

ПОЧЕМУ НЕ ОБНАРУЖЕНО ПРОЯВЛЕНИЙ ЭКСИТОННОГО МЕХАНИЗМА В СЭНДВИЧАХ ГИНЗБУРГА?

Ю. А. Кротов, И. М. Суслев

Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
117924, Москва, Россия

* Институт физических проблем им. П. Л. Капицы Российской академии наук
117334, Москва, Россия

Поступила в редакцию 28 июня 1996 г.

На основе пространственно-неоднородных уравнений Элиашберга в пределе локального взаимодействия получено точное решение задачи о температуре перехода сэндвича Гинзбурга (пленки сверхпроводника, покрытой слоем диэлектрика, в котором имеются высокочастотные бозевские возбуждения — экситоны) в первом порядке по a/L (a — межатомное расстояние, L — толщина пленки). Результат оказывается не зависящим от частоты экситонов. Экситонный механизм проявляется лишь во втором порядке по a/L , так как для обмена экситоном оба партнера куперовской пары должны попасть в слой толщины $\sim a$ вблизи границы раздела. Количественные оценки показывают практическую ненаблюдаемость проявлений экситонного механизма в системах с $L \gg a$. Проведены модельные вычисления для узкозонного и широкозонного диэлектриков и проведено сравнение с экспериментом.

1. ВВЕДЕНИЕ

В 1964 г. в известной работе Гинзбурга [1] предложен способ создания высокотемпературных сверхпроводников. Если на тонкую пленку металла наносится слой диэлектрика (рис. 1), в котором имеются высокочастотные бозевские возбуждения — экситоны — с частотой ω_{ex} , значительно превышающей характерную частоту ω_{ph} фононов в металле, то на границе раздела возникает комбинация конечной плотности электронных состояний и высокой частоты возбуждений, что согласно формуле БКШ должно приводить к высоким локальным значениям температуры сверхпроводящего перехода T_c .

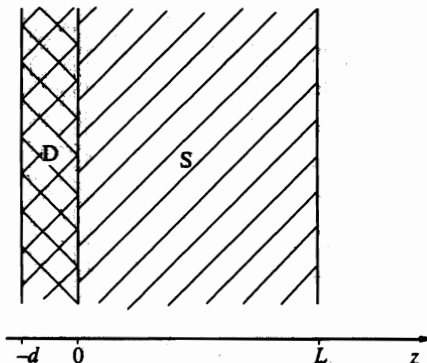


Рис. 1. Сэндвич Гинзбурга представляет собой тонкую пленку сверхпроводника S с нанесенным на нее слоем диэлектрика D , в котором имеются высокочастотные бозевские возбуждения, обмен которыми может значительно повышать T_c .

Теории сэндвичей Гинзбурга посвящено большое количество работ (см. гл. 8 книги [2] и ссылки к ней), однако соответствующие оценки T_c являются неудовлетворительными. Дело в том, что во всех работах по существу игнорируется вся проблематика, связанная с пространственной неоднородностью сэндвичей: рассмотрение проводится на основе формул типа БКШ или Мак-Миллана путем грубой оценки входящих в них параметров. Как показано ниже, это приводит к качественно неправильным результатам.

Следуя терминологии книги [2], будем считать сэндвичами системы, являющиеся таковыми по технологии изготовления — в них толщина металлической пленки L велика по сравнению с межатомным расстоянием a ¹⁾; системы с $L \sim a$ должны рассматриваться как квазидвумерные, что выходит за рамки настоящей работы. Кроме того, будем считать, что сверхпроводимость в пленке носит объемный характер, так как возможная поверхностная сверхпроводимость таммовских уровней [1, 5] с достоверностью нигде не обнаружена.

Из общих соображений ясно, что T_c сэндвича отличается от значения T_{c0} для объемного материала пленки на величину $\sim a/L$:

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} \equiv \frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} = C \frac{a}{L}. \quad (1)$$

Все существующие работы [2] исходят из того, что при формальном пределе $\omega_{ex} \rightarrow \infty$ коэффициент C расходится и при больших ω_{ex} его большая величина может скомпенсировать малость параметра a/L или, во всяком случае, обеспечить доминирование экситонного механизма над другими эффектами, которые дают $C \sim 1$; однако, как показано ниже,

$$C(\omega_{ex}) = \text{const} \quad \text{при} \quad \omega_{ex} \gtrsim \omega_{ph}. \quad (2)$$

Этот на первый взгляд странный результат в действительности является естественным: для обмена экситоном оба партнера куперовской пары должны попасть в слой $\sim a$ вблизи границы раздела, что имеет вероятность $\sim (a/L)^2$; следовательно, в первом порядке по a/L экситонный механизм никак не проявляется. Если продолжить разложение (1), выделив из коэффициентов безразмерную константу взаимодействия λ_0 для объемного металла:

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{A}{\lambda_0} \frac{a}{L} + \frac{B(\omega_{ex})}{\lambda_0} \left(\frac{a}{L}\right)^2 + \dots, \quad (3)$$

то оценки коэффициентов дают²⁾

$$B(\omega_{ex}) = B_0 + B_1 \lambda_0 \ln \frac{\omega_{ex}}{\omega_{ph}}, \quad A, B_0, B_1 \sim 1, \quad (4)$$

¹⁾ Современные технологии позволяют изготавливать достаточно однородные пленки с толщиной несколько ангстрем [3], однако их сильная неупорядоченность приводит к подавлению сверхпроводимости за счет локализационных эффектов [4].

²⁾ Подчеркнем, что этот результат не содержится в формуле Мак-Миллана, что, по-видимому, является основной причиной того, что он не был замечен ранее. На качественном уровне он может быть получен из решения уравнений Элиашберга для однородного случая, если взять функцию Элиашберга в виде $\lambda_{ph} \omega_{ph} \delta(\omega - \omega_{ph}) + \lambda_{ex} \omega_{ex} \delta(\omega - \omega_{ex})$ и считать, что $\lambda_{ex} \sim a/L$.

т. е. коэффициент при $(a/L)^2$ действительно расходится при $\omega_{ex} \rightarrow \infty$. Происхождение множителей λ_0^{-1} в (3) связано с тем, что вариация формулы БКШ $T_c \sim \bar{\omega} \exp(-1/\lambda)$ по $\bar{\omega}$ и λ дает для $\delta T_c/T_{c0}$ соответственно $\delta \bar{\omega}/\bar{\omega}$ и $\delta \lambda/\lambda_0^2$, т. е. относительные изменения λ усилены множителем λ_0^{-1} по сравнению с относительными изменениями $\bar{\omega}$. Согласно (3), (4) отношение вклада экситонного механизма к полному изменению T_c имеет порядок

$$\frac{(\delta T_c)_{ex}}{(\delta T_c)_{tot}} \sim \frac{a}{L} \lambda_0 \ln \frac{\omega_{ex}}{\omega_{ph}}. \quad (5)$$

Ограничения, связанные с толмачевским логарифмом [2], дают $\omega_{ex}/\omega_{ph} \lesssim 10^2$ и для типичных значений $\lambda_0 = 0.2-0.3$ ³⁾ имеем $\lambda_0 \ln(\omega_{ex}/\omega_{ph}) \sim 1$, так что при $L \gg a$ относительный вклад экситонного механизма всегда мал. Это означает, что попытки изучения экситонного механизма в «режиме малых добавок» обречены на провал: при нанесении на пленку диэлектрического покрытия изменение T_c будет определяться всем, чем угодно, кроме экситонного механизма. По-видимому, в этом основная причина отсутствия экспериментальных проявлений последнего.

Для произвольной пространственно-неоднородной сверхпроводящей системы выражение для T_c , естественно, не может быть получено, однако это возможно для случая локальной пространственной неоднородности, когда последняя сосредоточена в области с характерным размером d , малым по сравнению с длиной когерентности ξ_0 или общим размером системы L (при $L \lesssim \xi_0$). Соответствующие формулы были получены в [6, 7] и применялись авторами для исследования локализации параметра порядка, квантовых осцилляций T_c , зависимости вклада в T_c границы раздела двух материалов от их параметров и т. д. [6-9]. Все эти работы основаны на уравнении Горькова [10, 11], которое не позволяет учитывать зависимость от координат частоты обрезания $\bar{\omega}$; в приближении слабой связи зависимость $\bar{\omega}(\mathbf{r})$ обычно приводит лишь к малым поправкам, определяемым параметром

$$\lambda_0 \ln \frac{\bar{\omega}_{max}}{\bar{\omega}_{min}} \ll 1. \quad (6)$$

Однако в случае сильной несоизмеримости частот, $\bar{\omega}_{max} \gg \bar{\omega}_{min}$, условие (6) может нарушаться даже при $\lambda_0 \ll 1$; именно такая ситуация имеет место для сэндвича Гинзбурга.

В настоящей работе формулы для T_c , аналогичные выведенным в [6, 7], получаются на основе пространственно-неоднородных уравнений Элиашберга [10]. Поскольку сама по себе идея Гинзбурга не зависит от природы высочастотных бозевских возбуждений, используются уравнения Элиашберга для электрон-фононного взаимодействия. Фактически их структура сохраняется при обмене любыми бозонами с частотой, малой по сравнению с энергией Ферми ϵ_F : в особенности это относится к пределу локального взаимодействия (разд. 3), который не содержит никакой детальной информации о фононах.

³⁾ Подчеркнем, что λ понимается в смысле теории БКШ; значения $\lambda \sim 1$ получаются при использовании формул типа Мак-Миллана, в которых вместо $1/\lambda_{BCS}$ стоит комбинация типа $(1 + \lambda)/(\lambda - \mu^*)$, где μ^* — кулоновский псевдопотенциал [2].

2. ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕОДНОРОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЭЛИАШБЕРГА

Возьмем гамильтониан электрон-фононного взаимодействия в виде

$$H_{int} = - \int d\mathbf{r} \hat{\psi}_\sigma^\dagger(\mathbf{r}) \mathbf{u}_n \mathbf{g}_n(\mathbf{r}) \hat{\psi}_\sigma(\mathbf{r}), \quad (7)$$

где $\hat{\psi}_\sigma^\dagger$ и $\hat{\psi}_\sigma$ — электронные операторы, \mathbf{u}_n — вектор смещения n -го иона, $\mathbf{g}_n(\mathbf{r})$ — деформационный потенциал, в приближении жестких ионов равный [12]

$$\mathbf{g}_n(\mathbf{r}) = \nabla U_n(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n), \quad (8)$$

где $U_n(\mathbf{r})$ — потенциал n -го иона, \mathbf{R}_n — его положение в равновесии. Следуя стандартной процедуре [10], получим пространственно-неоднородные уравнения Элиашберга ($x = (\mathbf{r}, \tau)$)

$$\left(-\frac{\partial}{\partial \tau} - \hat{H}_0 + \mu \right) G(x, x') = \delta(x - x') - \int dx_1 G(x, x_1) D(x, x_1) G(x, x') + \int dx_1 F(x, x_1) D(x, x_1) F^+(x_1, x'), \quad (9)$$

$$\left(-\frac{\partial}{\partial \tau} - \hat{H}_0 + \mu \right) F(x, x') = - \int dx_1 G(x, x_1) D(x, x_1) F(x_1, x') - \int dx_1 F(x, x_1) D(x, x_1) G(x', x_1),$$

где G и F — нормальная и аномальная электронные функции Грина, μ — химический потенциал. В отличие от уравнений (35.2) в книге [10], в (9) все величины зависят от двух координат, а не от их разности, оператор $\hat{p}^2/2m$ заменен на одночастичный гамильтониан \hat{H}_0 общего вида и константа взаимодействия g включена в определение фононной функции Грина:

$$D(x, x') = \sum_{\alpha, \alpha'} \sum_{n, n'} g_n^\alpha(\mathbf{r}) g_{n'}^{\alpha'}(\mathbf{r}') D_{nn'}^{\alpha\alpha'}(\tau - \tau'), \quad (10)$$

где $D_{nn'}^{\alpha\alpha'}$ — узловая функция Грина, выражающаяся через собственные векторы $B_\alpha^{(s)}(n)$ и собственные значения ω_s^2 динамической матрицы [13]:

$$D_{nn'}^{\alpha\alpha'}(\Omega) = -\frac{\hbar}{\sqrt{M_n M_{n'}}} \sum_s \frac{B_\alpha^{(s)}(n) B_{\alpha'}^{(s)}(n')}{\Omega^2 + \omega_s^2}, \quad (11)$$

M_n — масса n -го иона, Ω — мацубаровская частота.

Для определения T_c уравнения (9) должны быть линеаризованы по F ; переписывая их в символическом виде

$$\left(-\frac{\partial}{\partial \tau} - \hat{H}_0 + \mu + GD \right) G = 1, \quad \left(-\frac{\partial}{\partial \tau} - \hat{H}_0 + \mu + GD \right) F = -FDG \quad (12)$$

и замечая, что G является функцией Грина оператора в круглых скобках, представим второе уравнение (12) в виде $F = -GFDG$, что в развернутой записи после перехода к мацубаровским частотам и комплексного сопряжения дает

$$F_{\omega}^{+}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -T \sum_{\Omega} \int d\mathbf{r}_1 \int d\mathbf{r}_2 G_{-\omega}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) D_{\Omega}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) F_{\omega-\Omega}^{+}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) G_{\omega}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}'). \quad (13)$$

Вводя параметр порядка

$$\Delta_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -T \sum_{\Omega} F_{\omega-\Omega}^{+}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') D_{\Omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (14)$$

перепишем (13) в виде

$$\Delta_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -T \sum_{\omega'} \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 D_{\omega-\omega'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') G_{-\omega'}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) G_{\omega'}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}') \Delta_{\omega'}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2). \quad (15)$$

В (13)–(15) Ω — бозевская, а ω и ω' — фермиевские частоты. Заметим, что (15) содержит лишь перенормированные функции Грина.

3. ПРЕДЕЛ ЛОКАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Уравнение (15) по форме напоминает уравнение Горькова [10, 11] и переходит в него при использовании двух аппроксимаций, характерных для теории БКШ:

$$D_{\omega-\omega'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rightarrow -V_{\omega-\omega'}(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (16)$$

$$V_{\omega-\omega'}(\mathbf{r}) \rightarrow V(\mathbf{r}) \theta(\bar{\omega} - |\omega|) \theta(\bar{\omega} - |\omega'|) \quad (17)$$

(при этом $\Delta_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rightarrow \Delta(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \theta(\bar{\omega} - |\omega|)$). Аппроксимация (17) соответствует пренебрежению координатной зависимостью частоты обрезания и в дальнейшем использоваться не будет: это не приведет к усложнениям, так как все необходимые уравнения могут быть решены методом выделения логарифмической сингулярности [2, стр. 90].

Аппроксимация (16) соответствует физически наглядному пределу локального взаимодействия, и ее использование имеет множество преимуществ: а) позволяет получить простые и наглядные результаты; б) не требует предположений о форме ферми-поверхности; в) не содержит детальной информации об электрон-фононном взаимодействии (так как, фактически, в (16) вводится константа взаимодействия $V_{\omega}(\mathbf{r})$ с произвольной зависимостью от частоты и координат) и допускает непосредственное обобщение на другие типы взаимодействий; г) структура выражения для T_c оказывается такой же, как при использовании уравнения Горькова, и результаты работ [6–9] автоматически обобщаются на случай зависящей от координат частоты обрезания. Утверждение об отсутствии экситонного механизма в первом порядке по a/L может быть доказано и при учете нелокальности взаимодействия, но соответствующие выражения весьма громоздки.

Подчеркнем, что локальный предел представляет собой физическую аппроксимацию и не может быть введен строго. Действительно, если предположить короткодействующий характер функции $D_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ и записать

$$D_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \approx \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \int d\mathbf{r}'' D_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}''), \quad (18)$$

то интеграл оказывается равным нулю из-за обращения в нуль интеграла от $\mathbf{g}_n(\mathbf{r})$, так как деформационный потенциал создается перераспределением плотности заряда и может быть представлен в виде суперпозиции полей диполей; для приближения жестких ионов это непосредственно видно из (8). Физическая разумность локального приближения обусловлена тем, что выражение для T_c эффективно определяется интегралом (18) по области $|\mathbf{r}'| \lesssim k_F^{-1}$, где k_F — фермиевский импульс: в этом можно убедиться из результата для пространственно-однородного случая [2, гл. 4].

Принимая аппроксимацию (16), имеем $\Delta_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \Delta_{\omega}(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$, и (15) принимает вид

$$\Delta_{\omega}(\mathbf{r}) = T \sum_{\omega'} V_{\omega-\omega'}(\mathbf{r}) \int d\mathbf{r}' K_{\omega'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Delta_{\omega'}(\mathbf{r}'), \quad (19)$$

$$K_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = G_{-\omega}(\mathbf{r}', \mathbf{r}) G_{\omega}(\mathbf{r}', \mathbf{r}). \quad (20)$$

При наличии инвариантности относительно обращения времени ядро $K_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ симметрично относительно перестановки \mathbf{r} и \mathbf{r}' и положительно; при использовании в качестве $G_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ одночастичных функций Грина оно удовлетворяет правилу сумм [11]:

$$\int d\mathbf{r}' K_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\pi}{|\omega|} N(\mathbf{r}), \quad (21)$$

где $N(\mathbf{r})$ — локальная плотность состояний на уровне Ферми,

$$N(\mathbf{r}) = \sum_n |\psi_n(\mathbf{r})|^2 \delta(\epsilon_F - \epsilon_n), \quad (22)$$

определяемая одночастичными собственными функциями $\psi_n(\mathbf{r})$ и собственными значениями ϵ_n . При учете многочастичных эффектов соотношение (21) можно считать определением локальной плотности состояний $N(\mathbf{r})$; в пространственно-однородном случае именно эта величина (не зависящая от \mathbf{r}) входит в формулу БКШ.

4. ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ T_c В СЛУЧАЕ ЛОКАЛЬНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ

Пусть система пространственно-неоднородна вдоль одной координаты z , причем неоднородность локализована при $|z| \lesssim d$; ввиду независимости $\Delta_{\omega}(\mathbf{r})$ от продольной координаты \mathbf{r}_{\parallel} уравнение (19) имеет вид

$$\Delta(z) = \int dz' \hat{Q}(z, z') \Delta(z'), \quad (23)$$

где $\Delta = (\Delta_{\omega_1}, \Delta_{\omega_2}, \dots)$. Если поперечный размер системы $L \ll \xi_0$, то решение можно искать в виде [6, 7]

$$\Delta(z) = \psi + \Delta_0(z), \quad (24)$$

где функция ψ не зависит от z , а $\Delta_0(z)$ локализована при $|z| \lesssim d$. Подставляя (24) в (23), имеем

$$\psi = \int dz' \hat{Q}(\infty, z') \psi + \int dz' \hat{Q}(\infty, z') \Delta_0(z'), \quad (25)$$

$$\Delta_0(z) = \int dz' [\hat{Q}(z, z') - \hat{Q}(\infty, z')] \psi + \int dz' [\hat{Q}(z, z') - \hat{Q}(\infty, z')] \Delta_0(z'), \quad (26)$$

где учтено, что при $|z| \gtrsim d$ ядро $\hat{Q}(z, z')$ не зависит от z и равно $\hat{Q}(\infty, z')$. Из правила сумм (21) следует оценка $\hat{Q} \sim 1/L$, и последние члены в (25), (26) имеют малость $\sim d/L$; для вычисления T_c с точностью d/L включительно можно опустить последний член в (26) и подставить полученный результат для $\Delta_0(z)$ в (25). Воспользовавшись тем, что $K_\omega(\infty, z') \approx L^{-1} \int dz K_\omega(z, z')$ и учитывая (21), получим уравнение для ψ , в развернутой записи имеющее вид

$$\psi_\omega = \pi T \sum_{\omega'} \frac{L(\omega, \omega')}{|\omega'|} \psi_{\omega'}, \quad (27)$$

$$L(\omega, \omega') = V_{\omega-\omega'}(\infty) N(\infty) + \frac{1}{L} \int dz \pi T \sum_{\omega''} \frac{1}{|\omega''|} V_{\omega-\omega'}(\infty) N(z) \times \\ \times [V_{\omega''-\omega'}(z) N(z) - V_{\omega''-\omega'}(\infty) N(\infty)]. \quad (28)$$

Уравнение (27) может быть решено методом выделения логарифмической сингулярности⁴⁾. Воспользовавшись тем, что при суммировании по фермиевским частотам

$$\pi T \sum_{|\omega| < \bar{\omega}} \frac{1}{|\omega|} = \ln \frac{1.14\bar{\omega}}{T}, \quad (29)$$

перепишем (27) в виде

$$\psi_\omega = L(\omega, \omega_0) \psi_{\omega_0} \ln \frac{1.14\bar{\omega}}{T} + f(\omega), \quad (30)$$

где $\omega_0 = \pi T$ и введена функция

$$f(\omega) = \pi T \sum_{|\omega'| > \bar{\omega}} \frac{L(\omega, \omega') \psi_{\omega'}}{|\omega'|} + \pi T \sum_{|\omega'| < \bar{\omega}} \frac{L(\omega, \omega') \psi_{\omega'} - L(\omega, \omega_0) \psi_{\omega_0}}{|\omega'|}. \quad (31)$$

Полагая в (30) $\omega = \omega_0$ и $L(\omega_0, \omega_0) \approx L(0, 0)$, имеем результат для T_c :

$$T_c = 1.14\bar{\omega} e^{-1/L(0,0)}, \quad (32)$$

где $\bar{\omega}$ определена условием $f(\omega_0) = 0$. Переходя в (31) от суммирования к интегрированию и подставляя ψ_ω в главное логарифмическое приближение (т. е. в пренебрежении $f(\omega)$ в (30)), получаем для $\bar{\omega}$

⁴⁾ Использование этого метода непосредственно в мацубаровском представлении значительно проще, чем с предварительным использованием аналитического продолжения [2, гл. 4] и приводит к тем же результатам.

$$\ln \bar{\omega} = -\frac{1}{L^2(0,0)} \int_0^{\infty} \ln \omega [L(0,\omega)L(\omega,0)]'_\omega d\omega. \quad (33)$$

Подстановка (28) в (32), (33) и разложение по d/L дает для изменения T_c по сравнению со значением T_{c0} для пространственно-однородной системы выражение

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_0^3 L} \int dz W_0 N(z) [W(z)N(z) - W_0 N_0], \quad (34)$$

где $\lambda_0 = V_0(\infty)N(\infty)$, $W_0 = W(\infty) = V_0(\infty)$ и введена функция

$$W(z) = V_0(z) - 2N(\infty) \int_0^{\infty} d\omega \ln \frac{\omega}{\bar{\omega}} [V_\omega(\infty)V_\omega(z)]'_\omega, \quad (35)$$

в которой $\bar{\omega}$ берется в нулевом приближении,

$$\ln \bar{\omega} = -\frac{1}{V_0^2(\infty)} \int_0^{\infty} d\omega \ln \omega [V_\omega^2(\infty)]'_\omega, \quad (36)$$

соответствующем пространственно-однородной системе (так что $T_{c0} = 1.14\bar{\omega} \times \exp(-1/\lambda_0)$). Если $V_\omega(z)$ как функция частоты имеет ступенчатый вид

$$V_\omega(z) = V(z)\theta(\bar{\omega}(z) - |\omega|), \quad (37)$$

то из (36) следует $\bar{\omega} = \bar{\omega}(\infty)$ и (35) дает

$$W(z) = V(z) \left[1 + \lambda_0 \ln \frac{\min\{\bar{\omega}(\infty), \bar{\omega}(z)\}}{\bar{\omega}(\infty)} \right]. \quad (38)$$

При $\bar{\omega}(z) = \text{const}$ получим $W(z) = V(z)$, и формула (34) переходит в результат работы [7]; мы видим, что учет зависимости от координат частоты обрезания не меняет структуры формулы (34), но приводит лишь к замене $V(z)$ на более сложную функцию $W(z)$.

Для сэндвича Гинзбурга интеграл в (34) определяется областью $|z| \lesssim a$ вблизи границы раздела и относительное изменение T_c оказывается $\sim a/L$. Существенно, что функция $V_\omega(z)$, которая при $|z| \lesssim a$ содержит информацию об экситонной частоте ω_{ex} (рис. 2), входит в (35) лишь в произведении с функцией $V_\omega(\infty)$, быстро убывающей при $|\omega| \gtrsim \omega_{ph}$. В результате ω_{ex} не входит в выражения (34), (35), определяющие T_c : для приближения (37) это непосредственно видно из (38). Этот качественный результат сохраняется во всех порядках по λ_0 (выражения (34), (35) получены итерациями по этому параметру). Действительно, рассмотрим уравнение на собственные значения

$$\nu \psi_\omega = \pi T \sum_{\omega'} \frac{V_{\omega-\omega'}(\infty)N(\infty)}{|\omega'|} \psi_{\omega'}, \quad (39)$$

которое при $\nu = 1$ совпадает с уравнением (27) для пространственно-однородной системы. Если $\nu(T)$ — максимальное собственное значение (39), то T_{c0} определяется условием $\nu(T_{c0}) = 1$. Пусть $\bar{\psi}_\omega$ и $\bar{\bar{\psi}}_\omega$ — решение уравнения (39) и союзного к нему

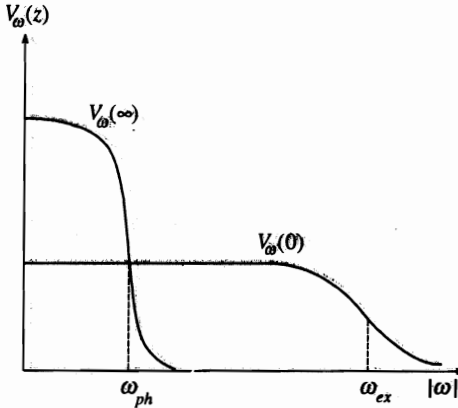


Рис. 2. Характерное поведение $V_\omega(z)$ от ω в глубине металлической пленки ($z = \infty$) и на границе раздела металл-диэлектрик ($z = 0$)

при $\nu = 1$; тогда учет члена $\sim d/L$ в (28) по теории возмущений приводит к результату

$$\delta T_c = -\frac{1}{\nu'(T_{c0})\lambda_0^2 L} \int dz W_0 N(z) [W(z)N(z) - W_0 N_0] \quad (40)$$

с функцией $W(z)$ вида

$$W(z) = \frac{\lambda_0}{\pi T \sum_{\omega'} |\omega'|^{-1} (\bar{\psi}_\omega)^2} \pi T \sum_{\omega'} \frac{\bar{\psi}_{\omega'}}{|\omega'|} \pi T \sum_{\omega''} \frac{\bar{\psi}_{\omega''}}{|\omega''|} V_{\omega''-\omega'}(z), \quad (41)$$

где учтено, что $\bar{\bar{\psi}}_\omega = |\omega|^{-1} \bar{\psi}_\omega$. Исследование уравнения (39) показывает, что $\bar{\psi}_\omega$ убывает при увеличении ω на масштабе ω_{ph} ; поэтому суммирование по частотам в (41) эффективно ограничено областью $|\omega'| \lesssim \omega_{ph}$, $|\omega''| \lesssim \omega_{ph}$, и информация об ω_{ex} , содержащаяся в $V_{\omega''-\omega'}(z)$, по-прежнему не входит в ответ.

5. ОЦЕНКА ЭФФЕКТА ГИНЗБУРГА

Итерируя (25), (26) до второго порядка по d/L включительно,

$$\begin{aligned} \psi = & \int dz' \hat{Q}(\infty, z') \psi + \int dz' \int dz'' \hat{Q}(\infty, z') [\hat{Q}(z', z'') - \hat{Q}(\infty, z'')] \psi + \\ & + \int dz' \int dz'' \int dz''' \hat{Q}(\infty, z') [\hat{Q}(z', z'') - \hat{Q}(\infty, z'')] [\hat{Q}(z'', z''') - \hat{Q}(\infty, z''')] \psi, \quad (42) \end{aligned}$$

получаем уравнение (27), в котором функция $L(\omega, \omega')$ отличается от (28) дополнительным вкладом $\sim (d/L)^2$, приводящим к поправке второго порядка к T_c :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta T_c}{T_{c0}}\right)_2 = & \frac{1}{\lambda_0} \frac{1}{V_0(\infty)} \frac{1}{L} \int dz' dz'' N(z') \pi T \sum_{\omega'} \frac{V_{\omega'}(\infty)}{|\omega'|} T \times \\ & \times \sum_{\omega''} [V_{\omega'-\omega''}(z') K_{\omega''}(z', z'') - V_{\omega'-\omega''}(\infty) K_{\omega''}(\infty, z'')] \pi T \times \\ & \times \sum_{\omega'''} \frac{V_{\omega'''}(\infty)}{|\omega'''|} [V_{\omega''-\omega'''}(z'') N(z'') - V_{\omega''-\omega'''}(\infty) N(\infty)]. \quad (43) \end{aligned}$$

Суммирование по ω', ω''' ограничено областью $|\omega'|, |\omega'''| \lesssim \bar{\omega} \sim \omega_{ph}$; выполняя их с логарифмической точностью и выделяя вклад области высоких частот, получаем изменение T_c , обусловленное экситонным механизмом:

$$\left(\frac{\delta T_c}{T_{c0}}\right)_{ex} = \frac{1}{\lambda_0^3 L} V_0(\infty) \int dz' dz'' N(z') N(z'') T \sum_{|\omega| > \bar{\omega}} V_\omega(z') K_\omega(z', z'') V_\omega(z''). \quad (44)$$

Если для сэндвича (см. рис. 1) локальная плотность состояний $N(z)$ меняется вблизи границы раздела более резко, чем $V_\omega(z)$, то с учетом правила сумм можно положить

$$K_\omega(z, z') \simeq \frac{\pi N_0}{|\omega| L} \theta(z) \theta(z'), \quad N(z) = N_0 \theta(z), \quad (45)$$

откуда

$$\left(\frac{\delta T_c}{T_{c0}}\right)_{ex} \simeq \frac{1}{\lambda_0^2 L^2} N_0^2 \int_0^L dz' \int_0^L dz'' \pi T \sum_{|\omega| > \bar{\omega}} \frac{V_\omega(z') V_\omega(z'')}{|\omega|}. \quad (46)$$

Ввиду логарифмической зависимости подынтегрального выражения от частоты обрезания область применимости (46) оказывается достаточно широкой. В простейшем предположении

$$V_\omega(z) = \begin{cases} V_0 \theta(\omega_{ph} - |\omega|), & z > a, \\ V_1 \theta(\omega_{ex} - |\omega|), & z < a \end{cases} \quad (47)$$

получим

$$\left(\frac{\delta T_c}{T_{c0}}\right)_{ex} \simeq \left(\frac{a}{L}\right)^2 \frac{V_1^2}{V_0^2} \ln \frac{\omega_{ex}}{\omega_{ph}}. \quad (48)$$

Поскольку трудно ожидать, что константа взаимодействия V_1 для высокочастотных возбуждений окажется выше, чем для низкочастотных (V_0), то вклад экситонного механизма (48) всегда мал по сравнению с главным вкладом $\sim a/\lambda_0 L$, следующим из (34).

6. МОДЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ В ПЕРВОМ ПОРЯДКЕ ПО a/L И СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Проведем вычисления по формуле (34) в простейших модельных предположениях: функция $W(z)$ кусочно-постоянна, принимает значения W_0 и W_1 соответственно в металле и диэлектрике, а спектры последних имеют вид

$$\epsilon_M(k) = \frac{k^2}{2m}, \quad \epsilon_D(k) = \frac{k^2}{2m} + U, \quad (49)$$

причем $U > \epsilon_F$, где ϵ_F — энергия Ферми металла. Для тонкого слоя диэлектрика толщины d внутри металлической пленки толщины L выражение для $N(z)$ имеет вид

$$N(z) = \frac{m}{(2\pi)^2} \int_{q_0}^{k_0} dq \frac{q}{k} H(k, iq, z) \Big|_{k=\sqrt{k_0^2 - q^2}}, \quad (50)$$

где

$$q_0 = \sqrt{k_0^2 - k_F^2}, \quad k_0 = \sqrt{2mU},$$

а функция $H(k, iq, z)$ определена формулой (22) работы [9]. Рассмотрим два предельных случая, соответствующих узкозонному и широкозонному диэлектрикам.

а) $0 < U - \epsilon_F \ll U$

Результат для $U \rightarrow \epsilon_F$, когда $q_0 \rightarrow 0$, совпадает с пределом $q_F \rightarrow 0$ в формуле (24) работы [9]:

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_0 k_F L} \left[\frac{W_1}{W_0} P_1(k_0 d) + P_2(k_0 d) \right], \quad (51)$$

где функции $P_1(x)$ и $P_2(x)$ приведены в [9] на рис. 2. Результат при конечных, но малых q_0 отличается от (51) лишь тем, что при $d \gtrsim q_0^{-1} \gg k_0^{-1}$ степенной выход на константу при $d \rightarrow \infty$, описываемый функциями $P_1(x)$ и $P_2(x)$, сменяется на экспоненциальный. В зависимости от величины отношения W_1/W_0 реализуется один из трех типов кривых, показанных на рис. 3а.

б) $U \gg \epsilon_F$

В этом случае $q_0 \approx k_0$ и пределы интегрирования в (50) оказываются близкими. Полагая $q \simeq k_0$ и проводя разложение по k_F/k_0 , получаем для $W_1/W_0 \sim k_0^2/k_F^2$

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_0 k_F L} \begin{cases} \left(\frac{W_1}{W_0} - \frac{k_0^2}{2k_F^2} \right) k_F d, & k_0 d \ll k_F/k_0, \\ -\frac{2\pi}{3} \frac{k_F^2}{k_0^2} \frac{1}{(k_0 d)^2} + \frac{16}{9} \frac{k_F^5}{k_0^5} \frac{W_1}{W_0} \frac{1}{(k_0 d)^3}, & k_F/k_0 \ll k_0 d \ll 1, \\ \frac{1}{3} \frac{k_F^3}{k_0^3} \left(\frac{W_1}{W_0} \frac{2k_F^2}{3k_0^2} - 1 \right) - \frac{8\pi}{3} \frac{k_F^2}{k_0^2} e^{-2k_0 d}, & k_0 d \gg 1. \end{cases} \quad (52)$$

Аналогично предыдущему случаю, в зависимости от отношения W_1/W_0 для зависимости $T_c(d)$ имеет место одна из трех характерных кривых (рис. 3б). Любопытно, что все три типа кривых наблюдались в [14] на сэндвичах Pb-Si, Pb-Ge, Pb-C (рис. 3в); поскольку в эксперименте, очевидно, реализуется случай $U \sim \epsilon_F$, то экспериментальные кривые являются промежуточными между кривыми рис. 3а и 3б.

Обратим внимание, что при $\bar{\omega}(z) = \text{const}$, когда $W(z) = V(z)$, интуитивно очевидное условие $V_1 > V_0$ является недостаточным для повышения T_c ; требуется более сильное условие

$$\frac{V_1}{V_0} > C, \quad C = \begin{cases} 3/2, & U - \epsilon_F \ll \epsilon_F, \\ U/2\epsilon_F, & U \gg \epsilon_F, \end{cases} \quad (53)$$

которое в случае широкозонного диэлектрика оказывается очень жестким. Дело в том, что при $V(z) = \text{const}$ размытие ступенчатого вида (45) для $N(z)$ на величину δ имеет отрицательный эффект $\sim \delta$ (см. (34)); он может быть скомпенсирован положительным эффектом $\sim \delta(V_1 - V_0)/V_0$, связанным с повышением константы V в диэлектрике, что и дает условие (53) с $C > 1$.

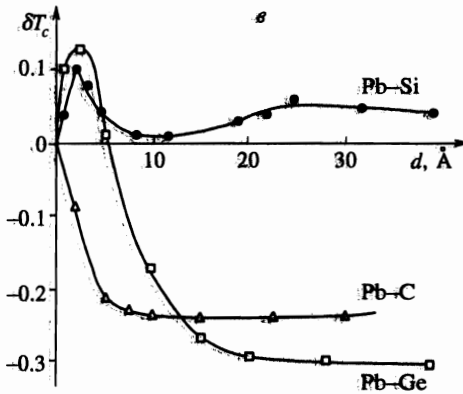
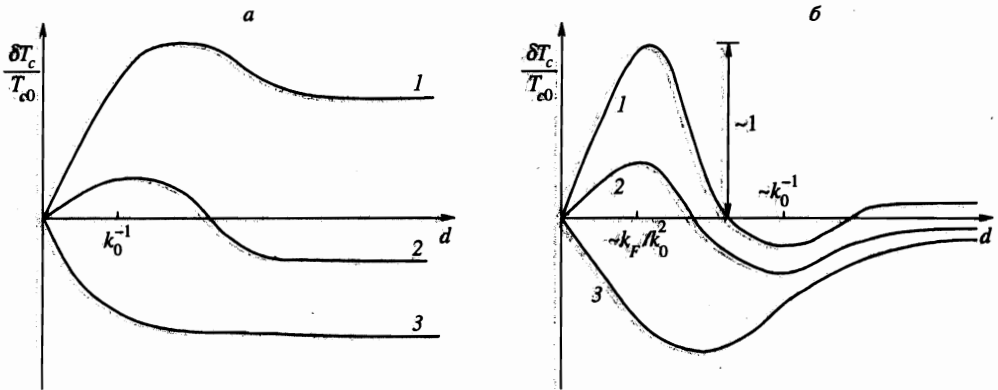


Рис. 3. (а) Теоретическая зависимость T_c сэндвича металл-диэлектрик в зависимости от толщины слоя диэлектрика для узкозонного диэлектрика ($U - \epsilon_F \ll \epsilon_F$): кривые 1, 2 и 3 соответствуют случаям $W_1/W_0 > 7/2$, $3/2 < W_1/W_0 < 7/2$ и $W_1/W_0 < 3/2$; (б) то же для широкозонного диэлектрика ($U \gg \epsilon_F$) при $W_1/W_0 > 3k_0^2/k_F^2$ (кривая 1), $3k_0^2/k_F^2 > W_1/W_0 > k_0^2/2k_F^2$ (кривая 2) и $W_1/W_0 < k_0^2/2k_F^2$ (кривая 3); (в) экспериментальная зависимость T_c от d в сэндвичах Pb-Si, Pb-Ge и Pb-C по данным работы [14]

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вопрос об эффективности экситонного механизма в слоистых системах имеет множество аспектов, большая часть которых не обсуждалась в настоящей работе: имеются ли в диэлектрике подходящие экситоны, проникают ли они в достаточной степени в металлическую пленку, приводит ли обмен экситонами к межэлектронному притяжению, имеет ли это притяжение достаточную величину и т.д. Утверждение работы состоит в том, что даже при самой благоприятной ситуации, когда ответ на все эти вопросы положительный (и, следовательно, при $L \sim a$ должны достигаться высокие значения T_c), проявления экситонного механизма в системах с $L \gg a$ будут практически ненаблюдаемыми. Поэтому неудачные попытки обнаружения экситонного механизма в сэндвичах не должны служить аргументом против его поисков в квазидвумерных системах.

Литература

1. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ 47, 2318 (1964); Phys. Lett. 13, 101 (1964).
2. *Проблема высокотемпературной сверхпроводимости*, под ред. В. Л. Гинзбурга и Д. А. Киржница, Наука, Москва (1977).
3. S. M. Durkin, J. E. Cunningham, M. E. Mochel, and C. P. Flynn, J. Phys. F 11, L223 (1981).
4. Б. Н. Белевцев, УФН 160, 65 (1990).
5. В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, ЖЭТФ 46, 397 (1964).
6. И. М. Суслов, ЖЭТФ 95, 949 (1989).
7. И. М. Суслов, СФХТ 4, 2093 (1991).
8. Ю. А. Кротов, И. М. Суслов, ЖЭТФ 102, 670 (1992); 103, 1394 (1993); Physica C 213, 421 (1993); 245, 252 (1995).
9. Ю. А. Кротов, И. М. Суслов, ЖЭТФ 107, 512 (1995).
10. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике* Физматгиз, Москва (1962).
11. P. G. De Gennes, Rev. Mod. Phys. 36, 225 (1964).
12. Дж. Займан, *Электроны и фононы*, ИИЛ, Москва (1962).
13. A. A. Maradudin, E. W. Montroll, G. H. Weiss, and I. P. Ipatova, *Theory of Lattice Dynamics in the Harmonic Approximation*, Academic Press, New York-London (1971).
14. А. Ф. Орлов, А. К. Милай, В. П. Дмитриев, ФТТ 18, 1470 (1976).