

ЛОКАЛИЗАЦИЯ И КИНЕТИКА АТОМА ПРИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ЕГО РЕЗОНАНСНОЙ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ

*Л. В. Ильичев**

*Институт автоматизации и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 11 июля 2007 г.

Показано, что, если значительная доля излучения резонансно флуоресцирующего атома подвергается спектральной фильтрации, его кинетика претерпевает изменение. Воздействие факта спектральных наблюдений на поведение атома продемонстрировано на двух примерах: на процессе локализации атома при его пролете поперек области, занятой стоячей световой волной, и на поступательной динамике атома при его движении вдоль стоячей световой волны. В первом случае рассчитаны вероятности локализации при отсутствии спонтанных испусканий и при одном фотоиспускании. Для одного фотоиспускания рассчитано также возникающее распределение по импульсу атома, чувствительное к факту спектральной фильтрации. Во втором примере показано, что спектральная фильтрация спонтанного излучения приводит к появлению аномальной добавки к силе, действующей на атом в поле стоячей волны.

PACS: 32.80.Pj

1. ВВЕДЕНИЕ

Изменение состояния открытой квантовой системы определяется характером информации, поступившей и зафиксированной в ее окружении [1]. Этот общий принцип хорошо иллюстрируется многообразием оптических способов локализации атомов на масштабах, меньших длины волны. Практический интерес к данной области обусловлен общими проблемами нанотехнологии, в которых требуется с высокой точностью контролировать положение взаимодействующих компонент. Перспективными представляются приложения оптических способов локализации атомов в нанолитографии [2, 3], атомной оптике [4], лазерном охлаждении [5] и захвате нейтральных атомов [6].

К настоящему времени предложено несколько схем локализации атома при его пролете поперек пространственной области, занятой стоячей световой волной. В одной из них трехуровневый Λ -атом, взаимодействующий со стоячей световой волной и пробным лазерным пучком, подвержен локализации при измерении населенности верхнего состояния [7, 8]. Похожая схема, но с использованием эф-

фекта когерентного пленения населенностей предложена в работе [9]. Возможна локализация при дифракции атома на решетке, индуцированной измерениями его внутреннего состояния [10] и посредством измерения квадратурной фазы поля [11, 12]. В работе [13] описан способ локализации при комбинированном измерении квадратурной амплитуды поля и внутреннего состояния атома. В работах [14–18] локализация атома оказывается результатом детектирования спонтанных фотонов. Аналогичный механизм, модифицированный кооперативными эффектами, предложен в работе [19] для локализации ансамбля атомов.

Общим принципом всех предложенных схем является использование квантовой корреляции, так называемой «зацепленности» (entanglement), между пространственным положением атома и его внутренним состоянием и состоянием поля. Такого рода зацепленность возникает при взаимодействии атома с излучением. Результатом возникновения зацепленности является потеря когерентности (если она существовала изначально) между различными пространственными положениями атома. Информация о координатах атома оказывается «записанной» в пространстве внутренних состояний атома и (или) в пространстве полевых состояний. Локализация ато-

*E-mail: leonid@iae.nsk.su

ма есть следствие измерений, проводимых в этих пространствах¹⁾.

Предложенные схемы локализации отличаются друг от друга разными способами создания зацепленности и разными типами проводимых измерений. В приведенном ряду схемы из работ [14–19] выделяются крайней простотой и лаконичностью формулировки: система световых полей состоит всего из одной классической стоячей волны, а измерения сводятся к детектированию спонтанно испущенных квантов. Это детектирование может быть организовано разными способами. Если стремиться как можно точнее локализовать моменты фотоотсчетов во времени, то (с поправкой на время распространения фотонов от источника к детектору) генерируемая при таком измерении информация касается временных координат событий внутриатомных спонтанных переходов. При этом отсутствует информация о частотах зарегистрированных квантов. Пространственная локализация при такого рода измерениях рассматривается в работе [19].

Иначе выглядит режим спектроскопических измерений. В этом случае детектирование фотонов предваряется их частотной селекцией. Создается более или менее точная информация о частоте фотонов, но, так как спектральная селекция занимает некоторое время, становятся неопределенными моменты фотоиспусканий. Пространственная локализация атомов, вызванная измерением частот спонтанных фотонов, изучалась в работах [16, 17] (наблюдение дублета Ауслера – Таунса) и [18] (наблюдение триплета Раутиана – Моллоу). В указанных работах область локализации атома А определялась по внутреннему состоянию одноатомного детектора В, точнее, по энергии уровня, на котором оказался атом В в результате поглощения кванта, спонтанно испущенного атомом А. Таким образом, пространственная локализация рассматривается как акт. Описание локализации как процесса требует иного подхода. Необходимо квантовое кинетическое уравнение, в котором явно отражен специфический харак-

тер информационной связи излучающего атома и его окружения при проведении непрерывных спектроскопических наблюдений. Такое уравнение позволяет легко получить все результаты, относящиеся к единичным актам локализации и, что значительно более важно, позволяет также изучить воздействие непрерывных спектроскопических наблюдений на кинетику внутренних и поступательных степеней свободы атома.

2. ВЫВОД КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Нашей ближайшей целью является вывод квантового кинетического уравнения для статистического оператора резонансно флуоресцирующего атома в условиях спектроскопических наблюдений. Удобно начать с аналогичной задачи для статистического оператора свободного квантованного светового поля. Исходным пунктом нашего рассмотрения выберем хорошо известную ситуацию, когда окружение устроено так, что происходит локализация во времени событий поглощения квантов поля. Этому процессу отвечает следующее модельное кинетическое уравнение (см., например, [20]):

$$\partial_t \hat{\rho} + i[\hat{H}_f, \hat{\rho}] = \chi \left(\hat{E} \hat{\rho} \hat{E}^\dagger - \frac{1}{2} \{ \hat{E}^\dagger \hat{E}, \hat{\rho} \} \right). \quad (1)$$

Здесь $\hat{E} = \sum_i \mathcal{E}^{(i)} \hat{a}_i$ — положительночастотная составляющая оператора напряженности поля, \hat{a}_i — оператор уничтожения фотона в моде i , $\mathcal{E}^{(i)}$ — некоторая стандартная амплитуда моды, $\hat{H}_f = \sum_i \omega_i \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$ — гамильтониан свободного поля, ω_i — частота фотонов i -й моды. Здесь важно отметить используемое в модели упрощение. А именно, мы сознательно не вводим пространственную конфигурацию мод. Это делается с целью упрощения математических выражений. Учет пространственной конфигурации полевых мод, в отличие от их временного поведения, не является принципиальным для предмета настоящей работы. Детали конфигураций мод и пространственной структуры области окружения, в которой происходит поглощение фотонов, отражены в совокупности введенных амплитуд $\{\mathcal{E}^{(i)}\}$. Необратимый характер эволюции статистического оператора поля $\hat{\rho}$ придает правая часть уравнения (1). Первый — «сэндвичный» — член в правой части описывает эволюцию статистического оператора при поглощении (регистрации) фотона. Слагаемое с антикоммутатором, обозначаемым фигурными скобками, отвечает эволюции в промежутках между событиями поглощений кван-

¹⁾ Несмотря на то, что к моменту измерения когерентность между различными пространственными положениями атома уже отсутствует, т.е. соответствующее состояние является смешанным, фиксация исхода измерения и связанной с ним области локализации (в том случае, когда изначально длина пространственной когерентности значительно превосходила масштабы области локализации) не следует трактовать классически, как определение характеристик, существовавших до и независимо от измерения. Этому не следует делать, так как координаты атома скоррелированы квантовым образом с переменными ограниченной квантовой системы, а не со всем окружением.

тов. Постоянная Планка в данной работе принята за единицу, χ — положительная константа, задающая скорость поглощения квантов поля. Уравнение имеет характерную так называемую форму Линдблада с оператором $\sqrt{\chi}\hat{E}$, описывающим единственный тип событий, присутствующий в модели — поглощение кванта поля окружением. Рассмотрим теперь идеальный режим спектральных наблюдений. Положим, что он осуществляется с помощью континуума настроенных на пропускание фотонов определенной частоты оптических фильтров, каждый из которых присутствует в комбинации с расположенным за ним детектором. Следовательно, в ситуации спектральных наблюдений мы имеем дело с множеством типов событий и, соответственно, с множеством операторов Линдблада, нумеруемых непрерывным параметром ω и отвечающих регистрации фотона, прошедшего через спектральный фильтр, настроенный на частоту ω . Таким образом, модифицированное кинетическое уравнение должно иметь вид

$$\begin{aligned} \partial_t \hat{\rho} + i[\hat{H}_f, \hat{\rho}] = \\ = \chi \int \frac{d\omega}{\pi} \Gamma \left(\hat{E}(\omega) \hat{\rho} \hat{E}^\dagger(\omega) - \frac{1}{2} \{ \hat{E}^\dagger(\omega) \hat{E}(\omega), \hat{\rho} \} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Из соображений удобства в правой части (2) введена спектральная ширина фильтров Γ (единая для всех фильтров) и числовой множитель π в знаменателе. Определяя вид оператора $\hat{E}(\omega)$, будем руководствоваться соображением, чтобы величина

$$\langle \hat{E}^\dagger(\omega) \hat{E}(\omega) \rangle \equiv \text{Tr} \hat{E}^\dagger(\omega) \hat{E}(\omega) \hat{\rho}$$

задавала фототок, порожденный излучением, прошедшим через фильтр²⁾. Согласно результатам работы [21], это дает нам выражение

$$\hat{E}(\omega) = \int_{-\infty}^0 \hat{E}_t \exp(i\omega t + \Gamma t) dt, \quad (3)$$

в котором в явном виде отражена инерционность, вносимая спектральным фильтром в процесс регистрации излучения. Гейзенберговский оператор напряженности поля \hat{E}_t подчиняется, согласно (2), уравнению

$$\begin{aligned} \partial_t \hat{E}_t - i[\hat{H}_f, \hat{E}_t] = \frac{\chi\Gamma}{2\pi} \times \\ \times \int d\omega \left(\hat{E}^\dagger(\omega) [\hat{E}_t, \hat{E}(\omega)] + [\hat{E}^\dagger(\omega), \hat{E}_t] \hat{E}(\omega) \right) \end{aligned} \quad (4)$$

²⁾ Это есть, как нетрудно заметить, подынтегральное выражение, возникающее при взятии следа члена прихода из правой части уравнения (2).

и начальному условию $\hat{E}_0 = \hat{E}$. В общем случае, т. е. для произвольных Γ , из (3) и (4) получается неявное выражение для $\hat{E}(\omega)$. Для его вывода обозначим

$$\hat{E}_t = \sum_i \mathcal{E}_t^{(i)} \hat{a}_i, \quad \hat{E}(\omega) = \sum_i \mathcal{E}^{(i)}(\omega) \hat{a}_i. \quad (5)$$

Имеем, согласно (3),

$$\mathcal{E}^{(i)}(\omega) = \int_{-\infty}^0 \mathcal{E}_t^{(i)} \exp(i\omega t + \Gamma t) dt. \quad (6)$$

Из (4) следует, что

$$\partial_t \mathcal{E}_t^{(i)} + i\omega_i \mathcal{E}_t^{(i)} + \sum_j \gamma_{ij} \mathcal{E}_t^{(j)} = 0, \quad (7)$$

где

$$\gamma_{ij} = \frac{\chi\Gamma}{2\pi} \int d\omega \mathcal{E}^{(i)}(\omega) \mathcal{E}^{(j)*}(\omega). \quad (8)$$

Из формул (6), (7) и условия $\mathcal{E}_0^{(i)} = \mathcal{E}^{(i)}$ имеем

$$\mathcal{E}^{(i)}(\omega) = \sum_j [\mathbf{G}^{-1}(\omega)]_{ij} \mathcal{E}^{(j)}. \quad (9)$$

Здесь

$$[\mathbf{G}(\omega)]_{ij} = [\Gamma + i(\omega - \omega_i)] \delta_{i,j} - \gamma_{ij}. \quad (10)$$

Комбинация (8) и (9) дает следующее неявное выражение для γ_{ij} :

$$\begin{aligned} \gamma_{ij} = \frac{\chi\Gamma}{2\pi} \times \\ \times \int d\omega \sum_{m,n} [\mathbf{G}^{-1}(\omega)]_{im} [\mathbf{G}^{-1}(\omega)]_{jn} \mathcal{E}^{(m)} \mathcal{E}^{(n)}. \end{aligned} \quad (11)$$

Препятствием к нахождению явного выражения для γ_{ij} служит структура элементов матрицы $\mathbf{G}(\omega)$ (10) — в них входят искомые величины. Данное обстоятельство является следствием необратимой составляющей в эволюции \hat{E}_t . Если на протяжении времени спектральной фильтрации Γ^{-1} можно пренебречь необратимостью (это эквивалентно малости характерной величины $|\gamma_{ij}|$ по сравнению с Γ), все рассмотрение значительно упрощается. Как легко заметить, в этом случае вместо (3) можно пользоваться следующим выражением:

$$\begin{aligned} \hat{E}(\omega) = \int_{-\infty}^0 \exp(i\hat{H}_f t) \hat{E} \exp(-i\hat{H}_f t + i\omega t + \Gamma t) dt = \\ = \sum_i \frac{\mathcal{E}^{(i)} \hat{a}_i}{\Gamma + i(\omega - \omega_i)}. \end{aligned} \quad (12)$$

В оптическом диапазоне для всех возбужденных мод с большим запасом выполняется неравенство $\omega_i \gg \Gamma$. Поэтому интегрирование по ω можно распространить на всю действительную ось, что приводит к уравнению

$$\partial_t \hat{\rho} + i[\hat{H}_f, \hat{\rho}] = \sum_{i,j} k_{ij} \left(\hat{a}_i \hat{\rho} \hat{a}_j^\dagger - \frac{1}{2} \{ \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_i, \hat{\rho} \} \right), \quad (13)$$

где

$$k_{ij} = \frac{2\chi\Gamma\mathcal{E}^{(i)}\mathcal{E}^{(j)}}{2\Gamma + i(\omega_j - \omega_i)}. \quad (14)$$

При $\Gamma \gg \Delta\omega$ ($\Delta\omega$ — характерный диапазон возбужденных частот), т. е. в отсутствие частотной фильтрации, имеем

$$k_{ij} \approx \chi\mathcal{E}^{(i)}\mathcal{E}^{(j)} \quad (15)$$

и уравнение (13) переходит в (1). В противоположном случае, когда $\Gamma \ll |\omega_i - \omega_j|$ при $i \neq j$, выражение (14) также упрощается:

$$k_{ij} \approx \chi\mathcal{E}^{(i)}\mathcal{E}^{(j)}\delta_{i,j}. \quad (16)$$

Это есть случай предельной частотной селекции, позволяющий однозначно идентифицировать поле-моду, которой принадлежал каждый зарегистрированный квант.

До сих пор изучался случай свободного поля. Теперь будем считать, что источником квантованного поля является двухуровневый атом, накачиваемый классической стоячей световой волной частоты ω_0 . Рассмотрение этой модели есть следующий шаг к получению необходимого нам уравнения для атомной матрицы плотности. Гамильтониан системы «атом + квантованное поле»

$$\begin{aligned} \hat{H}(\hat{x}, t) = & \hat{H}_f + \frac{1}{2}\omega_{eg}\hat{\sigma}_0 + \\ & + \frac{1}{2}\Omega(\hat{x}) \left(\hat{\sigma} \exp(i\omega_0 t) + \hat{\sigma}^\dagger \exp(-i\omega_0 t) \right) - \\ & - \mu(\hat{E}\hat{\sigma}^\dagger + \hat{E}^\dagger\hat{\sigma}) \end{aligned} \quad (17)$$

включает в себя в виде первых двух слагаемых собственные гамильтонианы поля и атома (ω_{eg} — частота перехода между основным $|g\rangle$ и возбужденным $|e\rangle$ состояниями атома, $\hat{\sigma}_0 = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$), взаимодействие атома с классической волной ($\Omega(x) = \Omega_0 \cos(kx)$ — частота Раби, зависящая от координаты x атома³⁾, $\hat{\sigma} = |g\rangle\langle e|$) и взаимодействие

³⁾ Используемое обозначение координаты (как и вводимое далее обозначение импульса p) может подразумевать точку одномерного или трехмерного пространств.

атома с квантованным полем спонтанно испущенных квантов (μ — дипольный момент атомного перехода). Мы не включили в выражение (17) гамильтониан $\hat{p}^2/2m$ поступательного движения (m — масса атома). Это сделано в предположении достаточно медленного атома, так что выполнено неравенство

$$\frac{\langle p^2 \rangle}{2m} \ll \Gamma, \quad (18)$$

гарантирующее малость кинетической энергии по сравнению с Γ . Это позволяет не учитывать кинетическую энергию при определении результата спектральной фильтрации в выводимом далее выражении (25).

Используем стандартное преобразование

$$\hat{\rho} \rightarrow \exp(i\hat{H}_0 t) \hat{\rho} \exp(-i\hat{H}_0 t), \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}(\hat{x}, t) & \rightarrow \exp(i\hat{H}_0 t) \hat{H}(\hat{x}, t) \exp(-i\hat{H}_0 t) = \\ & = \hat{H}(\hat{x}, 0) = \hat{H}(\hat{x}), \end{aligned}$$

где

$$\hat{H}_0 = \omega_0 \left(\frac{1}{2}\hat{\sigma}_0 + \sum_i \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i \right), \quad (20)$$

для устранения явной зависимости от времени в выражении (17). Обратимая эволюция теперь задается гамильтонианом

$$\hat{H}_1(\hat{x}) = \hat{H}(\hat{x}) - \hat{H}_0. \quad (21)$$

Как и ранее при рассмотрении свободного поля, будем считать возможным ограничиться обратимой эволюцией при вычислении оператора

$$\hat{E}(\omega) = \sum_i \mathcal{E}^{(i)} \hat{a}_i(\omega). \quad (22)$$

Имеем в этом приближении с учетом преобразования (19):

$$\begin{aligned} \hat{a}_i(\omega) = & \int_{-\infty}^0 \exp(i\hat{H}_1(\hat{x})t) \exp(i\hat{H}_0 t) \hat{a}_i \times \\ & \times \exp(-i\hat{H}_0 t) \exp(-i\hat{H}_1(\hat{x})t + i\omega t + \Gamma t) dt. \end{aligned} \quad (23)$$

После несложных преобразований получаем

$$\hat{a}_i(\omega) = \frac{\hat{a}_i - i\mu\mathcal{E}^{(i)}\hat{\sigma}(\hat{x}, \omega)}{\Gamma + i(\omega - \omega_i)}. \quad (24)$$

Здесь оператор $\hat{\sigma}(\hat{x}, \omega)$ связан с оператором $\hat{\sigma}$ соотношением, аналогичным (23). Мы пренебрежем процессами возбуждения атома за счет перепоглощения

испущенных ранее спонтанных фотонов. Это приближение позволяет использовать более простое выражение:

$$\hat{\sigma}(\hat{x}, \omega) = \int_{-\infty}^0 \exp(i\hat{H}_{at}(\hat{x})t) \exp(i\hat{H}_0t) \hat{\sigma} \times \exp(-i\hat{H}_0t) \exp(-i\hat{H}_{at}(\hat{x})t + i\omega t + \Gamma t) dt, \quad (25)$$

где

$$\hat{H}_{at}(\hat{x}) = -\frac{1}{2} \delta \hat{\sigma}_0 + \frac{1}{2} \Omega(\hat{x}) (\hat{\sigma} + \hat{\sigma}^\dagger), \quad (26)$$

$\delta = \omega_0 - \omega_{eg}$. Гамильтониан $\hat{H}_{at}(\hat{x})$ диагонализуется в базисе одетых состояний:

$$\hat{H}_{at}(\hat{x}) = \frac{1}{2} \Delta(\hat{x}) \left(|1, \hat{x}\rangle \langle 1, \hat{x}| - |2, \hat{x}\rangle \langle 2, \hat{x}| \right), \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta(\hat{x}) &= \sqrt{\Omega(x)^2 + \delta^2}, \\ |1, \hat{x}\rangle &= \cos \theta(x) |e\rangle + \sin \theta(x) |g\rangle, \\ |2, \hat{x}\rangle &= \cos \theta(x) |g\rangle - \sin \theta(x) |e\rangle, \\ \operatorname{tg} 2\theta(x) &= -\Omega(x)/\delta. \end{aligned}$$

В базисе одетых состояний оператор $\hat{\sigma}$ имеет разложение

$$\hat{\sigma} = \sum_{\alpha=0, \pm 1} \hat{L}_\alpha(x), \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{L}_0(x) &= \sin \theta(x) \cos \theta(x) \times \\ &\times \left(|1, \hat{x}\rangle \langle 1, \hat{x}| - |2, \hat{x}\rangle \langle 2, \hat{x}| \right), \\ \hat{L}_{-1}(x) &= -\sin^2 \theta(x) |1, \hat{x}\rangle \langle 2, \hat{x}|, \\ \hat{L}_1(x) &= \cos^2 \theta(x) |2, \hat{x}\rangle \langle 1, \hat{x}|. \end{aligned} \quad (29)$$

В так называемом секулярном приближении [22, 23] этим операторам соответствуют события фотоиспусканий соответственно в центральную, левую и правую компоненты триплета резонансной флуоресценции. Выраженный через $\hat{L}_\alpha(\hat{x})$ оператор $\hat{\sigma}(\hat{x}, \omega)$ имеет следующий простой вид:

$$\hat{\sigma}(\hat{x}, \omega) = \sum_{\alpha=0, \pm 1} \frac{\hat{L}_\alpha(\hat{x})}{\Gamma + i(\omega - \omega_0 - \alpha \Delta(\hat{x}))}. \quad (30)$$

Заметим, что координатная зависимость в этом операторе есть следствие спектральной фильтрации, так как вероятность регистрации фотона с частотой ω чувствительна к величине разности энергий

$\Delta(\hat{x})$ одетых состояний в месте нахождения атома. В соотношении (24) присутствует также оператор \hat{a}_i . Он отвечает случаю срабатывания детектора под действием свободных фотонов из моды i . Упрощая дальнейшее рассмотрение, будем считать, что таких фотонов нет: $\hat{a}_i \hat{\rho} = \hat{\rho} \hat{a}_i^\dagger = 0$. Это приближение отвечает ситуации поглощения фотонов на расстоянии от источника, не превышающем характерную длину когерентности порядка $c\gamma^{-1}$ фотонного цуга (c — скорость света, γ — вводимая ниже скорость спонтанного распада атома). Именно в этом случае можно говорить об отсутствии свободных фотонов и в пределе $\Gamma \rightarrow \infty$ отождествлять событие срабатывания детектора с внутриатомным переходом.

Комбинируя в рамках данного приближения выражения (24) и (30) и переходя путем вычисления следа по полевым переменным к атомному статистическому оператору

$$\hat{\rho} = \operatorname{Tr}_f \hat{\rho}, \quad (31)$$

получаем искомое кинетическое уравнение:

$$\begin{aligned} \partial_t \hat{\rho} + i[\hat{p}^2/2m + \hat{H}_{at}(\hat{x}), \hat{\rho}] &= \frac{\gamma \Gamma}{\pi} \times \\ &\times \int d\omega \left[2\hat{\sigma}(\hat{x}, \omega) \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger(\hat{x}, \omega) - \right. \\ &\left. - \{ \hat{\sigma}^\dagger(\hat{x}, \omega) \hat{\sigma}(\hat{x}, \omega), \hat{\rho} \} \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

Здесь введена скорость спонтанного распада:

$$\gamma = \frac{\chi \mu^2}{2} \left| \sum_i \frac{\mathcal{E}^{(i)}}{\Gamma + i(\omega - \omega_i)} \right|^2. \quad (33)$$

Зависимость γ от ω можно не учитывать, если на масштабе Γ помещается много собственных частот полевых мод. Для простоты в дальнейшем мы будем полагать γ константой, пренебрегая ее зависимостью от Γ . Напомним, что при выводе выражения (30) мы пренебрегли необратимостью эволюции атома на масштабе времени спектральной фильтрации. Это имеет место при соотношении

$$\gamma \leq \Gamma, \quad (34)$$

которое будем далее считать выполненным. В уравнении (32) подразумевается (и это важно для дальнейшего), что практически все спонтанно испущенное излучение подвергается спектральному анализу. По этой причине называть этот процесс спектроскопическим наблюдением в обычном смысле не совсем верно. Мы, однако, будем пользоваться и далее термином «спектроскопическое наблюдение», понимая

под этим режим поглощения окружением испущенного атомом излучения, сопровождающийся возникновением (и записью) информации о частоте спонтанных фотонов.

3. ЛОКАЛИЗАЦИЯ АТОМА

Уравнение (32) позволяет описывать феномен локализации резонансно флуоресцирующего атома вследствие спектроскопических наблюдений. Будем рассматривать следующую стандартную постановку. Атом за время τ пересекает в поперечном направлении область пространства, занятую стоячей световой волной. Примем, что интенсивность волны однородна в поперечном сечении данной области. Пролет атома сопровождается регистрацией некоторого числа фотонов в определенных спектральных областях. Зарегистрированную информацию будем называть историей \mathfrak{h} . Наиболее подробный вариант истории представляет собой последовательность моментов регистрации $0 \leq t_1 < \dots < t_n$ и соответствующих спектральных диапазонов $\Delta_1, \dots, \Delta_n$, к которым следует отнести частоты зарегистрированных фотонов. Таким образом

$$\mathfrak{h} = \{t_1, \Delta_1; \dots; t_n, \Delta_n\}. \quad (35)$$

При огрубленном описании истории можно ограничиться, например, только числом n зарегистрированных квантов. Заметим, что спецификой спектральных наблюдений является возможность распространения истории за пределы интервала $[0, \tau]$. Это связано с упомянутой выше ненулевой длительностью частотной фильтрации фотонов.

Будем считать, что начальное атомное состояние $\hat{\rho}_0$ когерентно в поперечном к скорости атома направлении (т.е. вдоль k) на масштабах, значительно превышающих оптическую длину волны λ . После регистрации спонтанных фотонов и, следовательно, после локализации возникает некоторый новый характерный пространственный масштаб Δx состояния атома. Этот масштаб определяется историей \mathfrak{h} и зависит, естественно, от времени пролета τ : $\Delta x = \Delta x(\mathfrak{h}, \tau)$. Будем считать выполненным следующее условие

$$\tau \ll m[\Delta x(\mathfrak{h}, \tau)]^2, \quad (36)$$

которое гласит, что неопределенность импульса, вызванная локализацией на масштабе Δx , не приведет за время пролета к поперечному смещению атома, сравнимому с Δx . Это позволит при рассмотрении локализации атома не учитывать его движение вдоль волнового вектора классического поля.

Обращаясь к структуре уравнения (32), замечаем, что эволюция атома в отсутствие регистраций фотонов задается неэрмитовым гамильтонианом

$$\hat{K}(\hat{x}) = \hat{H}_{at}(\hat{x}) - i\frac{\gamma\Gamma}{\pi} \int d\omega \hat{\sigma}^\dagger(\hat{x}, \omega) \hat{\sigma}(\hat{x}, \omega). \quad (37)$$

Молчанию детекторов на протяжении временного интервала $[0, t]$ соответствует изменение статистического оператора

$$\hat{\rho} \rightarrow \mathcal{L}_t^{(0)}[\hat{\rho}] = \exp(-i\hat{K}(\hat{x})t) \hat{\rho} \exp(i\hat{K}^\dagger(\hat{x})t). \quad (38)$$

Если после периода $[0, t]$ молчания детекторов был зарегистрирован фотон, прошедший систему фильтров из диапазона Δ_ν , мы имеем следующее изменение статистического оператора:

$$\hat{\rho} \rightarrow \int_{\Delta_\nu} d\nu \mathcal{L}_{\nu, t}^{(1)}[\hat{\rho}]. \quad (39)$$

Здесь

$$\mathcal{L}_{\nu, t}^{(1)}[\hat{\rho}] = \frac{2\gamma\Gamma}{\pi} \hat{\sigma}(\hat{x}, \nu) \mathcal{L}_t^{(0)}[\hat{\rho}] \hat{\sigma}^\dagger(\hat{x}, \nu). \quad (40)$$

На языке введенных обозначений статистический оператор $\hat{\rho}(\mathfrak{h})$, возникший в результате фиксации истории (35), имеет следующий вид:

$$\hat{\rho}(\mathfrak{h}) = \int_{\Delta_n} d\nu_n \dots \int_{\Delta_1} d\nu_1 \mathcal{L}_\infty^{(00)}[\mathcal{L}_{\tau-t_n}^{(0)} \times \times [\mathcal{L}_{\nu_n, t_n-t_{n-1}}^{(1)}[\dots \mathcal{L}_{\nu_1, t_1}^{(1)}[\hat{\rho}_0] \dots]]]. \quad (41)$$

Здесь $\mathcal{L}_t^{(00)}$ отличается от $\mathcal{L}_t^{(0)}$ отсутствием взаимодействия с классическим световым полем (т.е. полагается $\Omega(x) = 0$). Операция $\mathcal{L}_\infty^{(00)}$ фиксирует статус события детектирования в момент t_n как последнего в истории. Нетрудно убедиться, что

$$\mathcal{L}_\infty^{(00)}[\hat{\rho}] = \hat{P}_g \hat{\rho} \hat{P}_g,$$

где $\hat{P}_g = |g\rangle\langle g|$ — проектор на основное внутреннее состояние атома. Выражение (41) приведено в предположении, что вся история \mathfrak{h} помещается внутри интервала $[0, \tau]$. В противном случае для той части истории, которая развивается после вылета атома из области поля, следует заменить все операции $\mathcal{L}_t^{(0)}$ на $\mathcal{L}_t^{(00)}$. След оператора $\hat{\rho}(\mathfrak{h})$ при условии $\text{Tr} \hat{\rho}_0 = 1$ задает многовременное (по моментам t_1, \dots, t_n) распределение вероятности реализации истории \mathfrak{h} .

Рассмотрим случай локализации, порожденной историей $\mathfrak{h}^{(0)}$ — отсутствием испущенных спонтанных фотонов. Естественно ожидать, что при таких

условиях атом окажется локализованным вблизи узлов стоячей световой волны. Из общего выражения (41) для данного частного случая следует, что

$$\hat{\rho}(\mathfrak{h}^{(0)}) = \hat{P}_g \mathcal{L}_\tau^{(0)} [\hat{\rho}_0] \hat{P}_g. \quad (42)$$

Предположим, что перед попаданием в область светового поля атом находился в основном внутреннем состоянии. В координатном представлении имеем

$$\langle x | \hat{\rho}_0 | x' \rangle = \hat{P}_g \rho_0(x|x'). \quad (43)$$

Здесь $\rho_0(x|x')$ — пространственная матрица плотности начального состояния. Внутреннее состояние остается неизменным. Эффект локализации отражен в матричных элементах статистического оператора (42):

$$\langle x | \hat{\rho}(\mathfrak{h}^{(0)}) | x' \rangle = \hat{P}_g \Psi(x) \Psi^*(x') \rho_0(x|x'). \quad (44)$$

Здесь

$$\Psi(x) = \sum_{s=+,-} \exp(-i\varepsilon_s(x)t) \frac{\langle \psi_{\bar{s}}^\perp, x | g \rangle \langle g | \psi_s, x \rangle}{\langle \psi_{\bar{s}}^\perp, x | \psi_s, x \rangle}, \quad (45)$$

$|\psi_\pm, x\rangle$ и $\varepsilon_\pm(x)$ — собственные векторы и собственные значения оператора $\hat{K}(x)$:

$$\hat{K}(x) |\psi_\pm, x\rangle = \varepsilon_\pm(x) |\psi_\pm, x\rangle, \quad (46)$$

а $|\psi_\pm^\perp, x\rangle$ — соответствующие ортогональные векторы (см. Приложение А); подразумевается, что \bar{s} — символ, противоположный s . Из вида выражения (44) следует факт сохранения пространственной когерентности при локализации. А именно, если начальная пространственная матрица плотности факторизуется, т. е. $\rho_0(x|x') = \psi_0(x)\psi_0(x')^*$, то это свойство сохранится и у матрицы $\langle x | \hat{\rho}(\mathfrak{h}^{(0)}) | x' \rangle$. На рис. 1 приведены результаты расчета локализации атома на масштабе длины световой волны. Распределение вероятности $P^{(0)}(x) \propto \langle x | \hat{\rho}(\mathfrak{h}^{(0)}) | x \rangle$ локализации нормировано на единицу. Начальное пространственное состояние предполагалось полностью когерентным: $\rho_0(x|x') = \text{const}$. Как и следовало ожидать, отсутствие фотоотчетов локализует атом вблизи узлов стоячей световой волны — там, где самая низкая вероятность возбуждения. Факт наличия или отсутствия спектральной фильтрации при нулевом числе спонтанных фотонов не отражается на процессе локализации.

Рассмотрим теперь локализацию, порожденную огрубленной историей $\mathfrak{h}^{(1)}$ одного фотодетектирования, когда неизвестны момент регистрации кванта и совокупность фильтров, через которые прошел

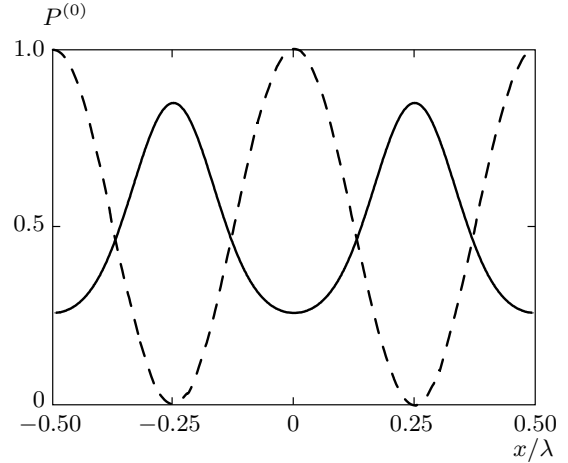


Рис. 1. Плотность вероятности $P^{(0)}(x)$ локализации атома в условиях отсутствия фотодетектирования (сплошная кривая) на фоне профиля интенсивности стоячей световой волны (пунктирная кривая); $\Omega_0 = 3\gamma$, $\delta = 2\gamma$, $\tau\gamma = 10$. Зависимость от величины Γ (при $\Gamma \gtrsim 3\gamma$) практически отсутствует

квант. Для простоты ограничимся случаем, когда квант зарегистрирован во время пролета атома через область поля:

$$\mathfrak{h}^{(1)} = \{t_1 \in [0, \tau], \Delta_1 = (-\infty, \infty)\}. \quad (47)$$

Таким образом, селекция осуществляется только по числу фотодетектирований. Согласно (41), имеем в этом случае:

$$\hat{\rho}(\mathfrak{h}^{(1)}) = \int_0^\tau dt \int_{-\infty}^\infty d\nu \hat{P}_g \mathcal{L}_{\nu,t}^{(1)} [\hat{\rho}_0] \hat{P}_g. \quad (48)$$

Осуществив в этом выражении интегрирование по частоте и записав результат для матричных элементов статистического оператора в координатном представлении, получим

$$\langle x | \hat{\rho}(\mathfrak{h}^{(1)}) | x' \rangle = \hat{P}_g \sum_{\alpha, \alpha'} \frac{4\Gamma\gamma\rho_0(x|x')}{2\Gamma - i(\alpha\Delta(x) - \alpha'\Delta(x'))} \times \int_0^\tau dt \Psi_\alpha(x,t) \Psi_{\alpha'}^*(x',t). \quad (49)$$

Здесь введено обозначение

$$\Psi_\alpha(x,t) = \langle g | \exp(-i\hat{K}(x)(\tau - t)) \hat{L}_\alpha(x) \times \exp(-i\hat{K}(x)t) | g \rangle. \quad (50)$$

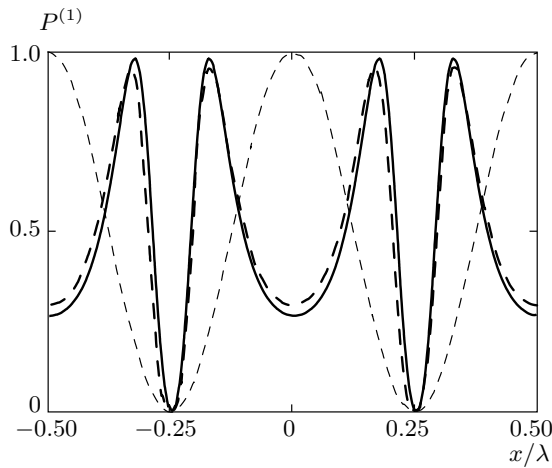


Рис. 2. Плотность вероятности $P^{(1)}(x)$ локализации атома при одном фотодетектировании. Сплошная кривая — вероятность локализации в режиме спектральных наблюдений ($\Gamma = 3\gamma$), штриховая — вероятность локализации в отсутствие спектральной фильтрации ($\Gamma = 200\gamma$). Остальные параметры те же, что и на рис. 1

На рис. 2 приведены результаты расчета вероятности локализации

$$P^{(1)}(x) \propto \langle x | \hat{\rho}(\mathfrak{h}^{(1)}) | x \rangle$$

для тех же значений параметров Ω_0 , δ и τ , что и для истории $\mathfrak{h}^{(0)}$. В сравнении с $P^{(0)}(x)$ у функции $P^{(1)}(x)$ появились провалы вблизи узлов стоячей волны, так как регистрация хотя бы одного спонтанного фотона делает маловероятным нахождение атома в областях низкой интенсивности возбуждающего излучения. Так же, как и в предыдущем случае обнаруживается очень слабое влияние на $P^{(1)}(x)$ факта проведения спектральной фильтрации. В то же время пространственная когерентность возникающего при локализации состояния весьма чувствительна к величине Γ . Действительно, из выражения (49) следует, что матрица плотности $\langle x | \hat{\rho}(\mathfrak{h}^{(1)}) | x' \rangle$ как функция координат x и x' не факторизуется. В случае отсутствия спектральной фильтрации (т. е. при $\Gamma \rightarrow \infty$) потеря пространственной когерентности обусловлена только усреднением по моментам регистрации кванта:

$$\langle x | \hat{\rho}(\mathfrak{h}^{(1)}) | x' \rangle \rightarrow 2\hat{P}_g\gamma \int_0^\tau dt \left(\sum_\alpha \bar{\Psi}_\alpha(x, t) \right) \times \left(\sum_{\alpha'} \bar{\Psi}_{\alpha'}(x', t) \right)^* \quad (51)$$

Здесь функции $\bar{\Psi}_\alpha(x, t)$ получаются из функций $\Psi_\alpha(x, t)$ в пределе $\Gamma \rightarrow \infty$. При умеренных Γ есть дополнительный фактор разрушения пространственной когерентности, связанный с частотной фильтрацией спонтанных фотонов. Ему отвечает предынтегральный множитель в (49).

Происхождение дополнительного фактора, разрушающего когерентность, можно проиллюстрировать следующей простой моделью. Пусть начальная волновая функция атома есть суперпозиция двух хорошо локализованных состояний:

$$|\psi_0\rangle = \alpha_1|x_1\rangle + \alpha_2|x_2\rangle, \quad (52)$$

где α_1 и α_2 — соответствующие амплитуды вероятности. Будем считать, что момент регистрации фотона известен, так что нет декогерентности, связанной с усреднением по этому моменту. При отсутствии спектральной фильтрации регистрация фотона приводит к следующему изменению волновой функции:

$$|\psi_0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{|\alpha_1\beta_1|^2 + |\alpha_2\beta_2|^2}} \times (\alpha_1\beta_1|x_1\rangle + \alpha_2\beta_2|x_2\rangle). \quad (53)$$

Здесь β_1 и β_2 — амплитуды вероятности возбуждения с последующим испусканием фотона для атома, находящегося соответственно в точках x_1 и x_2 . Состояние остается пространственно когерентным, как было отмечено выше при обсуждении общего случая. Если спектральная фильтрация спонтанных фотонов имеет место и если ширина спектральных фильтров достаточно мала, так что

$$\Gamma \ll |\Delta(x_1) - \Delta(x_2)|, \quad (54)$$

то становится определенным место, где находился атом, испустивший фотон. Информация о положении атома зашифрована в виде резонансной частоты фильтра, пропустившего фотон. Если нам не доступна эта информация или по какой-нибудь причине мы ее игнорируем (т. е. осуществляем неселективное измерение), то имеем следующее изменение состояния:

$$|\psi_0\rangle\langle\psi_0| \rightarrow \frac{|\alpha_1\beta_1|^2}{|\alpha_1\beta_1|^2 + |\alpha_2\beta_2|^2} |x_1\rangle\langle x_1| + \frac{|\alpha_2\beta_2|^2}{|\alpha_1\beta_1|^2 + |\alpha_2\beta_2|^2} |x_2\rangle\langle x_2|. \quad (55)$$

Чистое квантовое состояние перешло в смешанное, где разрушена когерентность между различными положениями атома, но вероятности локализации те же, что и в состоянии (53).

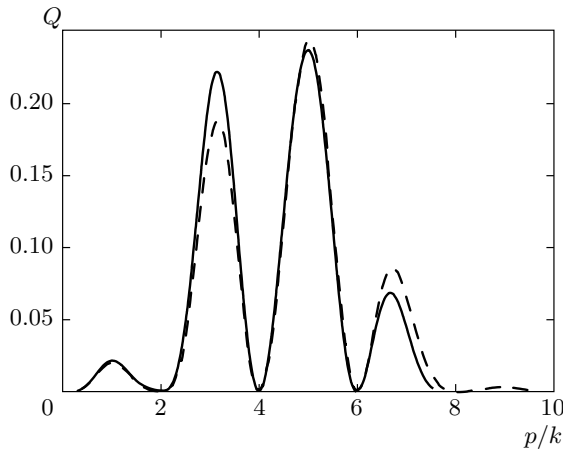


Рис. 3. Поперечное распределение атома по импульсу после его локализации при одном фотодетектировании. Распределение $Q(p)$ есть четная функция. Приведены только значения при $p \geq 0$. $\Omega_0 = 3\gamma$, $\delta = 2\gamma$, $\tau\gamma = 10$. Сплошная кривая — распределение при детектировании фотонов без спектральной фильтрации ($\Gamma = 200\gamma$), штриховая — распределение в режиме спектральной фильтрации ($\Gamma = 3\gamma$)

Различие длин когерентности состояний атома, возникающих при разных типах наблюдения, приводит к различию распределений по импульсам $Q^{(1)}(p)$:

$$Q^{(1)}(p) = \iint \exp(ip(x'-x)) \langle x | \hat{\rho}(\mathfrak{h}^{(0)}) | x' \rangle dx dx'. \quad (56)$$

На рис. 3 приведены распределения для режима спектральной фильтрации и без нее. Для простоты полагалось, что начальная волновая функция атома постоянна на одном из пространственных периодов стоячей волны и обращается в нуль вне его. Из рис. 3 видна бóльшая ширина распределения $Q^{(1)}(p)$, получаемого в режиме спектральной фильтрации. Это является следствием отмеченного выше уменьшения длины пространственной когерентности.

4. ПРОДОЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ АТОМА В СВЕТОВОЙ ВОЛНЕ

Рассмотрение в предыдущем разделе процесса локализации атома при его пролете поперек области стоячей световой волны предполагало когерентность состояния атома вдоль оси волны на масштабе ее длины λ . Кроме того, условие (36) позволило не учитывать продольное (относительно оси волны) движение атома во время его пролета. Теперь мы

рассмотрим противоположный случай — движение атома вдоль оси волны при малой по сравнению с λ длине когерентности его пространственного состояния. Последнее условие позволит описывать движение атома в классических понятиях. А именно, адекватным оказывается переход к вignerовскому представлению поступательного движения атома:

$$\hat{\rho}(x, p) = \int \exp(-ipy) \left\langle x + \frac{y}{2} \left| \hat{\rho} \right| x - \frac{y}{2} \right\rangle dy, \quad (57)$$

с возможностью трактовать $\rho(x, p) = \text{Tr} \hat{\rho}(x, p)$ как обычное вероятностное распределение по координатам и импульсам атома.

Введем некоторые упрощающие предположения. Движение атома будем полагать достаточно медленным с целью сделать допустимым описание спонтанных и вынужденных переходов так, как если бы они происходили в неподвижном атоме. Учет движения осуществляется после. Достаточные условия такого приближения имеют вид

$$\frac{k \langle p \rangle}{m} \ll \gamma, \langle \Delta(x) \rangle, \quad (58)$$

$$\frac{k \langle (\Delta p)^2 \rangle^{1/2}}{m} \ll \gamma, \langle \Delta(x) \rangle. \quad (59)$$

Условие (58) гарантирует, что за время прохождения неоднородности поля масштаба длины волны k^{-1} со средней скоростью волнового пакета произойдет достаточно много переходов внутри атома. Второе условие, взятое вместе с первым, обеспечивает медленность поступательной динамики по сравнению с внутренней для основной части волнового пакета. Условие малой длины когерентности, выраженное в терминах ширины импульсного распределения, утверждает, что $k \ll \langle (\Delta p)^2 \rangle^{1/2}$. Это неравенство можно представить в виде

$$\frac{k^2}{m} \ll \frac{k \langle (\Delta p)^2 \rangle^{1/2}}{m}, \quad (60)$$

позволяющем сравнить его с условием (59). Они не противоречат друг другу, так как энергия отдачи из левой части (60) значительно меньше величин γ и Δ .

Неравенство (60) отражает предполагаемую малость изменения $\hat{H}_{at}(x)$ и $\hat{\sigma}(x, \omega)$ на масштабе ширины $\langle x_1 | \hat{\rho} | x_2 \rangle$ как функции разности $x_1 - x_2$. Это позволяет при переходе к вignerовскому представлению в кинетическом уравнении (32) ограничиться нулевой и первой производными от $\hat{H}_{at}(x)$ и $\hat{\sigma}(x, \omega)$ по координате. Мы сразу представим результирующее уравнение для распределения $\rho(x, p)$, взяв след по внутренним состояниям атома:

$$\partial_t \rho(x, p) + \frac{p}{m} \partial_x \rho(x, p) = F[\hat{\rho}, x] \partial_p \rho(x, p). \quad (61)$$

Члены с нулевыми производными не дали вклада в это уравнение, а первые производные определяют силу $F[\hat{\rho}, x]$, действующую на атом. Более последовательная модель кинетики атома требует присутствия в правой части уравнения членов, описывающих диффузию по импульсам. Именно эти члены описывают разрушение пространственной когерентности вследствие спектральных наблюдений. В коэффициент диффузии в импульсном пространстве дадут вклад вторые производные от $\hat{H}_{at}(x)$ и $\hat{\sigma}(x, \omega)$ по координате. Однако для определения точного вида этого коэффициента необходимо также принять во внимание импульс спонтанных квантов и структуру пространственных областей, где происходит их поглощение. Как отмечалось при обсуждении принятой в работе модели регистрации излучения, учет данных факторов (пространственной конфигурации полевых мод и регистрирующей аппаратуры) несомненно важен, но существенно усложнит формализм и уведет несколько в сторону от основной темы данной работы — выяснения роли спектральной фильтрации. По этой причине ниже мы ограничимся анализом силы, т. е. коэффициентом сноса в импульсном пространстве, но не диффузией. Более строгий анализ показывает, что учет отдачи спонтанных квантов не меняет вида силы.

Силу удобно разбить на две части по типу их происхождения (от производных гамильтониана или операторов спонтанного распада):

$$F = F_{Ham} + F_{Dec}, \quad (62)$$

где

$$F_{Ham}[\hat{\rho}, x]\rho(x, p) \equiv -\text{Tr} \left[\hat{\rho}(x, p) \partial_x \hat{H}_{at}(x) \right], \quad (63)$$

и

$$F_{Dec}[\hat{\rho}, x]\rho(x, p) \equiv -i \frac{\Gamma \gamma}{\pi} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \text{Tr} \left[\hat{\rho}(x, p) \left(\hat{\sigma}^\dagger(x, \omega) \left(\partial_x \hat{\sigma}(x, \omega) \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \left(\partial_x \hat{\sigma}^\dagger(x, \omega) \right) \hat{\sigma}(x, \omega) \right) \right]. \quad (64)$$

Обозначение силы $F[\hat{\rho}, x]$ отмечает ее зависимость от внутреннего состояния атома.

Первая из составляющих, F_{Ham} , хорошо известна. Согласно (63), для нее имеет место выражение

$$F_{Ham}[\hat{\rho}, x]\rho(x, p) = \\ = -\frac{\Omega(x)\Omega'(x)}{2\Delta(x)} \left(\rho_{11}(x, p) - \rho_{22}(x, p) \right) + \\ + \frac{\delta\Omega'(x)}{2\Delta(x)} \left(\rho_{12}(x, p) + \rho_{21}(x, p) \right). \quad (65)$$

Здесь и ниже $\Omega'(x)$ обозначает градиент рабиевской частоты; зависимость от внутреннего состояния атома выражена в терминах матричных элементов статистического оператора, вычисленных в базисе одетых состояний, отнесенных к точке x , т. е.

$$\rho_{ij}(x, p) \equiv \langle i, x | \hat{\rho}(x, p) | j, x \rangle.$$

Выражение для F_{Dec} получается аналогичным образом:

$$F_{Dec}[\hat{\rho}, x]\rho(x, p) = \\ = -\frac{\gamma\delta\Omega(x)\Omega'(x)(2\Gamma^2 + \Delta^2(x))}{\Gamma\Delta^2(x)(4\Gamma^2 + \Delta^2(x))} \rho(x, p) + \\ + \frac{\gamma\Omega(x)\Omega'(x)(4\Gamma^2\delta^2 + \Delta^4(x) + \Delta^2(x)\delta)}{4\Gamma\Delta^3(x)(4\Gamma^2 + \Delta^2(x))} \times \\ \times \left(\rho_{11}(x, p) - \rho_{22}(x, p) \right) - \frac{\Gamma\gamma\delta\Omega'(x)}{\Delta^3(x)} \times \\ \times \left[\frac{\Omega^2(x)}{4(\Gamma^2 + \Delta^2(x))} + \frac{2\Delta^4(x) + (4\Gamma^2 - \Delta^2(x))\delta^2}{(4\Gamma^2 + \Delta^2(x))^2} \right] \times \\ \times \left(\rho_{12}(x, p) + \rho_{21}(x, p) \right) - \frac{2\Gamma\gamma\delta\Omega'(x)}{\Delta^2(x)} \times \\ \times \left[\frac{\Gamma(4\Gamma^2 + 3\Delta^2(x) - \delta^2)}{(4\Gamma^2 + \Delta^2(x))^2} + \frac{\Gamma\Omega^2(x)}{8\Delta^2(x)(\Gamma^2 + \Delta^2(x))} - \right. \\ \left. - \frac{3\Delta^2(x) - \delta^2}{8\Gamma\Delta^2(x)} \right] i \left(\rho_{12}(x, p) - \rho_{21}(x, p) \right). \quad (66)$$

Как и следовало ожидать, F_{Dec} обращается в нуль при $\Gamma \rightarrow \infty$, т. е. когда спектроскопические наблюдения уступают место непосредственному детектированию фотоиспусканий. Принципиальное отличие F_{Dec} от F_{Ham} в том, что F_{Dec} не исчезает даже для атома, изначально приготовленного в максимально смешанном внутреннем состоянии: $\hat{\rho}(x, p) = \rho(x, p) \hat{1}/2$. Об этом свидетельствует первое слагаемое в правой части (66). Новым по сравнению с F_{Ham} является также присутствие в F_{Dec} последнего слагаемого, пропорционального $i(\rho_{12}(x, p) - \rho_{21}(x, p))$.

Окончательное определение силы F требует вычисления $\hat{\rho}(x, p)$. В используемом приближении, когда самой быстрой является внутренняя динамика атома, достаточно воспользоваться стационарным решением кинетического уравнения, в котором не учтено движение атома и удержаны только нулевые производные по x от $\hat{H}_{at}(x)$ и $\hat{\sigma}(x, \omega)$. При этом

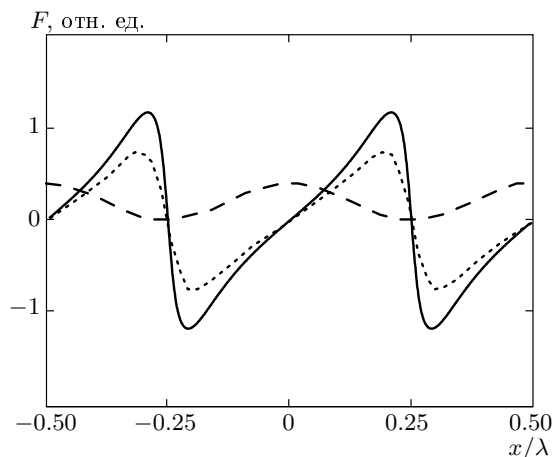


Рис. 4. Зависимости силы, действующей на атом, от его координаты. $\Omega_0 = 4\gamma$, $\delta = 0.5\gamma$. Сплошная кривая — сила в режиме спектральной фильтрации ($\Gamma = 3\gamma$), пунктирная — сила в отсутствие спектральной фильтрации ($\Gamma = 200\gamma$), штриховая — профиль интенсивности стоячей световой волны

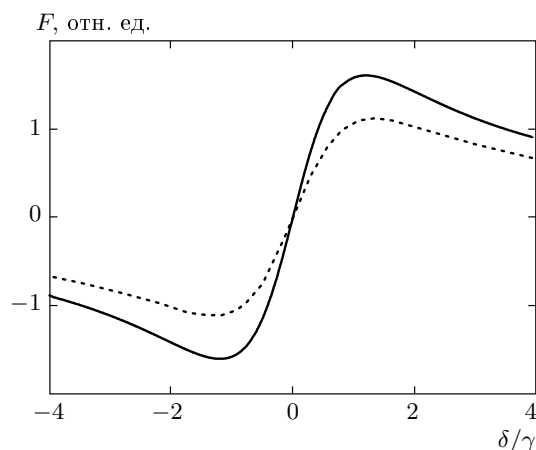


Рис. 5. Зависимости силы, действующей на атом, от частотной расстройки δ в точке $x = 0.4\lambda$. $\Omega_0 = 4\gamma$. Сплошная кривая — сила в режиме спектральной фильтрации ($\Gamma = 3\gamma$), пунктирная — сила в отсутствие спектральной фильтрации ($\Gamma = 200\gamma$)

$\rho_{ij}(x, p)$ выражаются через $\rho(x, p)$. Это решение для $\hat{\rho}(x, p)$ приведено в Приложении В. Результирующее окончательное выражение для силы оказывается довольно громоздким и поэтому не выписывается.

Рисунки 4, 5 позволяют сравнить силы, действующие на атом, в режиме спектроскопических наблюдений и в их отсутствие. На рис. 4 приведены координатные зависимости сил в этих двух режи-

мах. Форма координатной зависимости в целом не меняется под действием спектральной фильтрации, но эта зависимость становится более резкой (особенно вблизи узлов стоячей волны при небольших расстройках) и сила возрастает примерно в полтора раза. На рис. 5 приведены частотные зависимости силы в двух рассматриваемых режимах для точки $x = 0.4\lambda$.

5. ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе показано, что факт проведения спектральных наблюдений резонансной флуоресценции атома модифицирует его динамику в сравнении с режимом счета фотонов, при котором события фотоиспусканий локализируются во времени. Данное явление полностью согласуется с основными принципами теории открытых квантовых систем, связывающими характер их эволюции с объемом и содержанием информации, поступающей во внешнюю среду.

Для анализа были выбраны ситуации, когда спектроскопические наблюдения воздействовали на вероятность нахождения атома в той или иной точке пространства. В первом случае исследовалась локализация атома при регистрации его флуоресценции за время поперечного пролета через область стоячей световой волны. На примере ситуации с регистрацией одного спонтанного кванта была продемонстрирована роль спектральной фильтрации излучения. Сам факт появления информации о частоте фотона (даже при ее игнорировании, т. е. в режиме неселективных спектральных измерений) проявляет себя как дополнительный фактор разрушения пространственной когерентности состояния атома⁴). Этот эффект приводит к уширению импульсного распределения. Несколько утрируя, можно говорить о влиянии спектральных наблюдений на диффузию атома в импульсном пространстве. Однако кроме диффузии спектроскопические наблюдения модифицируют также процесс сноса атома в импульсном пространстве, т. е. модифицируют силу, действующую на атом. Как показано в данной работе, эта сила приобретает новые специфические черты в сравнении с силой, действующей на атом в отсутствие спектральной фильтрации спонтанных фотонов. В частности, она оказывается асимметричной функцией отстройки частоты накачивающего поля от резонанса. Источником обнаруженной добавки к си-

⁴) Как показано в работе [18], селекция по частоте спонтанного кванта существенно меняет пространственное распределение вероятности локализации.

ле не является отдача при испускании спонтанных фотонов. Данный факт ясен уже потому, что в работе импульс спонтанных фотонов не учитывался. Это существенно упрощает рассмотрение и позволяет подчеркнуть, что модификация силы обусловлена модификацией информационного обмена между атомом и окружением в случае перехода от регистрации моментов фотоиспусканий к регистрации частот испущенных квантов. Более привычный способ рассуждения приводит к заключению о модификации процесса спонтанных испусканий вследствие близкого (не далее длины когерентного фотонного цуга) расположения системы оптических фильтров и детекторов. При этом процессы испускания, фильтрации и детектирования спонтанных квантов оказываются неразрывными во времени. Такие условия меняют динамику обмена импульсом между атомом и встречными бегущими компонентами стоячей световой волны, что и приводит в итоге к модификации радиационной силы. Необходимо подчеркнуть, что изменение процесса спонтанных испусканий вследствие спектральных наблюдений не следует отождествлять с известным явлением модификации спонтанного распада атома в резонаторе. Последний эффект обусловлен перестройкой спектра и конфигураций радиационных мод, в которые попадают спонтанные фотоны.

Важным пунктом настоящей работы, необходимым для проявления предсказываемых эффектов, является требование о значительной доле спонтанного излучения, подвергаемого частотной фильтрации. Только в этом случае можно ожидать достаточно сильного обратного влияния спектральных наблюдений на эволюцию атома. Обычные экспериментальные условия, когда лишь малая доля испущенного атомом излучения попадает в спектральный прибор, весьма далеки от такой ситуации. Чтобы проиллюстрировать сказанное, обратимся снова к основному уравнению (32) настоящей работы и наметим пути его обобщения.

Прежде всего мы учтем пространственную конфигурацию полевых мод. А именно, будем считать их плоскими волнами, специфицируемыми волновым вектором $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$. Величину волнового вектора можно считать с хорошей точностью единой для всех мод, существенных в рассматриваемых эффектах. Введение единичного вектора \mathbf{n} , задающего направление вылета спонтанного кванта, позволяет ввести \mathbf{n} -зависимую величину $\Gamma(\mathbf{n})$ — спектральную ширину элементов частотно-селектирующей системы, в которую попадет данный квант. Правая часть уравнения (32) принимает вид

$$\frac{\gamma}{4\pi^2} \int d^2\mathbf{n} \Gamma(\mathbf{n}) \times \\ \times \int d\omega \exp(-ik\mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \left[2\hat{\sigma}(\hat{\mathbf{r}}, \mathbf{n}, \omega) \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger(\hat{\mathbf{r}}, \mathbf{n}, \omega) - \right. \\ \left. - \{\hat{\sigma}^\dagger(\hat{\mathbf{r}}, \mathbf{n}, \omega) \hat{\sigma}(\hat{\mathbf{r}}, \mathbf{n}, \omega), \hat{\rho}\} \right] \exp(ik\mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{r}}). \quad (67)$$

Здесь зависимость $\hat{\sigma}(\hat{\mathbf{r}}, \mathbf{n}, \omega)$ от \mathbf{n} есть следствие соответствующей зависимости $\Gamma(\mathbf{n})$. По сравнению с правой частью исходного уравнения (32) в выражении (67) учтен эффект отдачи при испускании спонтанных фотонов и появилось дополнительное интегрирование по направлениям их вылета. Для осуществления этого интегрирования необходимо задать конкретный вид $\Gamma(\mathbf{n})$. При обычной организации наблюдений входная апертура спектральных приборов выделяет некоторый телесный угол S направлений \mathbf{n} . Для $\mathbf{n} \in S$ умеренные значения величины $\Gamma(\mathbf{n})$ (сравнимые, например, с частотой Раби в атоме) позволяют проводить спектральные измерения. Для остальных направлений \mathbf{n} спектральная фильтрация, как правило, отсутствует ($\Gamma(\mathbf{n}) \rightarrow \infty$). При обычных спектральных наблюдениях $S \ll 4\pi$. Можно ожидать, что коэффициент $S/4\pi$ будет в простейшем приближении определять величину эффектов, индуцированных спектральными наблюдениями.

Автор благодарен П. Л. Чаповскому и А. В. Тайченачеву за полезные обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 06-02-16415, 06-02-08134), Президиума СО РАН и программы Отделения физических наук РАН «Оптическая спектроскопия и стандарты частоты».

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Проведя в выражении (37) интегрирование по частоте, получаем

$$\hat{K}(x) = \frac{1}{2} \Delta(x) \left(|1, x\rangle \langle 1, x| - |2, x\rangle \langle 2, x| \right) - \\ - 2i\gamma \Gamma \sum_{\alpha, \alpha'} \frac{\hat{L}_{\alpha'}^\dagger(x) \hat{L}_\alpha(x)}{2\Gamma - i(\alpha - \alpha') \Delta(x)} = \\ = \frac{1}{2} (\Delta(x) - 2i\gamma \cos^2 \theta(x)) |1, x\rangle \langle 1, x| - \\ - \frac{1}{2} (\Delta(x) + 2i\gamma \sin^2 \theta(x)) |2, x\rangle \langle 2, x| + \\ + 2i\gamma \Gamma \cos \theta(x) \sin \theta(x) \times \\ \times \left(\frac{|2, x\rangle \langle 1, x|}{2\Gamma - i\Delta(x)} + \frac{|1, x\rangle \langle 2, x|}{2\Gamma + i\Delta(x)} \right). \quad (68)$$

Выраженный через собственные векторы и собственные значения (46) оператор $\hat{K}(x)$ имеет вид

$$\hat{K}(x) = \frac{\varepsilon_+(x)}{\langle \psi_-^\perp, x | \psi_+, x \rangle} |\psi_+, x\rangle \langle \psi_-^\perp, x| + \frac{\varepsilon_-(x)}{\langle \psi_+^\perp, x | \psi_-, x \rangle} |\psi_-, x\rangle \langle \psi_+^\perp, x|. \quad (69)$$

Здесь

$$\varepsilon_\pm(x) = -i\frac{1}{2}\gamma \pm \frac{1}{2} \times \sqrt{\Omega^2(x) + (\delta + i\gamma)^2 - \frac{\gamma^2\Omega^2(x)}{4\Gamma^2 + \Delta(x)^2}}, \quad (70)$$

$$|\psi_\pm, x\rangle = |1, x\rangle + f_\pm(x)|2, x\rangle, \\ |\psi_\pm^\perp, x\rangle = f_\pm^*(x)|1, x\rangle - |2, x\rangle,$$

$$f_\pm(x) = \frac{2i\Gamma - \Delta(x)}{2\Gamma\Omega(x)} \left[\Delta^2(x) + i\gamma\delta \mp \Delta(x) \sqrt{\Omega^2(x) + (\delta + i\gamma)^2 - \frac{\gamma^2\Omega^2(x)}{4\Gamma^2 + \Delta(x)^2}} \right]. \quad (71)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Квазистационарный статистический оператор $\hat{\rho}(x, p)$ есть решение уравнения

$$i[\hat{H}_{at}(x), \hat{\rho}(x, p)] = \frac{\gamma\Gamma}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left[2\hat{\sigma}(x, \omega)\hat{\rho}(x, p)\hat{\sigma}^\dagger(x, \omega) - \{\hat{\sigma}^\dagger(x, \omega)\hat{\sigma}(x, \omega), \hat{\rho}(x, p)\} \right]. \quad (72)$$

Имеем

$$\rho_{11}(x, p) = \frac{1}{2}(1 + R(x))\rho(x, p), \\ \rho_{22}(x, p) = \frac{1}{2}(1 - R(x))\rho(x, p), \quad (73)$$

$$\rho_{12}(x, p) = \frac{\gamma\Gamma\Omega(x)}{D(x)(4\Gamma^2 + \Delta(x)^2)} \left(2 - \frac{\delta}{\Delta(x)}R(x) \right) \times \\ \times \left[-\Delta(x) + \frac{2\gamma\Gamma}{\Delta(x)} \left(1 + \frac{\Omega^2(x)}{4(\Gamma^2 + \Delta^2(x))} \right) - \right. \\ \left. - 2i\Gamma - i\gamma \left(1 + \frac{\Omega^2(x)}{2(\Gamma^2 + \Delta^2(x))} \right) \right] \rho(x, p). \quad (74)$$

Здесь

$$R(x) = \frac{2A(x)\Delta(x)\delta}{A(x)\delta^2 + \Delta^2(x)},$$

$$A(x) = 1 - \frac{4\Gamma^2\gamma^2\Omega^2(x)}{\Delta^2(x)(4\Gamma^2 + \Delta^2(x))} \frac{1}{D(x)} \times \\ \times \left(1 + \frac{\Omega^2(x)(2\Gamma^2 + \Delta^2(x))}{2(\Gamma^2 + \Delta^2(x))(4\Gamma^2 + \Delta^2(x))} \right),$$

$$D(x) = \gamma^2 + \Delta^2(x) + \frac{\gamma^2\Omega^2(x)}{\Delta^2(x)} \left(1 + \frac{\Omega^2(x)}{4(\Gamma^2 + \Delta^2(x))} \right).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Б. Менский, *Квантовые измерения и декогеренция*, Наука, Москва (2001).
2. K. S. Johnson et al., *Science* **280**, 1583 (1998).
3. A. N. Boto et al., *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2733 (2000).
4. C. N. Adams, M. Sigel, and J. Mlynek, *Phys. Rep.* **240**, 143 (1994).
5. S. Stenholm, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 699 (1986).
6. W. D. Phillips, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 721 (1998).
7. E. Paspalakis and P. L. Knight, *Phys. Rev. A* **63**, 065802 (2001).
8. E. Paspalakis, A. F. Terzis, and P. L. Knight, *J. Mod. Opt.* **52**, 1685 (2005).
9. G. S. Agarval and K. T. Kapale, *J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys.* **39**, 3437 (2006).
10. S. Kunze, K. Dieckmann, and G. Rempe, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2038 (1997).
11. P. Storey, M. Collett, and D. Walls, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 472 (1992).
12. R. Quadt, M. Collett, and D. Walls, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 351 (1995).
13. H. Nha, J.-H. Lee, J.-S. Chang, and K. An, *Phys. Rev. A* **65**, 033827 (2002).
14. M. Holland, S. Marksteiner, P. Marte, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3683 (1996).

15. F. L. Kien, G. Rempe, W. P. Schleich, and M. S. Zubairy, Phys. Rev. A **56**, 2972 (1997).
16. A. M. Herkommer, W. P. Schleich, and M. S. Zubairy, J. Mod. Opt. **44**, 2507 (1997).
17. S. Qamar, S.-Y. Zhu, and M. S. Zubairy, Opt. Comm. **176**, 409 (2000).
18. S. Qamar, S.-Y. Zhu, and M. S. Zubairy, Phys. Rev. A **61**, 063806 (2000).
19. M. Makovei, J. Evans, and C. H. Keitel, Phys. Rev. A **75**, 033801 (2007).
20. К. В. Гардинер, *Стохастические методы в естественных науках*, Мир, Москва (1986).
21. J. H. Eberly and K. Wódkiewicz, J. Opt. Soc. Amer. **67**, 1252 (1977).
22. P. A. Aranasevich and S. Ja. Kilin, J. Phys. B **12**, L83 (1979).
23. C. N. Cohen-Tannoudji and S. Reynaud, J. Phys. B **10**, 345 (1977).