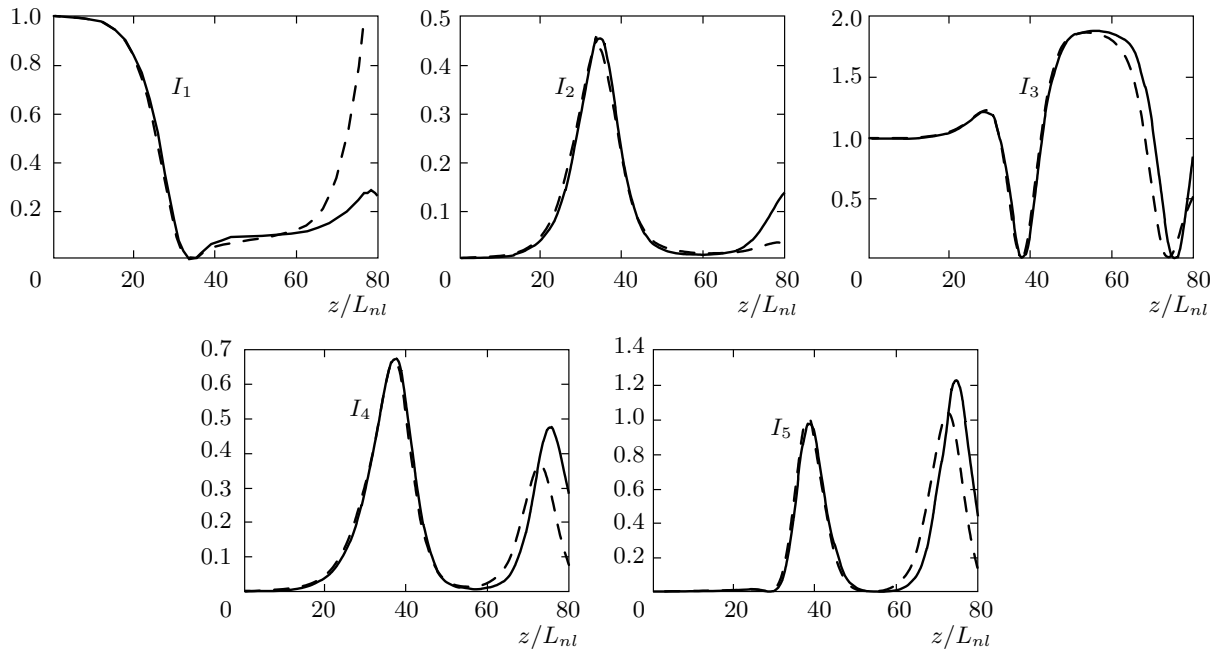


Рис. 8. Интенсивности I_j (нормированные на интенсивность $I_1(0)$) волн с частотами ω_j ($j = 1, 2, 3, 4, 5$) в зависимости от длины взаимодействия при $a_1 = a_2 = a_3$ для случая $\text{Re } A_1(0) = \text{Re } A_5(0)$, $\text{Re } A_{2,3,4}(0) = 10^{-2} \text{Re } A_1(0)$, $\text{Im } A_j(0) = 0$. Сплошные линии соответствуют решению уравнений (10)–(14), штриховые линии — решению уравнений (16)–(20)

щью изменения амплитуд гармонических составляющих, ответственных за реализацию отдельного нелинейного процесса. Для кристалла ниобата лития при накачке лазерным излучением с длиной волны 1.06 мкм и его второй гармоникой выполнены соответствующие расчеты параметров аперидической структуры для пятиволнового процесса. Заметим, что кристаллы с аперидической структурой могут быть созданы одним из существующих на настоящий момент методов создания РДС-кристаллов, например, методом послеростовой переполаризации кристалла [5].

Изучена пространственная динамика пятиволновых взаимодействий. Показано, что существенный энергообмен между взаимодействующими волнами имеет место на длинах взаимодействия, равных нескольким десяткам характерных нелинейных длин. Нелинейная длина L_{nl} для кристалла ниобата лития при его накачке лазером Nd:YAG (длина волны 1.064 мкм), работающим в режиме модуляции добротности (длительность импульса ~ 0.1 нс, пиковая интенсивность $\sim 10^8$ Вт/см²), при использовании в нелинейном процессе наибольшего нелинейного коэффициента и первого порядка квазисинхронизма составляет величину порядка 0.1 см. Тем са-

мым рассматриваемый процесс может быть эффективно реализован в кристаллах ниобата лития длиной несколько сантиметров.

Однако при нелинейном взаимодействии коротких лазерных импульсов важным эффектом может быть расстройка групповых скоростей взаимодействующих волн $(u_j^{-1} - u_l^{-1})$, которая приводит к существенному уменьшению эффективности нелинейного процесса на длинах $L_{gr} = \tau / |u_j^{-1} - u_l^{-1}|$ [24], где u_j — групповая скорость волны с частотой ω_j , τ — длительность лазерного импульса. Согласно нашим расчетам максимальное значение расстройки групповых скоростей $u_j^{-1} - u_l^{-1}$ в кристалле ниобата лития не превышает величины 10^{-11} с/см и, следовательно, в случае $\tau \sim 10^{-1}$ нс длина $L_{gr} \geq 10$ см. Таким образом, для реализации исследованного в работе многоволнового взаимодействия можно применять широко распространенные кристаллы ниобата лития длиной несколько сантиметров, часто используемые в настоящий момент в качестве РДС-кристаллов, и лазерные импульсы наносекундной длительности. Заметим, что для исключения влияния дифракции можно использовать широко распространенные сейчас волноводные кристаллические структуры.

Представленные в работе результаты показывают, что применение кристаллов с аперидически изменяющимся нелинейно-оптическим коэффициентом позволяет осуществить несколько связанных многочастотных процессов. Возможные квазисинхронные пятиволновые взаимодействия не ограничиваются рассмотренными. Разумеется, разработанный метод можно распространить на большее число взаимодействующих волн, а также на двух- и трехмерные аперидические структуры. Заметим, что максимальное число нелинейно-оптических процессов, которое можно одновременно осуществить в аперидически поляризованном кристалле, ограничено имеющимися в наличии длинами волн накачек и полосой прозрачности существующих кристаллов с доменной структурой.

Квазисинхронные взаимодействия представляют интерес для создания многоцветных источников когерентного излучения и получения многочастотных перепутанных состояний в квантовой оптике.

Авторы благодарят за обсуждение настоящей работы Г. Д. Лаптева и И. В. Шутова. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-02-17017), гранта Президента РФ МК-4708.2006.2 и INTAS (проект № 1000008-7904).

ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов, *Проблемы нелинейной оптики*, ВИНТИ, Москва (1964).
2. В. Г. Дмитриев, Л. В. Тарасов, *Прикладная нелинейная оптика*, Физматлит, Москва (2004).
3. R. L. Byer, *J. Nonlinear Opt. Phys. Mater.* **6**, 549 (1997).
4. M. M. Fejer, G. A. Magel, D. H. Jundt, and R. L. Byer, *IEEE J. Quant. Electron.* **28**, 2631 (1992).
5. А. С. Чиркин, В. В. Волков, Г. Д. Лаптев, Е. Ю. Морозов, *КЭ* **30**, 847 (2000).
6. Y. Y. Zhu and N. B. Ming, *Phys. Rev. B* **42**, 3676 (1990).
7. J. Feng, Y. Y. Zhu, and N. B. Ming, *Phys. Rev. B* **41**, 5578 (1990).
8. X. Liu, Z. Wang, J. Wu, D. Shen, and N. Ming, *Phys. Rev. B* **58**, 12782 (1998).
9. Y. B. Chen, C. Zhang, Y. Y. Zhu, S. N. Zhu, H. T. Wang, and N. B. Ming, *Appl. Phys. Lett.* **78**, 577 (2001).
10. X. Liu, Z. Wang, J. Wu, D. Shen, and N. Ming, *Phys. Rev. A* **58**, 4956 (1998).
11. S. N. Zhu, Y. Y. Zhu, Y. Q. Qin, H. F. Wang, C. Z. Ge, and N. B. Ming, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2752 (1997).
12. L. M. Zhao, B. Y. Gu, Y. S. Zhou, and F. H. Wang, *J. Appl. Phys.* **94**, 1882 (2003).
13. B. Y. Gu, Y. Zhang, and B. G. Dong, *J. Appl. Phys.* **87**, 7629 (2000); Y. Zhang and B. Y. Gu, *Opt. Comm.* **192**, 417 (2001).
14. K. Fradkin-Kashi, A. Arie, P. Urenski, and G. Rosenman, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 023903-1 (2002).
15. H. Liu, Y. Y. Zhu, S. N. Zhu, C. Zhang, and N. B. Ming, *Appl. Phys. Lett.* **79**, 728 (2001).
16. А. А. Новиков and А. С. Чиркин, *Proc. SPIE* **6604**, 66041D (2007).
17. T. Kartaloglu, Z. G. Figen, and O. Aatur, *J. Opt. Soc. Amer. B* **20**, 343 (2003).
18. G. K. Kitaeva, I. I. Naumova, A. A. Mikhailovsky, P. S. Losevsky, and A. N. Penin, *Appl. Phys. B* **66**, 201 (1998).
19. И. В. Шутов, А. А. Новиков, А. С. Чиркин, *КЭ* **38** (2008) (в печати).
20. D. F. Walls and G. J. Milburn, *Quantum Optics*, Springer-Verlag (1994).
21. Л. Мандель, Э. Вольф, *Оптическая когерентность и квантовая оптика*, Физматлит, Москва (2000).
22. А. С. Чиркин and M. Yu. Saigin, *Acta Phys. Hung. B* **23**, 63 (2006).
23. А. С. Чиркин, Д. Б. Юсупов, *Изв. АН СССР, сер. физ.* **45**, 929 (1981).
24. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, Наука, Москва (1988).

Примечание при корректуре (10 декабря 2007 г.)

На основе развитого в настоящей работе подхода недавно показана возможность экспериментального осуществления в неоднородных нелинейно-оптических кристаллах невырожденного параметрического усиления при низкочастотной накачке (А. С. Чиркин, И. В. Шутов, *Письма в ЖЭТФ* **86**, 803 (2007)).